KARLSRUHER INSTITUT FÜR TECHNOLOGIE (KIT)
Institut für Analysis
Priv.-Doz. Dr. Peer Kunstmann

Frühjahr 2013
04.03.2013

Bachelor – Modulprüfung

Höhere Mathematik III
für die Fachrichtung Physik

Aufgabe 1 (4 + 6 Punkte)

a) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y' + \frac{x}{1+x^2}y + xy^2 = 0, \quad y(0) = \frac{1}{2}.$$

b) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung in impliziter Form von

$$(1+2x^2)\,\mathrm{d}x + 2xy\,\mathrm{d}y = 0$$

durch Bestimmung eines integrierenden Faktors der Form $\mu(x,y) := u(x^2+y^2)$.

Aufgabe 2 (6 + 4 Punkte)

a) Geben Sie die allgemeine (reelle) Lösung der folgenden Differentialgleichung an:

$$y^{(4)} + 2y''' + 2y'' + 2y' + y = \sin(x).$$

b) Lösen Sie mit einem gewöhnlichen Potenzreihenansatz das Anfangswertproblem

$$y''(x) + xy'(x) - 3y(x) = 0, \qquad y(0) = 0, \quad y'(0) = 3.$$

Aufgabe 3 (7 + 3 Punkte)

Gegeben sei die Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 3}.$$

a) Berechnen Sie e^{tA} für $t \in \mathbb{R}$.

b) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\vec{y}\,'(t) = A\vec{y}(t) + \begin{pmatrix} 1 \\ t \\ t \end{pmatrix}, \qquad \vec{y}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

— bitte wenden —

Aufgabe 4 (6 + 4 Punkte)

In $D := \mathbb{R} \times (-1, \infty)$ betrachte man für $u = u(x,t)$ die Differentialgleichung

$$\partial_x u + x(1+t)\partial_t u = xu$$

mit der Anfangsbedingung

$$u(0,\xi) = \frac{1}{1+\xi}, \quad \xi > -1.$$

Lösen Sie dieses Anfangswertproblem

a) mit dem Charakteristikenverfahren;

b) mit einem Separationsansatz.

Viel Erfolg!

Hinweise für nach der Klausur:

Die **Klausurergebnisse** hängen ab Dienstag, dem **26.03.2013**, am Schwarzen Brett neben Zimmer 3A-17 (Allianz-Gebäude 05.20) aus und liegen unter

http://www.math.kit.edu/iana1...

im Internet.

Die **Klausureinsicht** findet am Mittwoch, dem **17.04.2013**, von 16:00 bis 18:00 Uhr im Benz-Hörsaal (Geb. 10.21) statt.

Die **mündlichen Nachprüfungen** sind in der Woche vom **22.04.2013** bis **26.04.2013** im Allianzgebäude (Geb. 05.20).