Institut für Analysis
PD Dr. Peer Christian Kunstmann
Dipl.-Math. Leonid Chaichenets

WS 2014/15
24.01.2015

Höhere Mathematik III für die Fachrichtung Physik

Übungsklausur

Aufgabe 1: (10 Punkte)
Berechnen Sie die Lösung des Riccatischen Anfangswertproblems

$$y'(x) + y(x) + \frac{(1+x)^2}{1+x^2} e^x y^2(x) = \frac{(1+x)^2}{4(1+x^2)} e^{-x} \quad \text{mit} \quad y(0) = 0.$$

Hinweis: Die Funktion $y_p : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $y_p(x) = -\frac{1}{2}e^{-x}$ für alle $x \in \mathbb{R}$ ist eine partikuläre Lösung der obigen Differentialgleichung.

Aufgabe 2: (10 Punkte)
Berechnen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$(x+y)\mathrm{d}x + (yx^2 + 2xy^2 + x - y)\mathrm{d}y = 0 \quad \text{mit} \quad y(1) = 0.$$

Geben Sie dabei, soweit möglich, die Lösung in expliziter Form $y(x)$ oder $x(y)$ an.

Hinweis: Es existiert ein integrierender Faktor μ, der nur von einer Variable x oder y abhängt.

Aufgabe 3: (10 Punkte)
Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$x^2 y''(x) - xy'(x) + \left(\frac{3}{4} + x^2\right) y(x) = 0 \qquad (x > 0)$$

mittels des abgewandelten Potenzreihenansatzes

$$y(x) = x^\rho \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \qquad (x > 0),$$

mit wobei $\rho \in \mathbb{R}$. Geben Sie dabei y, soweit möglich, in geschlossener Form an.

Aufgabe 4: (10 Punkte)
Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$y'(x) = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 0 \\ -5 & 0 & 4 \end{pmatrix} y(x) \quad (x \in \mathbb{R}), \qquad y(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

Viel Erfolg!

Hinweise für nach der Klausur: Die korrigierten Übungsklausuren können ab Dienstag, den **03.02.2015**, im Sekretariat (Zimmer 3B-02, Allianzgebäude 05.20) abgeholt werden.

Fragen zur Korrektur sind ausschließlich am Donnerstag, den **05.02.2015**, von 13:00 bis 14:00 Uhr im Zimmer 3A-11.1 (Allianzgebäude 05.20) möglich.