UNIVERSITÄT KARLSRUHE (TH)
INSTITUT FÜR ANALYSIS
Dr. A. Müller-Rettkowski

WS 2008/09
12.12.2008

8. Übungsblatt

Höhere Mathematik III für die Fachrichtungen Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

Aufgabe 1:

a, A seien positive Zahlen mit $0 < a < A$. Bestimmen Sie die Fourierreihe der 2π–periodischen Funktion

$$f(\varphi) = \frac{A^2}{A^2 + a^2 - 2Aa\cos\varphi}$$

Wählen Sie hierzu eine Funktion $F = F(z)$, die $F(e^{i\varphi}) = f(\varphi)$ erfüllt.

Entwickeln Sie F in eine Laurentreihe.

Aufgabe 2:

Berechnen Sie die Integrale:

a) $\displaystyle\oint\limits_{|z|=2} \frac{\cos(z)}{z^2+1}\,dz\,,$ b) $\displaystyle\oint\limits_{|z|=1} \frac{z}{e^{iz}-1}\,dz\,,$

c) $\displaystyle\oint\limits_{|z|=2} e^{\frac{z}{1-z}}\,dz\,,$ d) $\displaystyle\oint\limits_{\gamma} \frac{z}{\cosh(z)-1}\,dz$

Hierbei ist γ so gegeben:

$$z = x + iy \in \gamma \longleftrightarrow y^2 = (4\pi - 1)(1 - x^2).$$

Aufgabe 3:

Berechnen Sie die Integrale

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos(x)}{x^2-2x+2}\,dx \quad \text{und} \quad \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(x)}{x^2-2x+2}\,dx$$

durch Integration einer geeignet gewählten komplexen Funktion über den Rand des in der oberen Halbebene liegenden Halbkreises um den Koordinatenanfangspunkt mit Radius $R > \sqrt{2}$.

– bitte wenden –

Aufgabe 4:

Berechnen Sie das Integral

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ax}}{1+e^x}\, dx \quad (a \text{ konstant } , 0 < a < 1)$$

durch Integration einer geeigneten komplexen Funktion f über den Rand von

$$G_R = \{z \mid 0 < \mathrm{Im}\,(z) < 2\pi\} \cap \{z \mid -R < \mathrm{Re}\,(z) < R\}.$$

Aufgabe 5:

Berechnen Sie die Fouriertransformierte

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{iwx}}{\cosh(x)}\, dx$$

der Funktion $f(x) = \dfrac{1}{\cosh(x)}$ mittels des Integrals $\displaystyle\oint_\gamma \frac{e^{iwz}}{\cosh(z)}\, dz$, wobei γ der Rand von $G_R = \{z \in \mathbb{C} \,/\, |\mathrm{Re}\,(z)| < R,\, 0 < \mathrm{Im}\,(z) < \pi\}$ ist.