Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Analysis
Dr. Christoph Schmoeger
M.Sc. Jonathan Wunderlich

Höhere Mathematik III für die Fachrichtung Physik
Wintersemester 2016/17

04.11.2016

Übungsblatt 2

Aufgabe 5:
Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme auf geeigneten Intervallen:

(i) $y' = (1-x)y^2 + (2x-1)y - x, \quad y(1) = 2$
Hinweis: Es gibt eine konstante Lösung der Differentialgleichung.

(ii) $y' = e^{-x}y^2 + y - e^x, \quad y(\log 2) = \frac{10}{3}$
Hinweis: Verwenden Sie den Ansatz $\Phi(x) = e^{ax}$ mit $a \in \mathbb{R}$ um eine Lösung der Differentialgleichung zu finden.

Aufgabe 6:

(i) Berechnen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$(2x - 3y)\ dx + (2y - 3x)\ dy = 0 \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2, \qquad y(0) = 2$$

in expliziter Form und geben Sie das maximale Existenzintervall an.

(ii) Zeigen Sie, dass die Differentialgleichung

$$(1 + 2x^2)\ dx + 2xy\ dy = 0$$

nicht exakt ist. Bestimmen Sie weiter einen integrierenden Faktor der Form $\mu = \mu(x^2 + y^2)$ und bestimmen Sie die allgemeine Lösung in impliziter Form.

(iii) Zeigen Sie, dass die Differentialgleichung

$$2x \tan y\ dx + x^2\ dy = 0$$

nicht exakt ist. Bestimmen Sie weiter einen integrierenden Faktor der Form $\mu = \mu(y)$ und bestimmen Sie die allgemeine Lösung in impliziter Form.

Aufgabe 7:
Lösen Sie die folgenden impliziten Differentialgleichungen auf geeigneten Intervallen:

(i) $(y')^2 = x$,

(ii) $y = xy' - \log\left((y')^3\right)$.

Bitte wenden!

Aufgabe 8:
Gegeben sei die folgende implizite Differentialgleichung

$$y = x^2 - 2xy' + \frac{3}{2}(y')^2.$$

(i) Bestimmen Sie die Lösungen dieser Differentialgleichung.

(ii) Für welche Werte x_0, y_0 gibt es eine Lösung y, die $y(x_0) = y_0$ erfüllt?

(iii) Bestimmen Sie die Menge U aller Paare $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ für die genau eine Lösung mit $y(x_0) = y_0$ existiert?

Die Aufgaben werden in der Übung am 17.11.2016 besprochen.