

**Höhere Mathematik III
für die Fachrichtung Physik**

5. Übungsblatt

Aufgabe 17 *Implizite Differentialgleichungen*

Wir betrachten die folgende implizite Differentialgleichung:

$$y = \frac{1}{2}x^2 - xy' + (y')^2.$$

- a) Bestimmen Sie die Lösungen dieser Differentialgleichung;
- b) Für welche Werte (x_0, y_0) gibt es eine Lösung y , die $y(x_0) = y_0$ erfüllt?
- c) Für welche Werte (x_0, y_0) gibt es genau eine solche Lösung?

Aufgabe 18 *Bewegung im Gravitationsfeld*

Eindimensionale Bewegung im Gravitationsfeld wird beschrieben durch das Anfangswertproblem $y'' = -\gamma \frac{M}{y^2(t)}$, $y(0) = R$, $y'(0) = v_0$. Bestimmen Sie das kleinstmögliche v_0 , sodass ein Körper, der sich in einem eindimensionalen Gravitationsfeld bewegt, ins Unendliche entweichen kann.

Aufgabe 19 *Exakte Differentialgleichungen*

Prüfen Sie die folgenden Differentialgleichungen auf Exaktheit:

- a) $(1 - x^2e^y)y' = 2xe^y$;
- b) $(y + x) - (y - x)y' = 0$;
- c) $(x^2y^2 + x^3)dx + (\frac{2}{3}x^3y + y^3)dy = 0$;
- d) $\frac{4x^2 - y^2}{x^2}dx + \frac{2y}{x}dy = 0$.

Aufgabe 20 *Integrierender Faktor*

Prüfen Sie die folgenden Differentialgleichungen auf Exaktheit und bestimmen Sie im Falle der Nicht-Exaktheit einen integrierenden Faktor:

a) $(x^2 - y)dx + xdy = 0;$

b) $4xdx + (2x^2 - e^{-y})dy = 0.$

Wichtige Termine:

- ▶ Die **Übungsklausur** findet am Samstag, 01.02.2014, von 08.00 bis 10.00 Uhr statt.
- ▶ Die **Klausur** zur Vorlesung findet am Donnerstag, 06.03.2014, von 11.00 bis 13.00 Uhr statt.
- ▶ Der **Anmeldeschluss** für die Klausur ist Freitag, 07.02.2014. Für die Teilnahme an der Übungsklausur ist keine Anmeldung erforderlich.