

14. Übungsblatt

Höhere Mathematik III für die Fachrichtungen  
Elektroingenieurwesen und Physik

**Aufgabe 1:**

a) Berechnen Sie  $u(x, t)$  mit

$$\begin{aligned} D_2 u(x, t) + c D_1 u(x, t) &= 0, & x > 0, t > 0, \\ u(x, 0) &= 1, & x > 0, \\ u(0, t) &= \frac{1+t^2}{1+2t^2}, & t > 0. \end{aligned}$$

Hierbei ist  $c$  eine positive Konstante. Was kann man aussagen, wenn  $c < 0$  gilt?

b) Berechnen Sie  $u(x, t)$  mit

$$\begin{aligned} D_2 u(x, t) - D_1 u(x, t) &= 0, & 0 < x < 1, t > 0, \\ u(x, 0) &= 2, & 0 < x < 1, \\ u(1, t) &= \frac{2}{1+t^2}, & t > 0. \end{aligned}$$

**Aufgabe 2:**

$u = u(x, t)$  sei die Lösung des Problems

$$\begin{aligned} D_2^2 u(x, t) - c^2 D_1^2 u(x, t) &= 0, & x \in \mathbb{R}, t > 0, \\ u(x, 0) = g(x), D_2 u(x, 0) &= h(x), & x \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

$c$  ist eine positive Konstante.

- Es gelte  $g(x) = h(x) = 0$  für  $|x - x_0| \leq \ell$ . Berechnen Sie das größte  $T$ , für das  $u(x_0, t) = 0$  für  $0 < t \leq T$  sicher gilt.
- Es gelte  $g(x) = h(x) = 0$  für  $|x| > 1$ . Berechnen Sie das größte  $T$ , für das  $u(3, t) = 0$  für  $t \leq T$  sicher gilt.
- Es gelte  $g(x) = h(x) = 0$  für  $|x| > \ell$ . Es sei  $x_0 \in \mathbb{R}$  beliebig, fest. Zeigen Sie, dass es Zahlen  $T, U$  gibt mit  $u(x_0, t) = U$  für  $t > T$ . Berechnen Sie  $T$  und  $U$ .

**Aufgabe 3:**

Es sei  $s \in \mathbb{R}$  beliebig, fest. Lösen Sie das Problem

$$\begin{aligned} D_2 u(x, t) - c D_1 u(x, t) &= 0 & , & \quad x \in \mathbb{R}, t \geq s, \\ u(x, s) &= f(x, s) & , & \quad x \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Die Lösung hängt vom Parameter  $s$  ab. Nenne sie  $w(x, t; s)$ .

Bilden Sie  $v(x, t) = \int_{s=0}^t w(x, t; s) ds$  und berechnen Sie  $D_2 v(x, t) - c D_1 v(x, t)$ .

**Aufgabe 4:**

Lösen Sie die Wellengleichung

$$D_2^2 u(x, t) - c^2 D_1^2 u(x, t) = f(x, t) \quad \text{wie folgt:}$$

Berechnen Sie  $v$  aus  $(D_2 - c D_1)v(x, t) = f(x, t)$  und dann  $u$  aus  $(D_2 + c D_1)u(x, t) = v(x, t)$ .

Die nächste **Bachelor–Modulprüfung** ist am

**Montag, den 12. März 2012      HM III      11.00 – 13.00 Uhr**

**Anmeldeschluss: Freitag, 10. Februar 2012 — Vorlesungsende WS 2011/2012!!!**