

Höhere Mathematik III für Physik

2. Übungsblatt (wird am Freitag, den 09.11.2018 besprochen)

Aufgabe 1 (Zum Separationsansatz)

Lösen Sie erst die folgenden Differentialgleichungen allgemein mithilfe eines Separationsansatzes und anschließend das dazugehörige Anfangswertproblem.

- (1) $y' = e^y \sin(x)$, $y(0) = 0$.
- (2) $y' = \frac{e^y}{x^2 y}$, $x(0) = \frac{1}{3}$.
- (3) $y' = \frac{2x \cos(y)}{(1+x^2) \sin(y)}$, $y(1) = \frac{\pi}{3}$.

Aufgabe 2 (Zum Eulerschen Multiplikator)

Zeigen Sie, dass die folgenden Differentialgleichungen nicht-exakt sind und finden Sie dann einen passenden Eulerschen Multiplikator η . Lösen Sie anschließend die Differentialgleichung bzw. das Anfangswertproblem. Beachten Sie dabei die jeweiligen Hinweise.

- (1) $(3xy + y^2) dx + (x^2 + xy) dy = 0$.
Hinweis: Finden Sie einen Multiplikator η , der nur von x abhängt.
- (2) $\cos(x)dx + (4ye^{-y} + \sin(x)) dy = 0$, $y(0) = \frac{\pi}{2}$.
Hinweis: Finden Sie einen Multiplikator η , der nur von y abhängt.
- (3) $(x + y) dx - \frac{x^2}{y} dy = 0$, $y(e) = 1$.
Hinweis: Finden Sie einen Multiplikator η , der nur von dem Produkt $x \cdot y$ abhängt.

Aufgabe 3 (Zum Reduktionsverfahren von d'Alembert)

Zeigen Sie, dass die jeweilige Funktion y_1 stets eine Lösung der zugehörigen Differentialgleichung ist. Bestimmen Sie erst die allgemeine Lösung der Differentialgleichung und danach die spezielle zum dazugehörigen Anfangswertproblem. Machen Sie dafür den Ansatz $y_2(x) := y_1(x)v(x)$.

- (1) $2x^2y'' + 3xy' - y = 0$, $y(4) = 1 = y'(4)$.
Hinweis: Die Funktion $y_1(x) = \frac{1}{x}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, ist eine Lösung von (1).
- (2) $y'' - 2y' + y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.
Hinweis: Die Funktion $y_1(x) = xe^x$, $x \in \mathbb{R}$, ist eine Lösung von (2).