

**Höhere Mathematik III
für die Fachrichtung Physik**

3. Übungsblatt

Aufgabe 11

Gegeben sei die folgende implizite Differentialgleichung

$$y = \frac{1}{2}x^2 - xy' + (y')^2.$$

- a) Bestimmen Sie die Lösungen dieser Differentialgleichung.
- b) Für welche Werte (x_0, y_0) gibt es eine Lösung y , die $y(x_0) = y_0$ erfüllt?
- c) Für welche Werte (x_0, y_0) gibt es genau eine solche Lösung?

Aufgabe 12

Bestimmen Sie die Lösung der folgenden Anfangswertprobleme in Parameterform:

- a) $(y')^3 + y' - x = 0, \quad y(0) = 1;$
- b) $y - \ln(1 + (y')^2) = 0, \quad y(0) = 0;$
- c) $x^2 e^{y'} + xy' - y = 0, \quad y(1) = 1.$

Aufgabe 13

Ein Fußball wird zum Zeitpunkt $t = 0$ mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 vom Erdboden aus senkrecht in die Höhe geschossen. Bezeichnet $r(t)$ seinen Abstand zum Erdmittelpunkt zur Zeit t , so wird seine Bewegung durch

$$r''(t) = -\frac{\gamma M}{r(t)^2}, \quad r(0) = R, \quad r'(0) = v_0,$$

beschrieben, wobei γ die Gravitationskonstante, M die Erdmasse und R der Erdradius ist.

Wie muss die Anfangsgeschwindigkeit v_0 gewählt werden, damit der Ball nicht wieder zur Erde zurückfällt? Berechnen Sie für das kleinste derartige v_0 die Lösung r .

Aufgabe 14

Bestimmen Sie eine homogene lineare Differentialgleichung 2. Ordnung, welche

$$\{y_1(x) = e^x, y_2(x) = \cos(2x)\}$$

als Fundamentalsystem besitzt.

Hinweis: Benutzen Sie die Wronski-Determinante.

Aufgabe 15

Bestimmen Sie die Lösungen von

$$xy'' - (2x + 1)y' + (x + 1)y = (x^2 + 1)e^x.$$

Hinweis: $u(x) = e^x$ ist eine Lösung der zugehörigen homogenen Gleichung.