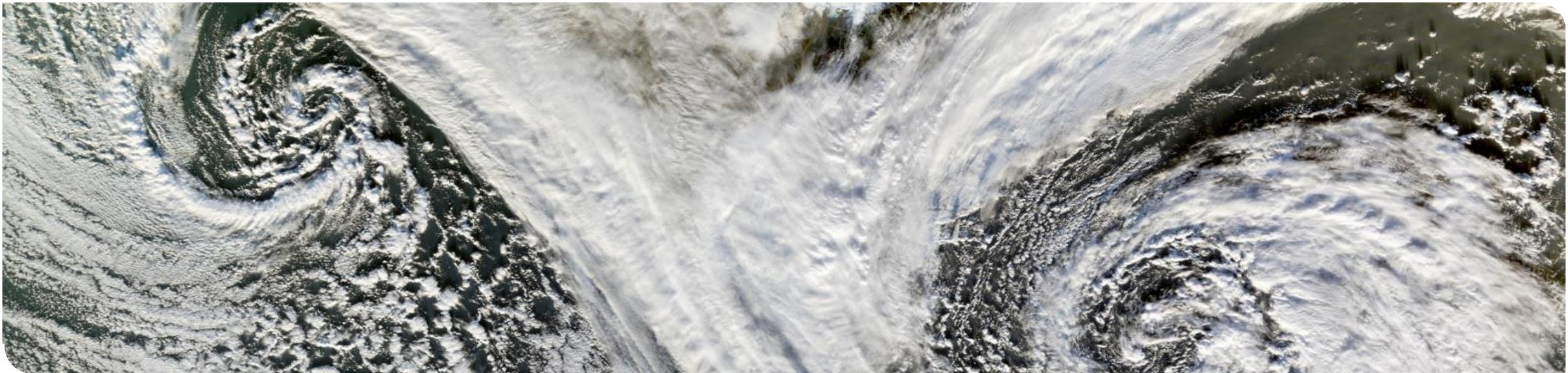


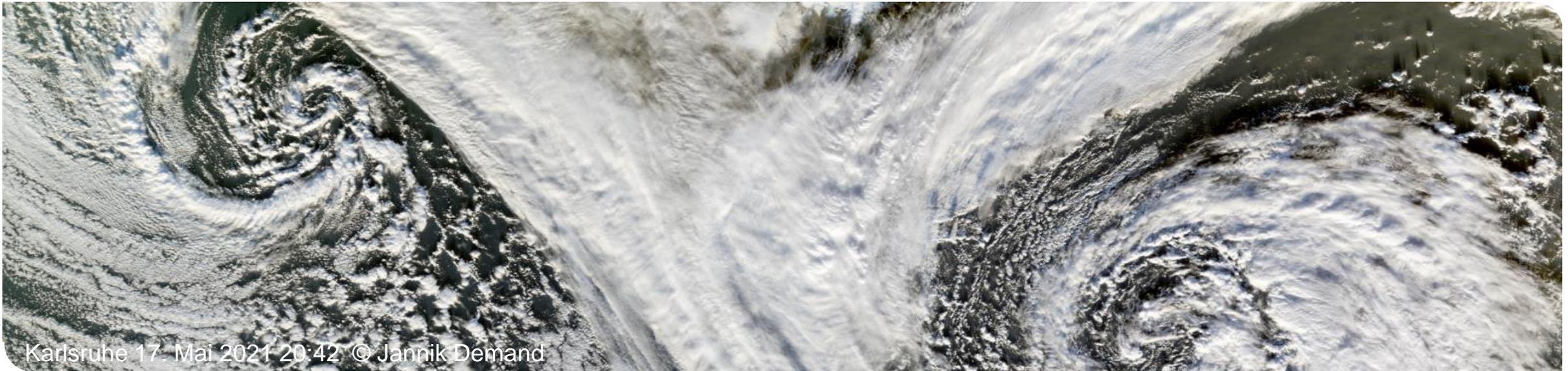
# Vorlesung „Allgemeine Meteorologie“

Prof. Michael Kunz

