30.01.2019
PD Dr. Peer Kunstmann
M.Sc. Michael Ullmann

Höhere Mathematik III für Physik

7. Übungsblatt
(wird am Freitag, den 01.02.2019 besprochen)

Aufgabe 1 (Separationsansatz)

Wir betrachten das folgende Rand- und Anfangswertproblem

$$\begin{aligned} \partial_t u(t,x) - \partial_{xx} u(t,x) &= 0 \text{ für } t > 0,\ x \in (0,1) \\ \partial_x u(t,0) = 0 &= \partial_x u(t,1) \text{ für } t > 0, \\ u(0,x) &= 1 + \cos(\pi x) \text{ für } x \in [0,1]. \end{aligned}$$

Bestimmen Sie erst allgemein alle Lösungen der Form

$$u(t,x) = w(x)v(t)$$

der obigen Differentialgleichung und lösen SIe anschließend das Rand- und Anfangswertproblem.

Aufgabe 2 (Laplace in Polarkoordinaten)

Sei $f \in C^2\left(\mathbb{R}^2\right)$ eine Funktion. Berechnen Sie den Laplace in Polarkoordinaten, d.h. zeigen Sie, dass für

$$u(r,\varphi) = f\left(r\cos(\varphi), r\sin(\varphi)\right)$$

der Laplace Operator die folgende Darstellung hat:

$$\Delta f(x,y) = \partial_{rr} u(r,\varphi) + \frac{1}{r}\partial_r u(r,\varphi) + \frac{1}{r^2}\partial_{\varphi\varphi} u(r,\varphi).$$

Aufgabe 3 (Laplace Gleichung)

Bestimmen Sie die beschränkte Lösung des Randwertproblems

$$\begin{aligned} \Delta u(x,y) &= 0 \text{ auf } \Omega = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \colon x^2 + y^2 > 1\right\}, \\ u(x,y) &= x \text{ auf } \partial\Omega = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \colon x^2 + y^2 = 1\right\}. \end{aligned}$$

Nutzen Sie dabei Polarkoordinaten (siehe auch Aufgabe 2) und wenden Sie einen Separationsansatz an.

Hinweise:

- Die schriftliche Klausur findet am Dienstag, den 26.02.2019 von 13.00 bis 15.00 Uhr statt.
- Der Anmeldeschluss für die Klausur ist Sonntag, der 10.02.2019, man kann sich online im Campus System anmelden.
- Meldet Euch bitte rechtzeitig an, und überprüft ein paar Tage später, ob eure Anmeldung tatsächlich eingetragen ist im Campus System.
- Abmelden (ohne irgendwelche Konsequenzen) ist jederzeit möglich. Zum einen könnt ihr Euch online bis einen Tag vor der Klausur oder direkt vor der Prüfung vor Ort bei den Aufsichtspersonen abmelden.
- Sollten Fragen zu der Vorlesung, den Übungs- und/ oder Tutoriumsblättern bestehen, so wendet Euch an Michael Ullmann (michael.ullmann@kit.edu oder im Büro 2.033/2.034).