

Höhere Mathematik III
für die Fachrichtung Physik

4. Übungsblatt

Aufgabe 13 *Existenz und Eindeutigkeit*

Zeigen Sie bei den folgenden Anfangswertproblemen, dass sie jeweils genau eine Lösung im Intervall $[1, 2]$ besitzen:

a) $y' = \sin(\sqrt{3x - x^2 - 2})y, y(\frac{3}{2}) = 10^3;$

b) $y' = \sin(\sqrt{3x - x^2 - 2})y^2, y(\frac{3}{2}) = \frac{1}{4}.$

Aufgabe 14 *Differentialgleichung mit getrennten Variablen*

Zeigen Sie, dass das Anfangswertproblem $y' = f(x)g(y), y(x_0) = y_0$ mit $f \in C(I_1), g \in C^1(I_2), x_0 \in I_1, y_0 \in I_2, I_1, I_2 \subseteq \mathbb{R}$ offene Intervalle, eine eindeutige Lösung besitzt.

Aufgabe 15 *Bernoullische Gleichung*

Wir betrachten das Anfangswertproblem $y' + h(x)y = q(x)y^\alpha, y(x_0) = y_0 > 0$, zur Bernoullischen Differentialgleichung mit $h, q \in C(I_1), I_1 = \{x : |x - x_0| \leq a\}$ und $\alpha \neq 1$. Zeigen Sie, dass dieses Problem eine eindeutige Lösung besitzt.

Aufgabe 16 *Implizite Differentialgleichungen*

Bestimmen Sie die Lösungen der folgenden Anfangswertprobleme in Parameterform:

a) $(y')^3 + y' - x = 0, y(0) = 1;$

b) $y - \ln(1 + (y')^2) = 0, y(0) = 0;$

c) $x^2 e^{y'} + xy' - y = 0, y(1) = 1.$

Wichtige Termine:

- ▶ Die **Übungsklausur** findet am Samstag, 01.02.2014, von 08.00 bis 10.00 Uhr statt.
- ▶ Die **Klausur** zur Vorlesung findet am Donnerstag, 06.03.2014, von 11.00 bis 13.00 Uhr statt.
- ▶ Der **Anmeldeschluss** für die Klausur ist Freitag, 07.02.2014. Für die Teilnahme an der Übungsklausur ist keine Anmeldung erforderlich.