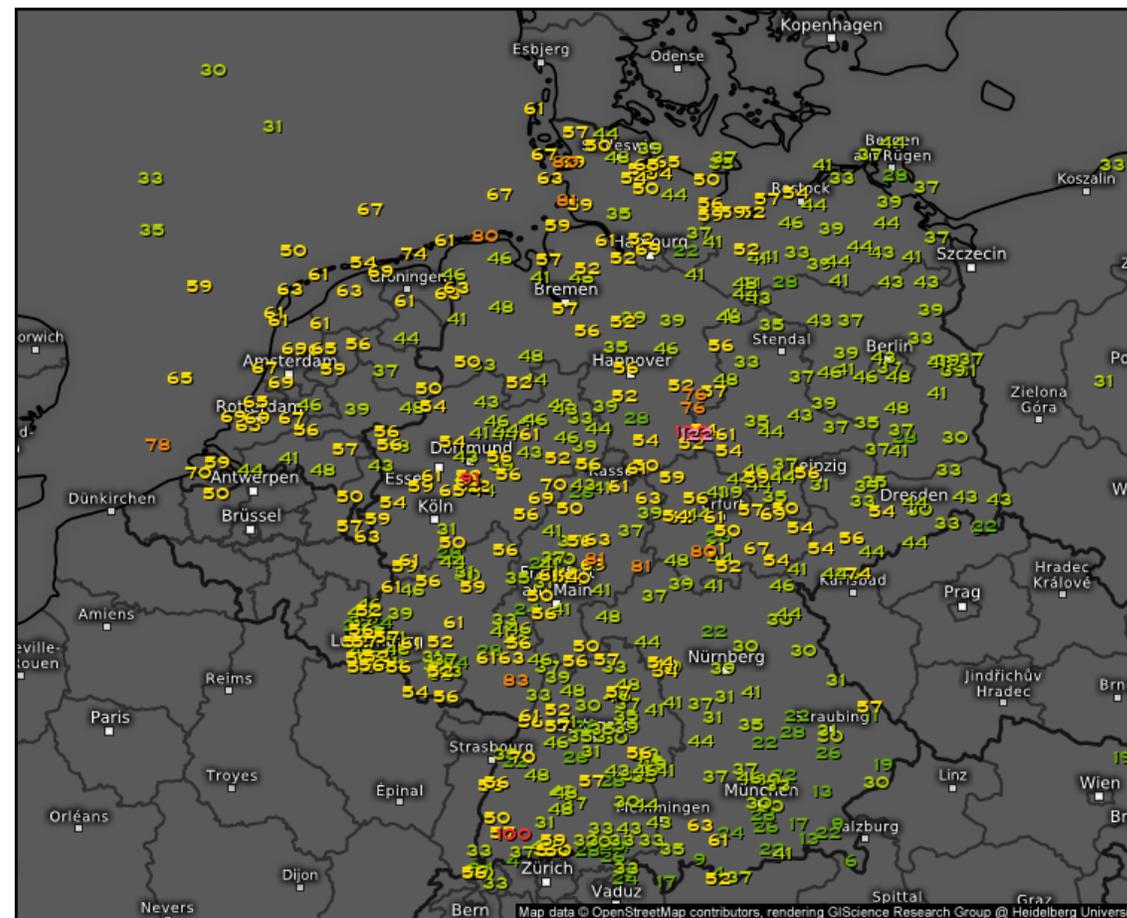
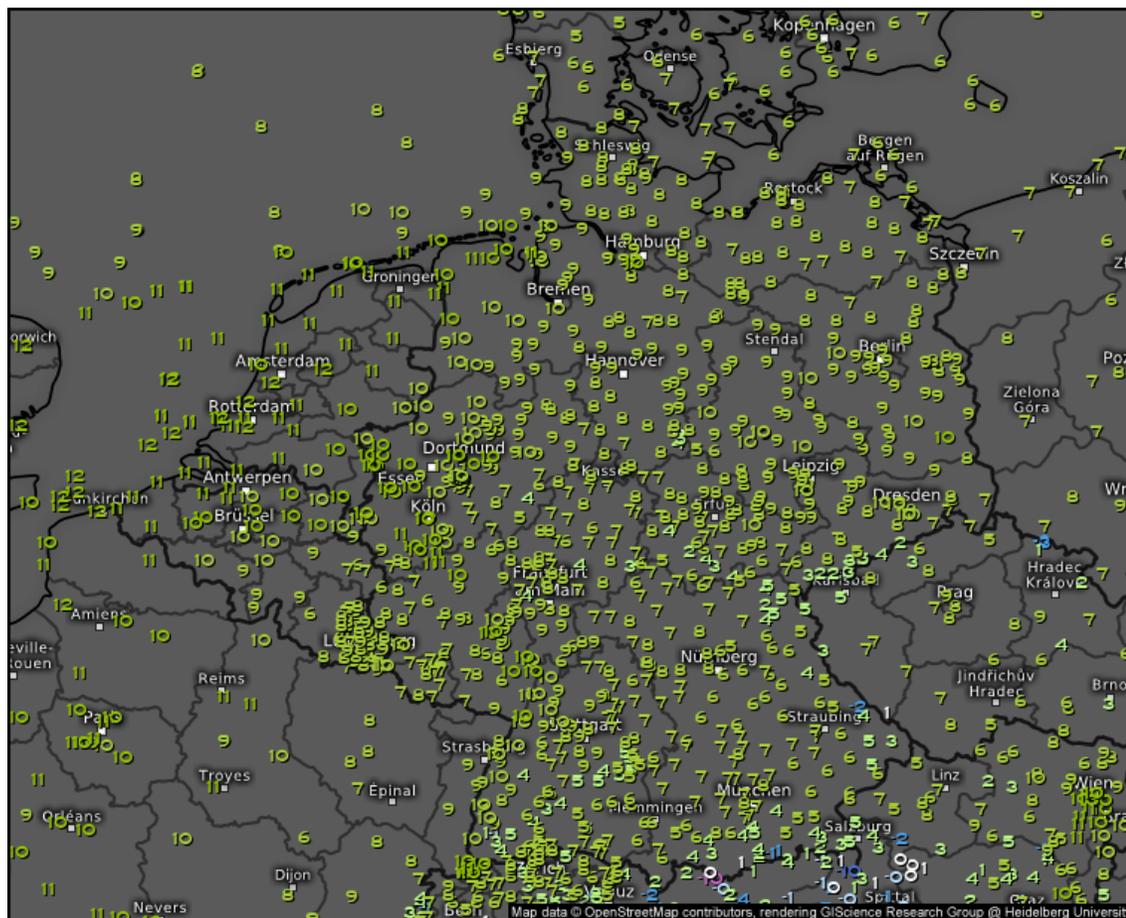
## Kapitel 7: Einführung in die Dynamik der Atmosphäre



