KARLSRUHER INSTITUT FÜR TECHNOLOGIE
INSTITUT FÜR ANALYSIS
Dr. A. Müller-Rettkowski

WS 2011/2012
11.11.2011

4. Übungsblatt

Höhere Mathematik III für die Fachrichtungen Elektroingenieurwesen und Physik

Aufgabe 1:

Berechnen Sie die Lösungen der folgenden Differentialgleichungen. Bestimmen Sie zunächst einen integrierenden Faktor der angegebenen Form.

a) $x^2 + y^2 + 1 - 2xyy' = 0, \ \mu = \mu(x^2 - y^2)$.

b) $(3xy^3 - 4xy + y)y' + y^4 - 2y^2 = 0, \ \mu = \mu(x^\alpha y^\beta)$, mit geeigneten $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

c) $xy^2 + y - (x \ln x)y') = 0, \ \mu = \dfrac{1}{x} y^\alpha, \ \alpha \in \mathbb{R}$ geeignet.

Aufgabe 2:

Lösen Sie die folgenden Differentialgleichungen:

a) $(4x^3y^3 - 2xy) + (3x^4y^2 - x^2)y' = 0$,

b) $y^2 e^{xy^2} + 4x^3 + (2xye^{xy^2} - 3y^2)y' = 0$.

Aufgabe 3:

μ_1, μ_2 seien integrierende Faktoren für die Differentialgleichung

$$(*) \qquad f(x, y) + g(x, y)y' = 0.$$

Es sei für alle (x, y)

$$\det \begin{pmatrix} D_1\mu_1 & D_2\mu_1 \\ D_1\mu_2 & D_2\mu_2 \end{pmatrix} (x, y) \neq 0$$

erfüllt.

Zeigen Sie, dass die Lösungen von $(*)$ implizit durch $\dfrac{\mu_1}{\mu_2}(x, y) = c$ $(= \text{konst})$ gegeben sind.

Aufgabe 4:

$f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ mit $u = \text{Re}\,(f)$, $v = \text{Im}\,(f)$ sei holomorph.

Von welcher Gestalt muss f sein, damit die Differentialgleichung

$$u(x, y)dx + v(x, y)dy = 0$$

in $\mathbb{R}^2$ exakt ist?