

**Höhere Mathematik III
für die Fachrichtung Physik**

2. Übungsblatt

Aufgabe 6

Prüfen Sie die folgenden Differentialgleichungen auf Exaktheit und lösen Sie sie:

- a) $(y + x) - (y - x)y' = 0$;
- b) $(2xe^y - 1) dx + (x^2e^y + 1) dy = 0$.

Aufgabe 7

Geben Sie die Lösung des folgenden Anfangswertproblems in impliziter Form an:

$$\cos y(x) + 2xy(x) + (x^2 - y(x) - x \sin y(x))y'(x) = 0, \quad y(0) = \sqrt{2}.$$

Aufgabe 8

Berechnen Sie die allgemeine Lösung (in impliziter Form) der Differentialgleichung

$$\left(\frac{1}{x^2} + 2y^2\right) dx + yx dy = 0$$

- a) durch Bestimmung eines integrierenden Faktors μ , der nur von x abhängt;
- b) durch Umformen in eine Bernoullische Differentialgleichung.

Aufgabe 9

Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$\tan(xy) + xy + x^2y' = 0, \quad y(1) = \frac{\pi}{6}$$

in expliziter Form mit Hilfe eines Eulerschen Multiplikators, der nur von xy abhängt.

Aufgabe 10

Zu einer holomorphen Funktion $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ mit $u := \operatorname{Re} f$ und $v := \operatorname{Im} f$ betrachten wir die Differentialgleichung

$$u(x, y) dx + v(x, y) dy = 0.$$

Von welcher Gestalt muss f sein, damit diese Differentialgleichung in \mathbb{R}^2 exakt ist?