# Das Wetter...



# Wetter aktuell



Temperatur 2m (°C)

Do. 12.01.2023, 11:00 Uhr MEZ

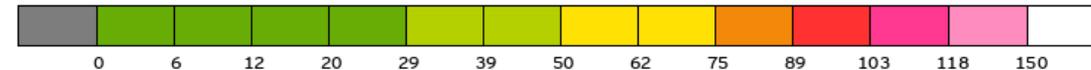


Deutschland, 1.343 Stationen im Kartenausschnitt



Windböen, 10min (km/h)

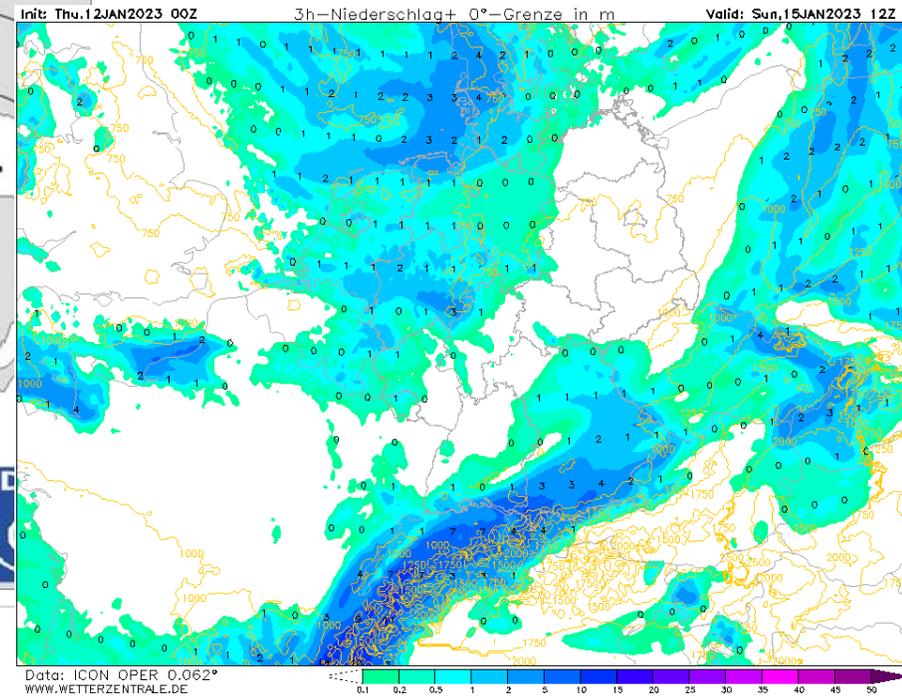
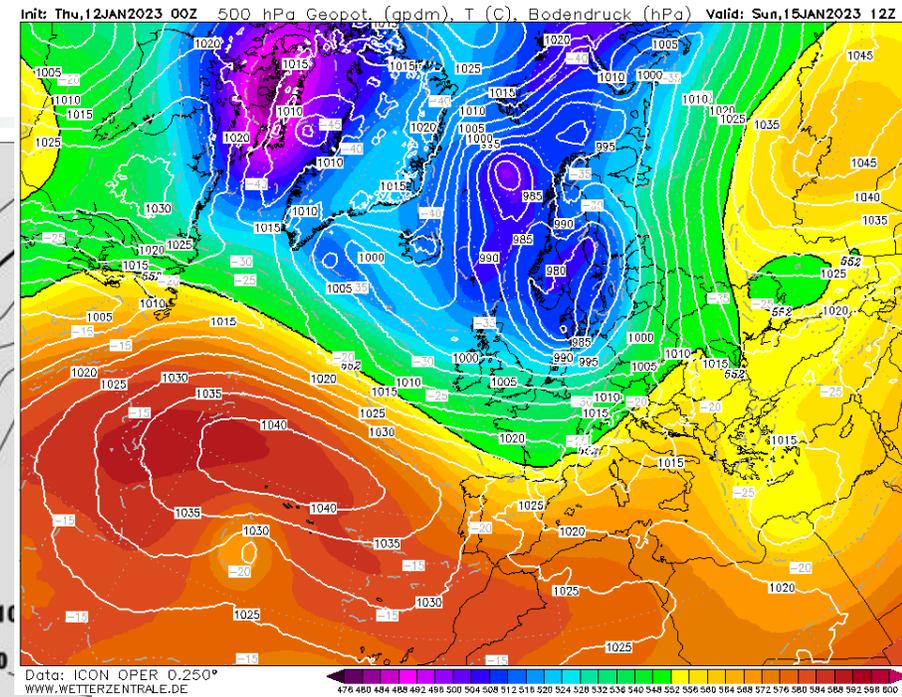
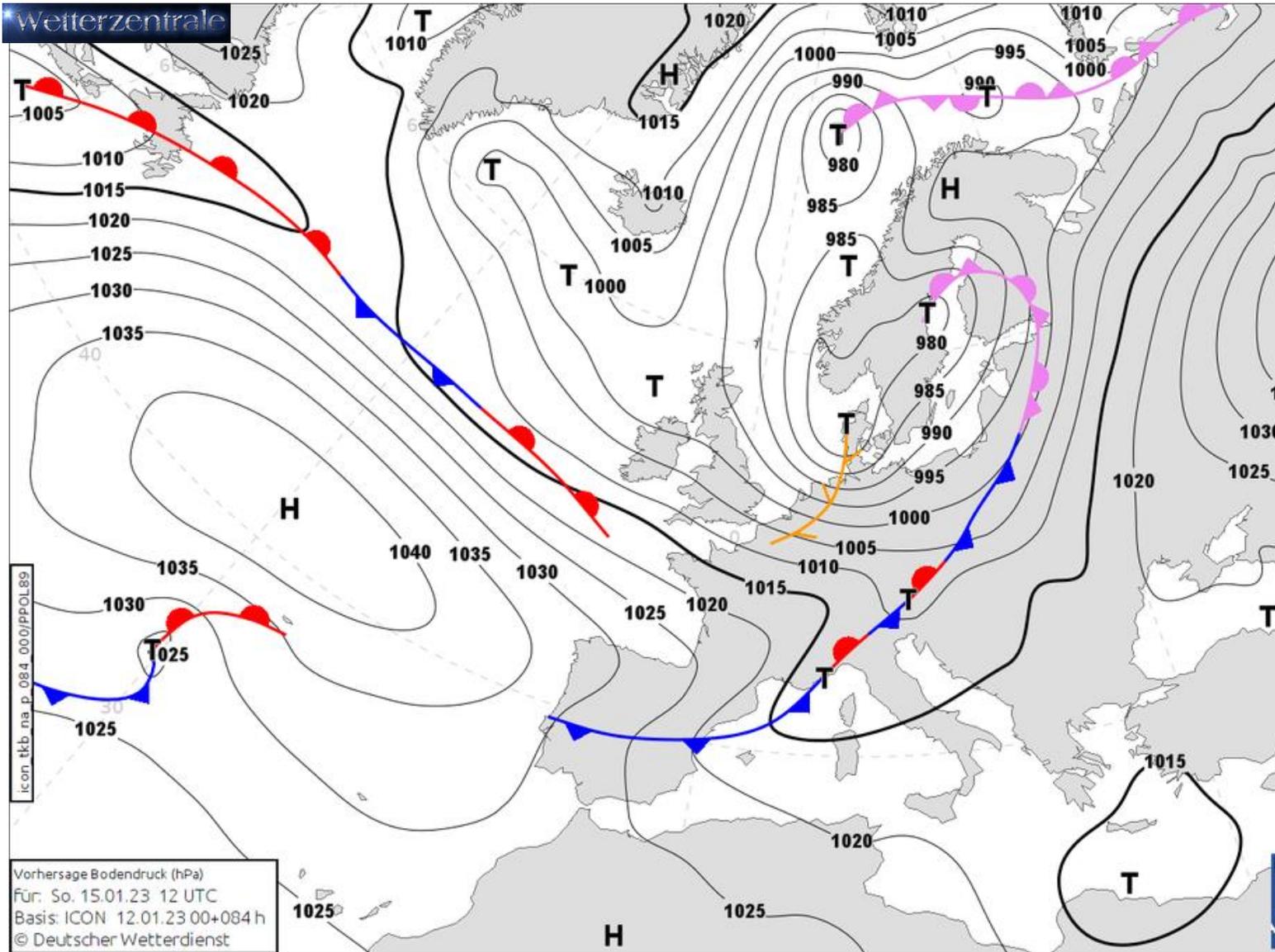
Do. 12.01.2023, 10:30 Uhr MEZ



