Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Analysis
HDoz. Dr. Peer Kunstmann
Dipl.-Math. Matthias Uhl

WS 2010/2011
28.10.2010

Höhere Mathematik III für die Fachrichtungen Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

2. Übungsblatt

Aufgabe 6

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme auf geeigneten Intervallen:

a) $xy(1+x^2)y' = 1+y^2\,, \qquad y(1) = 2,$

b) $\ln(y') = x - y - e^y\,, \qquad y(1) = 0.$

Aufgabe 7

a) Zeigen Sie, dass die Differentialgleichung

$$2x\,\sin y\,dx + x^2 \cos y\,dy = 0$$

exakt ist, und bestimmen Sie die allgemeine Lösung in impliziter Form.

b) Geben Sie in a) eine Lösung y in expliziter Form an, für die $y(1) = \frac{9}{4}\pi$ gilt.

c) Ist die Lösung aus b) in einer kleinen Umgebung von 1 eindeutig?

Aufgabe 8

Berechnen Sie die Lösungen der folgenden Anfangswertprobleme:

a) $(2x+4y+2)\,dx + (4x+12y+8)\,dy = 0\,, \qquad y(0) = -1,$

b) $2x(y + e^{(x^2)})\,dx + (x^2+3)\,dy = 0\,, \qquad y(2) = 1.$

Aufgabe 9

Zu einer holomorphen Funktion $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ und

$$u(x,y) := (\operatorname{Re} f)(x+iy) \qquad \text{und} \qquad v(x,y) := (\operatorname{Im} f)(x+iy)$$

betrachte man die Differentialgleichung

$$u(x,y)\,dx + v(x,y)\,dy = 0\,.$$

Von welcher Gestalt muss f sein, damit diese Differentialgleichung in $\mathbb{R}^2$ exakt ist?

Hinweis: Benutzen Sie die Cauchy-Riemannschen Differentialgleichungen.