

1. Übungsblatt

Höhere Mathematik III für die Fachrichtung Physik

Wintersemester 2020/2021

Behandelt von 11. November 2020 bis 17. November 2020

Aufgabe 1:

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme und geben Sie geeignete Definitionsbereiche an.

(i) $y' = \frac{x-2xy}{1+x^2}$, $y(\sqrt{2}) = \frac{1}{3}$.

(ii) $y' = \frac{3x^2-1}{x^3-x}y + x^2 - 1$, $y(2) = 6$.

Aufgabe 2:

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme

(i) $y' + 2 \tan(x)y - \tan(x)\sqrt{y} = 0$, $y(0) = 1$.

(ii) $y' + \frac{1}{x}y - \frac{5}{3}xy^{-2} = 0$, $y(1) = 1$.

Aufgabe 3:

Wir betrachten einen leeren Kondensator mit Kapazität C und legen zum Zeitpunkt $t = 0$ die konstante Spannung U an. Dabei ist ein Widerstand mit R in Reihe geschaltet. Die aktuelle Ladung $Q(t)$ des Kondensators erfüllt die Differentialgleichung

$$Q'(t) + \frac{1}{RC}Q(t) - \frac{U}{R} = 0.$$

(i) Bestimmen Sie die aktuelle Ladung $Q(t)$ des Kondensators als Funktion der Zeit.

(ii) Zu welchem Zeitpunkt ist der Kondensator zu 90% aufgeladen?

(iii) Wir nehmen nun an, dass die angelegte Spannung nicht konstant ist, sondern betrachten $U(t) = U_0 \sin(t)$. Zur einfacheren Rechnung nehmen wir zusätzlich $R = \frac{1}{C}$ an. Bestimmen Sie die Lösung $Q(t)$ von

$$Q'(t) + Q(t) - CU_0 \sin(t) = 0.$$