Deutschland, 554 Stationen im Kartenausschnitt



# Boden/Höhenwetterkarten



# Gesamtniederschlag, Spitzenwindböen

Init: Thu,12JAN2023 06Z

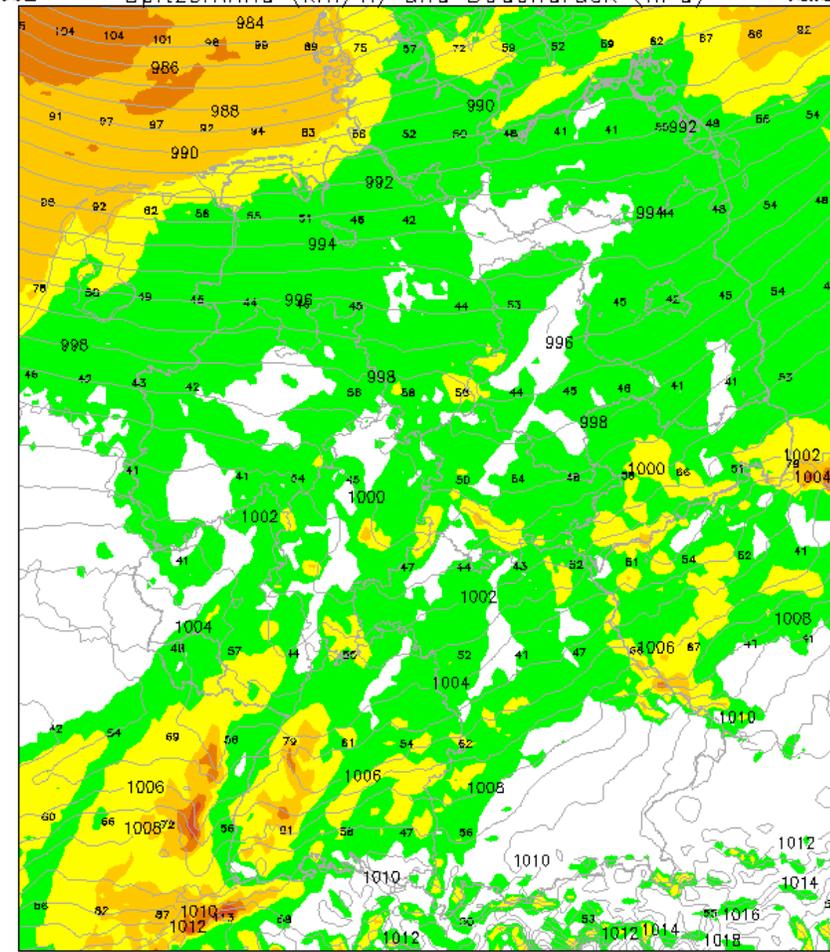
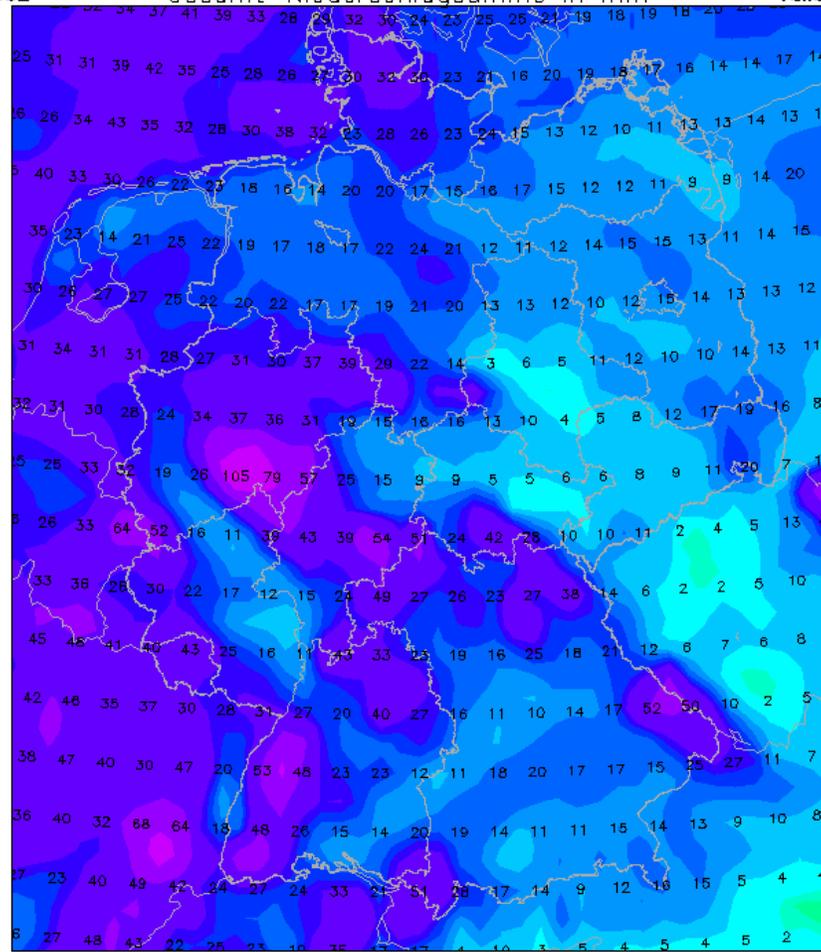
Gesamt-Niederschlagssumme in mm

