

## HÖHERE MATHEMATIK III FÜR DIE FACHRICHTUNG PHYSIK

### 2. ÜBUNGSBLATT

#### AUFGABE 6 (ÜBUNG)

Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$\tan(xy) + xy + x^2 y' = 0, \quad y(1) = \frac{\pi}{6}$$

in expliziter Form mit Hilfe eines Eulerschen Multiplikators, der nur von  $xy$  abhängt.

#### AUFGABE 7 (TUTORIUM)

Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$\frac{2x}{1+x^2+y^2} x'(t) + \frac{8y}{1+x^2+y^2} y'(t) = 0, \quad (x(0), y(0)) = (1, 0)$$

in expliziter Form mit Hilfe eines Eulerschen Multiplikators, der nur von  $x^2 + y^2$  abhängt.

#### AUFGABE 8 (ÜBUNG)

a) Bestimmen Sie eine homogene lineare Differentialgleichung 2. Ordnung, welche

$$\{y_1(x) = e^x, y_2(x) = \cos(2x)\}$$

als Fundamentalsystem besitzt.

*Hinweis:* Benutzen Sie die Wronski-Determinante.

b) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung von

$$xy'' - (2x+1)y' + (x+1)y = (x^2+1)e^x.$$

*Hinweis:* Benutzen Sie den Ansatz  $u(x) = e^{ax}$  für eine Lösung der homogenen Gleichung.

#### AUFGABE 9 (TUTORIUM)

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichungen.

a)  $y''(x) + \frac{2x}{1-x^2} y'(x) - \frac{2}{1-x^2} y(x) = 0$  für  $0 < x < 1$ .

*Hinweis:*  $u(x) = x$  löst die Differentialgleichung.

b)  $y''(x) - \left(4 + \frac{2}{x}\right) y'(x) + \left(4 + \frac{4}{x}\right) y(x) = 2e^{2x}$  für  $x > 0$ .

*Hinweis:* Benutzen Sie den Ansatz  $u(x) = e^{ax}$  für eine Lösung der homogenen Gleichung.

### AUFGABE 10 (ÜBUNG)

Bestimmen Sie die allgemeine Lösungen der Differentialgleichung

a)  $y''' + 3y'' + 3y' + y = x + 6e^{-x}$

und lösen Sie das Anfangswertproblem

b)  $y'' - 2y' + 2y = e^{2x} \sin(x), \quad y(0) = \frac{3}{5}, \quad y'(0) = 1.$

### AUFGABE 11 (TUTORIUM)

a) In der Vorlesung wurde die homogene Lösung der Gleichung

$$y^{(8)} + y^{(7)} - 3y^{(6)} + 3y^{(5)} + 10y^{(4)} - 4y''' - 4y'' + 12y' + 8y = h(x)$$

mit dem charakteristischen Polynom

$$p(\lambda) = (\lambda + 1)^3(\lambda + 2)(\lambda - (1 + i))^2(\lambda - (1 - i))^2$$

besprochen. Welcher Ansatz ist für die partikuläre Lösung zu wählen, falls  $h(x)$  durch

- |                   |                |                           |                         |
|-------------------|----------------|---------------------------|-------------------------|
| (i) $e^x \sin(x)$ | (ii) $e^{-x}$  | (iii) $x^3 e^x \sin(x)$   | (iv) $(x^4 + 4x)e^{-x}$ |
| (v) $\sin(x)$     | (vi) $e^{-2x}$ | (vii) $(x^2 + 1) \sin(x)$ | (viii) $x^4$            |

gegeben ist?

b) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y'''(x) - y''(x) + y'(x) - y(x) = \sinh(x)$$

mit  $y(0) = \frac{1}{2}, y'(0) = \frac{3}{4}$  und  $y''(0) = -1.$