UNIVERSITÄT KARLSRUHE (TH)
INSTITUT FÜR ANALYSIS
Dr. A. Müller-Rettkowski

WS 2008/09
09.01.2009

10. Übungsblatt

Höhere Mathematik III für die Fachrichtungen Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

Aufgabe 1:

Berechnen Sie die Lösungen der folgenden AWP:

a) $y = (y')^2 \sin y' \, , \; y(0) = \dfrac{\pi^2}{72}$

b) $x = (y')^3 + y' \, , \; y(2) = \dfrac{9}{4}$

c) $y = \sin(y') - y' \cos(y') \, , \; y(0) = 1$

Aufgabe 2:

Berechnen Sie die Lösung folgender DGln:

a) $y = xy' + \sqrt{4 + (y')^2}$

b) $(y - xy')^2 = 1 + (y')^2$

c) $yy' = x - (y')^2$

Aufgabe 3:

Lösen Sie die folgenden DGln:

a) $(y'')^2 + xy'' - y' = 0$

b) $yy'' - 2(y')^2 + 2y' = 0$

– bitte wenden –

Aufgabe 4:

Durch die Gleichung $\varphi(x,y,c)=0$ sei für $c\in I$(ntervall) in der (x,y)–Ebene eine stetig differenzierbare Kurvenschar gegeben. Hierbei ist c der Scharparameter.

Eine Lösung $x=x(c),\ y=y(c)$ des Gleichungssystems

$$\begin{aligned}\varphi(x,y,c)&=0\\ D_3\varphi(x,y,c)&=0\end{aligned}$$

heißt **Einhüllende der Kurvenschar**.

Zeigen Sie:

a) Die Kurve $\varphi(x,y,c_0)=0 \qquad (c_0\in I)$ hat im Punkt (x,y) dieselbe Steigung wie die Einhüllende im Punkt (x,y).

b) Sind $\varphi(x,y,c)=0,\ c\in I$, Lösungen der DGl $F(x,y,y')=0$, so ist die Einhüllende der Schar $\varphi(x,y,c)=0,\ c\in I$, Lösung der DGl $F(x,y,y')=0$.

c) Die Clairautsche DGl $y=xy'+g(y')$ besitzt die Lösungsschar $y=cx+g(c)$. Bestimmen Sie die Einhüllende dieser Schar.