Valid: Mon,16JAN2023 00Z

06Z

Spitzenwind (km/h) und Bodendruck (hPa)

Valid: Sun,15JAN2023 00Z



Data: ICON OPER 0.250°  
WWW.WETTERZENTRALE.DE

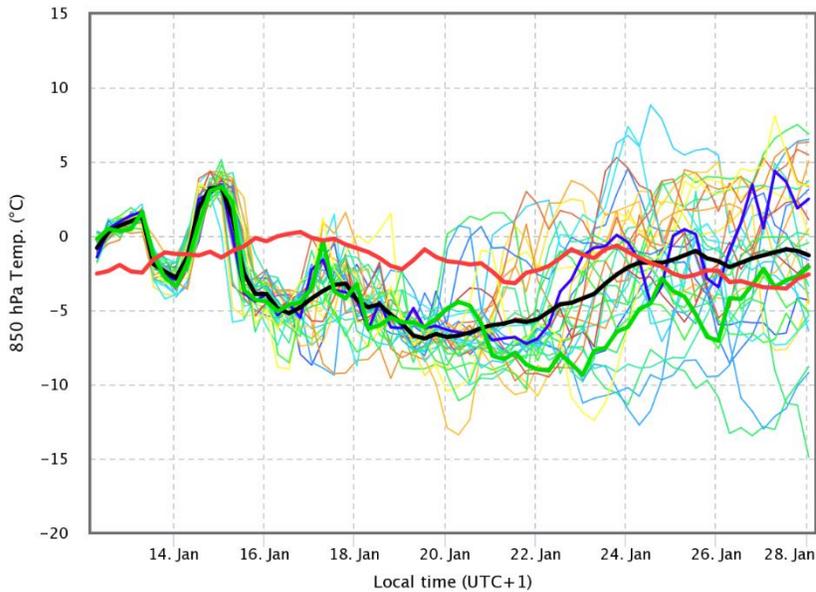
0.1 1 2 5 10 15 20 25 30 50 75 100 150 200 250 E.DE

40 60 80 100 120 140 160 180

# Vorhersage: Ensembles

- Modell GFS (Global Forecast System) des amerik. Wetterdienstes NOAA
- 30 Ensemble Läufe
- Gitterpunkt Karlsruhe

