

Höhere Mathematik III
für die Fachrichtung Physik

1. Übungsblatt

Aufgabe 1

Bestimmen Sie die Lösungen der folgenden Anfangswertprobleme:

- a) $y'(x) = \frac{x}{3\sqrt{1+x^2}y(x)^2}, \quad y(0) = 3;$
b) $y'(x) = -\frac{1}{2x} \frac{y(x)^2 - 6y(x) + 5}{y(x) - 3}, \quad y(1) = 2;$
c) $y'(x) = e^{x-y(x)-e^{y(x)}}, \quad y(1) = 0.$

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichungen:

- a) $y' = \frac{1}{1-x}y + x - 1;$
b) $y' = -\frac{3}{x}y + \frac{1}{x^3+x};$
c) $y' = \frac{1-2x^2}{x}y + e^{-x^2} \log x.$

Aufgabe 3

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme:

- a) $y'(x) + y(x) - y(x)^3 = 0, \quad y(0) = \frac{1}{2};$
b) $y(x)^3 - \frac{1}{3x^2+3} + xy(x)^2y'(x) = 0, \quad y(1) = 1.$

Aufgabe 4

Berechnen Sie die allgemeine Lösung der Riccatischen Differentialgleichung

$$y'(x) = e^{-x}y(x)^2 + y(x) - e^x.$$

Hinweis: Eine Lösung der Gleichung kann mit dem Ansatz $y_0(x) = e^{ax}$ gefunden werden.

Aufgabe 5

Bei der Bewegung eines Körpers in Luft tritt bekannterweise ein Luftwiderstand auf. Aus der Strömungsmechanik wissen wir, dass die Luftwiderstandskraft proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit ist und durch die Formel

$$F_W = -\frac{1}{2}c_W \rho A v^2$$

gegeben ist. Hierbei bezeichnet c_W den Strömungswiderstandskoeffizienten, ρ die Dichte der Luft und A die projektive Querschnittsfläche des bewegten Körpers senkrecht zur Bewegungsrichtung. Der Strömungswiderstandskoeffizient c_W ist eine dimensionslose Größe, die abhängig von der Gestalt des Körpers ist und experimentell bestimmt werden muss.

Stellen Sie Differentialgleichungen für die Geschwindigkeit v auf, welche die Bewegung

- a) in horizontaler Richtung
- b) in vertikaler Richtung

unter Berücksichtigung des Luftwiderstandes beschreiben und berechnen Sie jeweils die Lösung für die Anfangsbedingung $v(0) = v_0$. Gehen Sie in beiden Fällen davon aus, dass c_W , ρ und A konstant sind und keine weiteren äußeren Kräfte den Körper beeinflussen außer der Gewichtskraft und der Luftwiderstandskraft.

Hinweise

- Die Übungsklausur zur HM III findet am Samstag, den 26.01.2013 von 11:00 Uhr bis 13:00 Uhr statt.
- Die Klausur zur HM III findet am Montag, den 04.03.2013 von 11:00 Uhr bis 13:00 Uhr statt.
- Die Übung findet (14-tägig) an folgenden Terminen statt: 26.10., 09.11., 23.11., 07.12., 21.12., 18.01., 01.02., 08.02.
An den anderen Freitagsterminen findet im selben Raum ein Tutorium statt.
- Die nächsten Übungsblätter erscheinen jeweils donnerstags vor der vorhergehenden Übung, d.h. das zweite Übungsblatt erscheint am 25.10. und wird am 09.11. besprochen.
- Die Übungsblätter und Lösungen sind auch im Internet verfügbar:
www.math.kit.edu/iana1/lehre/hm3phys2012w/