

Diplom-Vorprüfung / Bachelor
Höhere Mathematik III für die Fachrichtungen
Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

Aufgabe 1 (10 Punkte)

- a) Berechnen Sie eine holomorphe Funktion f , die

$$\operatorname{Im}(f(x + iy)) = x - \frac{x}{x^2 + y^2} \quad (z = x + iy \neq 0, x, y \in \mathbb{R})$$

und $f(1) = 0$ erfüllt. f ist in der Form $w = f(z)$ anzugeben.

- b) Begründen Sie, dass f auf $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| > 1\}$ schlicht ist.

- c) Es sei $R > 1$ fest und

$$G = \{z \in \mathbb{C} \mid 1 \leq |z| \leq R, \operatorname{Im}(z) \geq 0\}.$$

Berechnen Sie den Flächeninhalt von $f(G)$.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

- a) Entwickeln Sie $f(z) = \frac{1-z}{1+2z}$ um $z = 1$ in eine Potenzreihe. Geben Sie den Konvergenzradius der gesuchten Reihe an.

- b) Berechnen Sie für $f(z) = (z-3) \sin \frac{1}{z+2}$

$$\oint_{|z-1|=4} f(z) dz \quad \text{und} \quad \oint_{\Gamma} f(z) dz,$$

wobei Γ der Rand des Rechtecks mit den Eckpunkten $-1-i$, $1-i$, $1+i$ und $-1+i$ ist.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Berechnen Sie die Lösung des Anfangswertproblems für $y = y(x)$:

$$y''(x) + 6y(x)(y'(x))^3 = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = \frac{1}{3}.$$

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Berechnen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung für $y = y(x)$:

$$x^2 y''(x) + x(1 + x^2)y'(x) - (1 - x^2)y(x) = 2x^3, \quad x > 0.$$

Eine Lösung der zugehörigen homogenen Gleichung findet man mit dem Ansatz $y(x) = x^a$.

Viel Erfolg!

Hinweise für nach der Klausur:

Die Ergebnisse der Vordiplomklausuren hängen ab Mittwoch, **01. April 2009**, am Schwarzen Brett neben Zimmer 3A-17 (Allianz-Gebäude 05.20) aus und liegen unter

<http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/user/mi1/Schneider/HM/vd-f.html>

im Internet.

Die Klausureinsicht findet für diejenigen, die sich einer **mündlichen** Nachprüfung stellen müssen, am Dienstag, den **21.04.2009**, von 13.15 bis 13.45 Uhr im Seminarraum S 31 (Mathematikgebäude 20.30) statt.

Die Nachprüfungen selbst sind in der Woche vom **27.04.2009** bis **30.04.2009** im Allianzgebäude 05.20.

Die **allgemeine** Klausureinsicht (siehe Aushang) findet am Mittwoch, den **22.04.2009**, von 14.00 bis 16.00 Uhr im Eiermann-Hörsaal (Geb. 20.40) statt.