

Bachelor–Modulprüfung
Höhere Mathematik III für die Fachrichtungen
Elektroingenieurwesen und Physik

Aufgabe 1 (10 Punkte) (1+1+4+4)

Es liegt die Differentialgleichung

$$(+) \quad \frac{y}{\sqrt{xy}} + y - x \left(\frac{1}{\sqrt{xy}} - 1 \right) y' = 0, \quad x > 0, \quad y > 0$$

vor.

- a) Überprüfen Sie, ob (+) exakt ist.
- b) Welche Gleichung müssen $\mu(x, y)$, $D_1\mu(x, y)$, $D_2\mu(x, y)$ erfüllen, damit

$$\mu(x, y) \left(\frac{y}{\sqrt{xy}} + y - x \left(\frac{1}{\sqrt{xy}} - 1 \right) y' \right) = 0$$

exakt ist?

- c) Berechnen Sie $\mu(x, y) = m(xy)$ so, dass μ integrierender Faktor für (+) ist.
- d) Berechnen Sie die Lösungen von (+) (in impliziter Form).

Aufgabe 2 (10 Punkte) (3+7)

- a) Berechnen Sie $\alpha \in \mathbb{R}$ so, dass $u(x) = e^{\alpha x}$ eine Lösung von

$$(x + 1)y'' + xy' - y = 0 \quad (x > -1) \quad \text{ist.}$$

- b) Berechnen Sie $y = y(x)$ mit

$$(x + 1)y'' + xy' - y = (x + 1)^2 \quad (x > -1), \\ y(0) = y'(0) = 1.$$

Hinweise: Verwenden Sie den Ansatz $y(x) = v(x)u(x)$.

$$\int_t^x te^t dt = e^x(x - 1), \quad \int_t^x t^2 e^t dt = e^x(x^2 - 2x + 2).$$

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Berechnen Sie die allgemeine Lösung der Gleichung für $y = y(x)$

$$y''' - 8y = e^{2x}, \quad x \in \mathbb{R},$$

in komplexer und in reeller Form.

Hinweis: Falls man die Integrale $\int e^{at} \cos(bt) dt$ und $\int e^{at} \sin(bt) dt$ benötigt, betrachte man $\int e^{at} e^{ibt} dt$.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Gegeben ist die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie e^{tA} ($t \in \mathbb{R}$).

Viel Erfolg!

Hinweise für nach der Klausur:

Die Klausurergebnisse hängen ab Freitag, **30.03.2012**, am Schwarzen Brett neben Zimmer 3A-17 (Allianz-Gebäude 05.20) aus und liegen unter

<http://www.math.kit.edu/iana1...>

im Internet.

Die **Klausureinsicht** findet am Mittwoch, den **18.04.2012**, von 15.45 bis 17.30 Uhr im Benz-Hörsaal (Geb. 10.21) statt.

Die mündlichen Nachprüfungen sind in der Woche vom **23.04.2012** bis **27.04.2012** im Allianzgebäude 05.20.