

Diplom–Vorprüfung bzw. Bachelor–Modulprüfung
Höhere Mathematik III für die Fachrichtungen
Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Bestimmen Sie ein *reelles* Fundamentalsystem des folgenden homogenen Differentialgleichungssystems:

$$\begin{pmatrix} y_1'(t) \\ y_2'(t) \\ y_3'(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ y_3(t) \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie außerdem die Lösung $\begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ y_3(t) \end{pmatrix}$ des obigen Systems mit

$$\begin{pmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \\ y_3(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2 (5+5=10 Punkte)

a) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$3y(y')^2 - (1 + y^2)y'' = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

Hinweis: $\int \frac{ds}{(1 + s^2)^{3/2}} = \frac{s}{\sqrt{1 + s^2}}.$

b) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$(y^2 + x)dx + ydy = 0, \quad y\left(-\frac{1}{2}\right) = 1.$$

und bestimmen Sie das maximale Existenzintervall der Lösung.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Lösen Sie mit einem Potenzreihenansatz das Anfangswertproblem

$$y'' + \frac{x}{2}y' - y = 34 + \frac{x}{2} \sinh x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Sei $D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x, y > 0\}$. Betrachten Sie die Differentialgleichung

$$x\partial_x u - y\partial_y u = xy^2$$

in D und bestimmen Sie die Lösung $u = u(x, y)$ dieser Differentialgleichung, die der Bedingung

$$u(\xi, \xi) = 0 \text{ für alle } \xi > 0$$

genügt. Wie sehen die Grundcharakteristiken aus?

Skizzieren Sie in der (x, y) -Ebene die Kurve Γ , auf der die Anfangswerte vorgegeben sind, sowie einige Grundcharakteristiken (d.h. in etwa drei).

Überprüfen Sie, ob Ihre Berechnung tatsächlich eine Lösung der Differentialgleichung geliefert hat.

Auf welcher Teilmenge von D ist die von Ihnen berechnete Lösung erklärt?

Viel Erfolg!

Nach der Klausur:

Die Klausurergebnisse hängen ab Freitag, den 26.03.2010, am Schwarzen Brett neben Zimmer 3A-17 (Allianz-Gebäude 05.20) aus und liegen unter

www.math.kit.edu/iana1

im Internet. Die **Klausureinsicht** findet am Mittwoch, den 14.04.2010, von 14:00 Uhr bis 16:00 Uhr im Benz-Hörsaal statt. Die mündlichen Nachprüfungen sind in der Woche vom 19.04.2010 bis 23.04.2010 im Allianz-Gebäude 05.20.