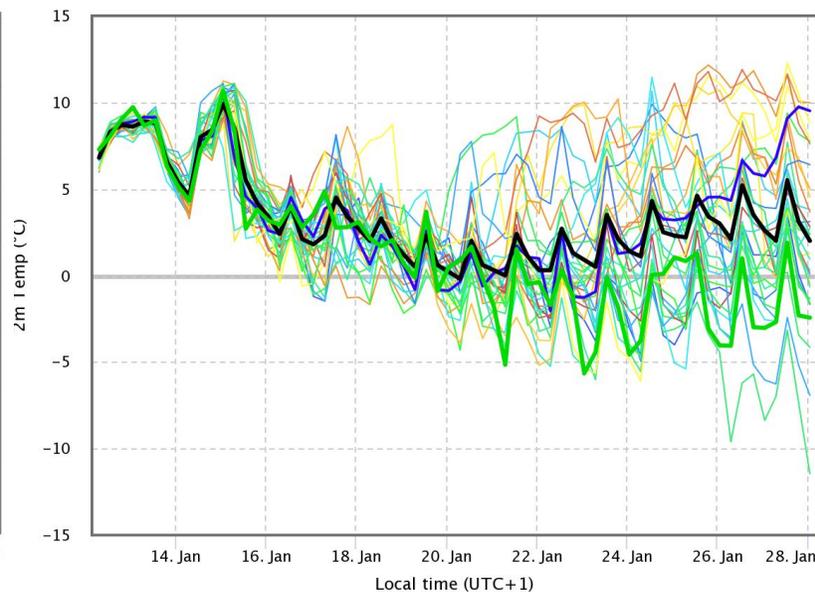
## T850



P01 P02 P03 P04 P05 P06 P07 P08  
 P09 P10 P11 P12 P13 P14 P15 P16  
 P17 P18 P19 P20 P21 P22 P23 P24  
 P25 P26 P27 P28 P29 P30 CONTROL AVG  
 OPER LT MEAN 1981-2010

wetterzentrale.de

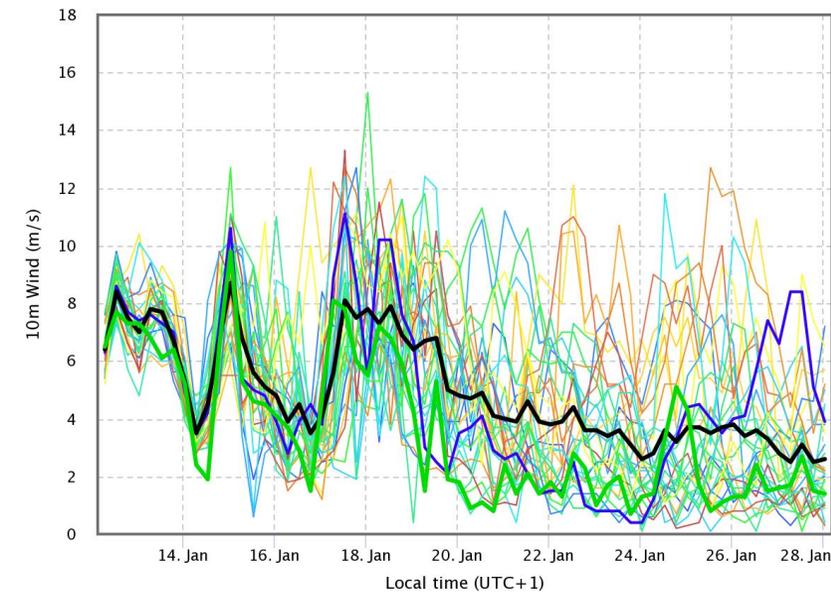
## T 2m



P01 P02 P03 P04 P05 P06 P07 P08  
 P09 P10 P11 P12 P13 P14 P15 P16  
 P17 P18 P19 P20 P21 P22 P23 P24  
 P25 P26 P27 P28 P29 P30 CONTROL AVG  
 OPER

