

Höhere Mathematik III
für die Fachrichtung Physik

6. Übungsblatt

Aufgabe 26

Berechnen Sie e^{tA} für $t \in \mathbb{R}$ und die folgenden Matrizen A :

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} -4 & 12 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}; \quad \text{b) } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}; \quad \text{c) } A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Hinweis zu c): Ist $S \in \mathbb{R}^{n \times n}$ regulär, so gilt $e^{tSBS^{-1}} = Se^{tB}S^{-1}$ für jede beliebige Matrix $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$.

Aufgabe 27

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme, indem Sie die Matrixexponentialfunktionen explizit ausrechnen:

$$\text{a) } \vec{y}' = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \vec{y}, \quad \vec{y}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix};$$
$$\text{b) } \vec{y}' = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \vec{y}, \quad \vec{y}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 28

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichungssysteme mit der Eigenwertmethode:

$$\text{a) } \vec{y}' = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \vec{y}; \quad \text{b) } \vec{y}' = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & 1 \end{pmatrix} \vec{y}; \quad \text{c) } \vec{y}' = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \vec{y}.$$

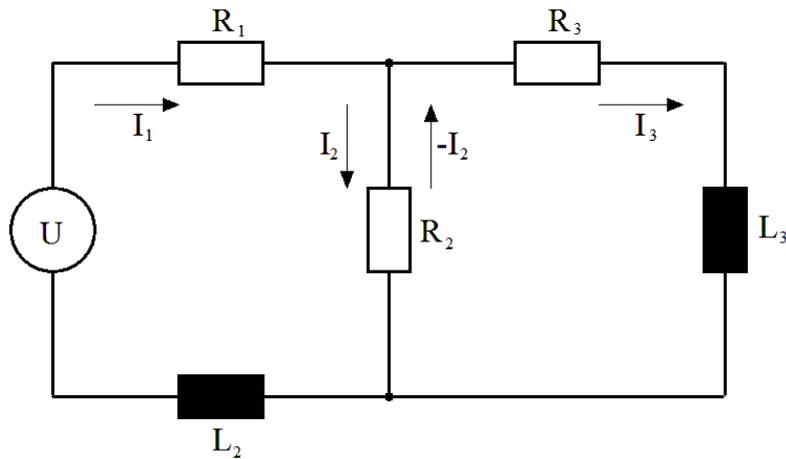
Aufgabe 29

Bestimmen Sie die Lösung des folgenden Anfangswertproblems:

$$\vec{y}'(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \vec{y}(t) + \begin{pmatrix} t \\ 3t \\ e^{3t} \end{pmatrix}, \quad \vec{y}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 30

Wir betrachten das folgende RL -Netzwerk:



Bestimmen Sie unter Verwendung der Kirchhoff'schen Regeln ein Differentialgleichungssystem für die Ströme I_2 und I_3 . Lösen Sie anschließend dieses System unter den Anfangsbedingungen $I_1(0) = I_2(0) = I_3(0) = 0$ und mit den Größen $R_1 = R_2 = R_3 = 10 \Omega$, $L_2 = L_3 = 10 H$, $U = 10 \sin(t) V$.

**Wir wünschen frohe Weihnachten
und ein gutes und erfolgreiches neues Jahr 2013!**

Hinweise zu den Klausuren

Am Samstag, den 26.01.2013, findet von 11:00 - 13:00 Uhr eine **Übungsklausur** statt. Zur Teilnahme an der Klausur ist **keine Anmeldung** erforderlich. Studierende, die einen **Übungsschein** benötigen, teilen dies bitte per E-Mail unserer Sekretärin Frau Blach (gertraud.blach@kit.edu) mit. Bitte geben Sie dabei ihren Namen, ihre Matrikelnummer und ihre Fachrichtung an. Weitere Informationen zur Übungsklausur werden in Kürze auf der Homepage bekanntgegeben.

Die **Prüfung** zur HM III findet am Montag, den 04.03.2013, von 11:00 - 13:00 Uhr statt. Zur Teilnahme ist eine **Anmeldung** erforderlich. **Anmeldeschluss ist Freitag, der 08.02.2013**. Weitere Informationen zur Klausur, sowie zur An- und Abmeldung finden Sie unter:

www.math.kit.edu/iana1/media/f13-hm_info.pdf