

## 5. Übungsblatt

### Höhere Mathematik III für die Fachrichtungen Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

#### Aufgabe 1:

Berechnen Sie jeweils  $\int_{\gamma} f(z) dz$ .

- a)  $f(z) = \bar{z}z^2$ ,  $\gamma$  : geradlinige Verbindung von  $-1$  nach  $i$
- b)  $f(z) = \bar{z}z^2$ ,  $\gamma : z(t) = e^{i(\pi-t)}$ ,  $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$
- c)  $f(z) = (z)^2$ ,  $\gamma$  : positiv orientierter Rand von  $\{z \in \mathbb{C} \mid 0 < \operatorname{Re}(z) < 1, 0 < \operatorname{Im}(z) < 1\}$

#### Aufgabe 2:

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

- a)  $\oint_{|z|=1} \frac{\cos \pi z}{z} dz$
- b)  $\oint_{|z|=2} \frac{z^3}{z^2 + 1} dz$
- c)  $\oint_{\gamma} \frac{(z+1)^2}{(z^2+1)(z-1)} dz$ ,  $\gamma = \{z \in \mathbb{C} : |\operatorname{Re} z| + |\operatorname{Im} z| = 2\}$

#### Aufgabe 3:

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

- a)  $\int_0^{2\pi} \cos^{2n} t dt \quad (n \in \mathbb{N})$
- b)  $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{2 + \sin t}$
- c)  $\int_0^{2\pi} e^{it} dt$

(**Hinweis:** Es ist jeweils eine geeignet gewählte Funktion längs der Einheitskreislinie zu integrieren.)

#### Aufgabe 4:

Es seien  $G \subset \mathbb{C}$  ein Gebiet,  $f : G \rightarrow \mathbb{C}$  eine stetige Funktion und  $\gamma$  eine im Gebiet  $G$  verlaufende Kurve.

Zeigen Sie:

$$\left| \int_{\gamma} f(z) dz \right| \leq \max_{z \in \gamma} |f(z)| \cdot \text{Länge von } \gamma.$$

#### Aufgabe 5:

Es sei  $\Gamma_R : z(t) = R e^{it}$ ,  $0 \leq t \leq \frac{\pi}{4}$ .

Berechnen Sie  $\lim_{R \rightarrow \infty} \int_{\Gamma_R} e^{iz^2} dz$ .

Für die 1. Übungsklausur HM III am

**Samstag, 6.12.2008 von 11.00 – 13.00 Uhr**

ist *keine* Anmeldung erforderlich.

Die Räume sind wie folgt:

<b>Fachrichtung Physik:</b>	<b>Gerthsen</b>
<b>Fachrichtung Elektroingenieurwesen:</b>	<b>Neue Chemie</b>
<b>Fachrichtung Geodäsie:</b>	<b>Neue Chemie</b>