

Höhere Mathematik III für die Fachrichtung Physik
Wintersemester 2016/17

27.01.2017

Übungsblatt 7

Aufgabe 24:

Lösen Sie die Differentialgleichung

$$u_{tt}(x, t) - x^2 u_{xx}(x, t) = 0 \quad (x > 0, t \in \mathbb{R})$$

mit Hilfe des Separationsansatzes $u(x, t) = v(x)e^{i\omega t}$ mit einem $\omega \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Aufgabe 25:

Betrachten Sie das Anfangswertproblem

$$\begin{aligned} u_t(x, t) + xu_x(x, t) &= tu(x, t) \quad ((x, t) \in \mathbb{R}^2) \\ u(x, 0) &= x^2 \quad (x \in \mathbb{R}). \end{aligned}$$

Bestimmen Sie eine Lösung des Anfangswertproblems mit Hilfe

- (i) des Charakteristikverfahrens.
- (ii) eines Separationsansatzes.

Aufgabe 26:

Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\begin{aligned} u_t(x, t) + \left(\frac{\partial}{\partial x}(x^2 u)\right)(x, t) &= 0 \quad (x, t > 0), \\ u(x, 0) &= \sin x \quad (x > 0) \end{aligned}$$

mit dem Charakteristikverfahren.

Bitte wenden!

Aufgabe 27:

(i) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\begin{aligned}2u_t(x, t) + 3u_x(x, t) &= \sin(2x - 3t) \quad ((x, t) \in \mathbb{R}^2), \\ u(x, 0) &= xe^x \quad (x \in \mathbb{R}).\end{aligned}$$

(ii) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\begin{aligned}u_x(x, t) - u_t(x, t) &= xe^t \quad ((x, t) \in \mathbb{R}^2), \\ u(x, 0) &= x + 1 \quad (x \in \mathbb{R}).\end{aligned}$$

Aufgabe 28:

Bestimmen Sie für $n \geq 2$ alle radialsymmetrischen Lösungen der Poisson-Gleichung

$$-\Delta u(x) = 1 \quad (x \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}),$$

d.h. alle Lösungen der Form $u(x) = g(\|x\|)$ ($x \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$).

Die Aufgaben werden in der Übung am 09.02.2017 besprochen.