

7. Übungsblatt

Höhere Mathematik III für die Fachrichtungen Elektroingenieurwesen und Physik

Aufgabe 1:

Zeigen Sie, dass $H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} D^n(e^{-x^2})$ ($n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$) ein Polynom n -ten Grades ist und die Differentialgleichung

$$y'' - 2xy' + 2ny = 0$$

löst.

Berechnen Sie für $n \neq m$ ($n, m \in \mathbb{N}$)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} H_n(x) H_m(x) e^{-x^2} dx.$$

Aufgabe 2:

Berechnen Sie alle reellen Lösungen:

$$\begin{aligned} y'' - 5y' + 6y &= 4xe^x - \sin x, \\ y''' - 2y'' + y' &= 1 + e^x \cos 2x. \end{aligned}$$

Aufgabe 3:

Berechnen Sie die allgemeine Lösung:

$$\begin{aligned} y'' - 4y' + x^2(y' - 4y) &= 0, \\ 4x^2y'' + 4xy' - y &= 0. \end{aligned}$$

Aufgabe 4:

Die Differentialgleichung $y'' + 4xy' + q(x)y = 0$ hat zwei Lösungen der Form $y_1(x) = u(x)$, $y_2(x) = xu(x)$ mit $u(0) = 1$.

Berechnen Sie u und q .

Aufgabe 5:

Eine Lösungskurve $y = u(x)$ der Differentialgleichung $y'' - 3y' - 4y = 0$ schneidet eine Lösungskurve $y = v(x)$ der Differentialgleichung $y'' + 4y' - 5y = 0$ im Koordinatenursprung, wo beide Kurven dieselbe Steigung haben.

Berechnen Sie u und v , falls $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(v(x))^4}{u(x)} = \frac{5}{6}$ gilt.