

Höhere Mathematik III für die Fachrichtung Physik
Wintersemester 2016/17

13.01.2017

Übungsblatt 6

Aufgabe 20:

Seien $\emptyset \neq I \subset \mathbb{R}$ ein Intervall, $A: I \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n}$ und $b: I \rightarrow \mathbb{R}^n$ stetig. Betrachten Sie das lineare, inhomogene System mit variablen Koeffizienten

$$y'(x) = A(x)y(x) + b(x) \quad (x \in I).$$

Weiter seien $y_1, \dots, y_n: I \rightarrow \mathbb{R}^n$ Lösungen des zugehörigen homogenen Systems. Zeigen Sie, dass die Wronski-Determinante $w: I \rightarrow \mathbb{R}$ von y_1, \dots, y_n die folgende Differentialgleichung löst:

$$w'(x) = \text{Spur}(A(x))w(x) \quad (x \in I).$$

Hinweis: Determinantenentwicklungssatz

Aufgabe 21:

Bestimmen Sie Fundamentalsysteme der folgenden Systeme von Differentialgleichungen

(i)

$$y' = \begin{pmatrix} -4 & 12 \\ -2 & 6 \end{pmatrix} \cdot y,$$

(ii)

$$y' = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot y,$$

(iii)

$$y' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot y.$$

Bitte wenden!

Aufgabe 22:

Berechnen Sie die allgemeine Lösung des Differentialgleichungssystems

$$\begin{aligned}u' &= 3u + v - w \\v' &= u + 3v - w \\w' &= 3u + 3v - w\end{aligned}$$

Aufgabe 23:

Berechnen Sie jeweils die Lösung der folgenden Anfangswertprobleme

(i)

$$y' = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 5 & -7 & -4 \\ -7 & 5 & -4 \\ 5 & 5 & 2 \end{pmatrix} \cdot y, \quad y(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

(ii)

$$y' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot y, \quad y(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Hinweis:

Die Modulprüfung Höhere Mathematik III für die Fachrichtung Physik findet am Dienstag, den **07.03.2017** in der Zeit von **14.00-16.00 Uhr** statt.

Sie können sich online zur Klausur anmelden. Anmeldeschluss ist der **11.02.2017**.

Die Aufgaben werden in der Übung am 26.01.2017 besprochen.