

Höhere Mathematik III
für die Fachrichtung Physik

13. Übungsblatt

Aufgabe 48 Laplace-Operator in Kugelkoordinaten

Sei $u \in C^2(\mathbb{R}^3)$ und $v(r, \varphi, \theta) := u(r \cos \varphi \cos \theta, r \sin \varphi \cos \theta, r \sin \theta)$. Zeigen Sie die folgende Darstellung des Laplace-Operators Δ :

Für $(x, y, z) = (r \cos \varphi \cos \theta, r \sin \varphi \cos \theta, r \sin \theta)$ gilt:

$$\Delta u(x, y, z) = \frac{1}{r^2} \partial_r (r^2 \partial_r v(r, \varphi, \theta)) + \frac{1}{r^2 \cos^2 \theta} \partial_{\varphi\varphi} v(r, \varphi, \theta) + \frac{1}{r^2 \cos \theta} \partial_{\theta} (\cos \theta \partial_{\theta} v(r, \varphi, \theta)).$$

Aufgabe 49 Radialsymmetrische Lösungen der Poisson-Gleichung

Bestimmen Sie alle radialsymmetrischen Lösungen $u \in C^2(\mathbb{R}^n)$ der Gleichung:

$$-\Delta u(x) = 1$$

Aufgabe 50 Separationsansatz

Führen Sie einen Separationsansatz $u(t, x) = v(t)w(x)$ für das folgende Problem durch:

$$\begin{aligned} \partial_{tt} u - \partial_{xx} u &= 0, (t, x) \in \mathbb{R} \times (-\pi, \pi) \\ u(t, \pi) &= u(t, -\pi), u_x(t, \pi) = u_x(t, -\pi), t \in \mathbb{R} \\ u(0, x) &= f(x), u_t(0, x) = g(x), x \in (-\pi, \pi), \end{aligned}$$

wobei $f, g : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ gegebene Funktionen.

Wichtige Termine:

- ▶ Die **Klausur** zur Vorlesung findet am Donnerstag, 06.03.2014, von 11.00 bis 13.00 Uhr statt.
- ▶ Der **Anmeldeschluss** für die Klausur ist Freitag, 07.02.2014.