UNIVERSITÄT KARLSRUHE (TH)
INSTITUT FÜR ANALYSIS
Dr. A. Müller-Rettkowski

WS 2008/09
30.01.2009

13. Übungsblatt

Höhere Mathematik III für die Fachrichtungen Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

Aufgabe 1:

Lösen Sie das Problem:

$$y'' - y\cos(x) = 0\,,\ y(\frac{\pi}{2}) = 0\,,\ y'(\frac{\pi}{2}) = -1\,.$$

Aufgabe 2:

Berechnen Sie die allgemeine Lösung $y = y(x)$:

a) $(1 + x^2)y'' - 2xy' + 2y = 2 + 2x^2$

b) $(x\sin(x) + \cos(x))y'' - (x\cos(x))y' + y\cos(x) = 0$

c) $y'' - y'\tan(x) + 2y = 0$.

Aufgabe 3:

Berechnen Sie $y = y(x)$ aus

$$y'' + e^x y = 0\ ,\ \lim_{x\to-\infty} y(x) = 1$$

mittels des Ansatzes $y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n e^{nx}$.

– bitte wenden –

Aufgabe 4:

Es seien $u, v : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ linear unabhängige Lösungen von

$$y'' + q(x)y = 0\,.$$

Hierbei ist $q : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine stetige Funktion.

Beweisen Sie:

a) Die Nullstellen von u und v sind einfach.

b) $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$ seien Nullstellen von u.
Dann besitzt v eine Nullstelle im Intervall $[x_1, x_2]$.

(**Hinweis zu b):** Argumentiere indirekt; verwende $f = \dfrac{u}{v}$ auf $[x_1, x_2]$ und eine Beziehung zwischen f und $W(u, v)$.)

Aufgabe 5:

a) u, v seien linear unabhängige Lösungen der DGl

$$y''' + a_1(x)y'' + a_2(x)y' + a_3(x)y = 0$$

mit stetigen Koeffizientenfunktionen a_j.

Berechnen Sie die allgemeine Lösung $y = y(x)$ mittels des Ansatzes $y(x) = z(x)u(x)$.

b) Berechnen Sie die allgemeine Lösung der DGl

$$x^5 y''' + x^2 y'' - 2xy' + 2y = 0\,.$$

Hinweis: x und x^2 sind Lösungen.