**KARLSRUHER INSTITUT FÜR TECHNOLOGIE**
**INSTITUT FÜR ANALYSIS**
**Dr. A. Müller-Rettkowski**

**WS 2011/2012**
**09.12.2011**

# 8. Übungsblatt

## Höhere Mathematik III für die Fachrichtungen Elektroingenieurwesen und Physik

### Aufgabe 1:

Berechnen Sie die allgemeine Lösung:

a) $2x^2y'' - xy' + y = x^2 \qquad , \; x \neq 0.$

b) $x^2y'' - 2xy' + 2y = 6\ell n(x) \qquad , \; x > 0.$

### Aufgabe 2:

Bestimmen Sie alle Zahlen $b > 1$, für die das Problem

$$x^2y'' + y = 0 \; , \; y(1) = y(b) = 0$$

auf dem Intervall $[1, b]$ eine Lösung besitzt, die nicht konstant 0 ist.

### Aufgabe 3:

a) Es seien $\varphi_1, \varphi_2$ zwei l.u. Lösungen der DGl

$$(*) \qquad y''' + a_1(x)y'' + a_2(x)y' + a_3(x)y = 0$$

Hier wird anstelle von $y$ die neue gesuchte Funktion $z$ durch $z(x)\varphi_1(x) = y(x)$ eingeführt.

Zeigen Sie, dass die Gleichung für $z$ die Lösung $\dfrac{\varphi_2}{\varphi_1}$ hat.

Verwenden Sie dies, um die allgemeine Lösung von $(*)$ zu finden.

b) Die Gleichung $x^5y''' + x^2y'' - 2xy' + 2y = 0$ hat die l.u. Lösungen $x, x^2$.

Berechnen Sie die allgemeine Lösung.

### Aufgabe 4:

Für $x \in I$ ist $Lu(x) := u''(x) + p(x)u'(x) + q(x)u(x)$ gegeben. Es sei $x_0 \in I$.

Für $s \geq x_0$ sei $w := w(x; s)$ die Lösung des Problems

$$\begin{aligned} &Ly(x; s) = 0 \; , \; x \geq s, \; x \in I \; , \\ &y(s; s) = 0 \; , \; D_1y(s; s) = f(s) \; . \end{aligned}$$

Geben Sie das Anfangswertproblem an, dem $u$ mit $u(x) := \int\limits_{x_0}^{x} w(x; s)ds$, $x \in I$, genügt.