wetterzentrale.de

## 10 m Wind



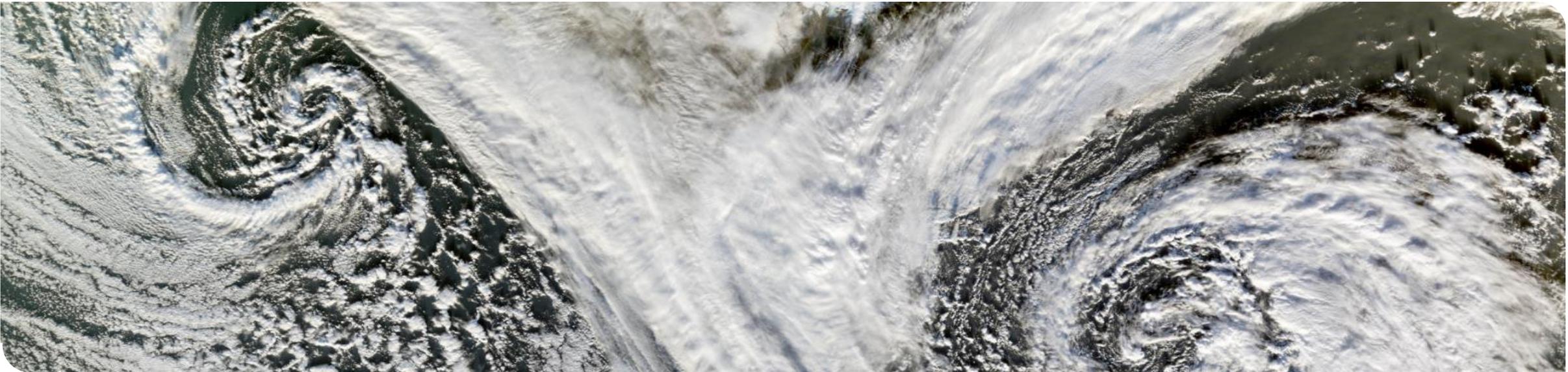
P01 P02 P03 P04 P05 P06 P07 P08  
 P09 P10 P11 P12 P13 P14 P15 P16  
 P17 P18 P19 P20 P21 P22 P23 P24  
 P25 P26 P27 P28 P29 P30 CONTROL AVG  
 OPER

wetterzentrale.de

# Vorlesung „Allgemeine Meteorologie“

Prof. Michael Kunz

## Kapitel 7: Einführung in die Dynamik der Atmosphäre



# Letzte Vorlesung...

## ■ Newtonsche Axiome:

- Lex Prima: Trägheitsgesetz
- Lex Secuda: Beschleunigung infolge von Kräften
- Lex Tertia: Actio = Reactio

$$\vec{I} = m\vec{v} = \text{const.}$$

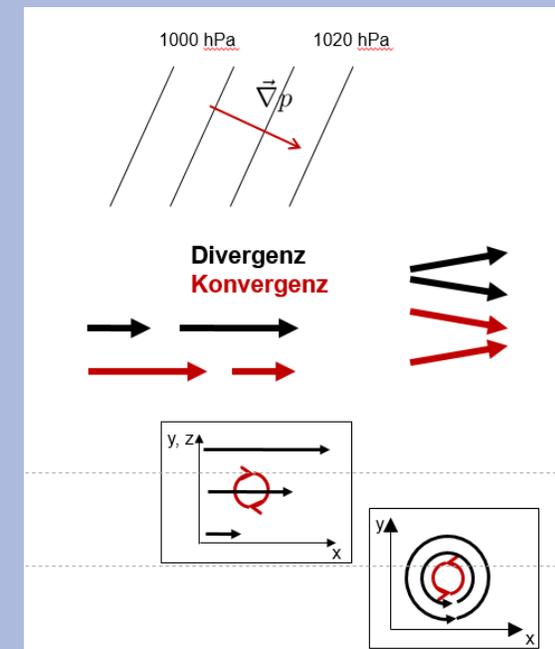
$$\frac{d\vec{I}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = m\vec{a} = \sum_i \vec{F}_i$$

## ■ Gradient, Divergenz, Rotation

$$\text{grad } p = \vec{\nabla} p = \frac{\partial p}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial p}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial p}{\partial z} \vec{k}$$

$$\text{div } \vec{v} = \vec{\nabla} \cdot \vec{v} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\text{rot } \vec{v} = \vec{\nabla} \times \vec{v} = \left( \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \vec{i} + \left( \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \vec{j} + \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \vec{k}$$



# Fragen über Fragen...



*Coriolis, Zentrifugal,  $F_G$ , Reibung, Druckgradientkraft*

■ Welche **Kräfte/Beschleunigungen** wirken auf ein Luftvolumen in der Atmosphäre?

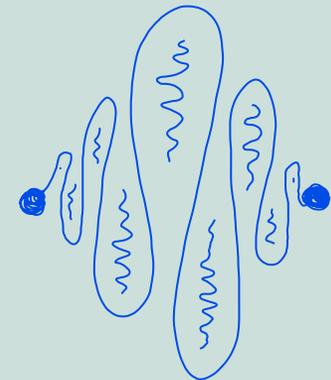
*→ verrichten keine Arbeit !*

■ Welche Kräfte sind **Scheinkräfte**? Was sind überhaupt Scheinkräfte? *Coriolis & Zentrifugal*

■ Welchen Effekt hat die **Reibungskraft** auf die Strömung in der Atmosphäre?

*planetare Grenzschicht!  
bodennah*

*→  $\vec{v}$ : geringe, Ablenkung, Turbulenz  
(viele kleine Wirbel)*



## 7.2 Kräfte/Beschleunigungen in der Atmosphäre

### Impulssatz (aus Lex Secunda)

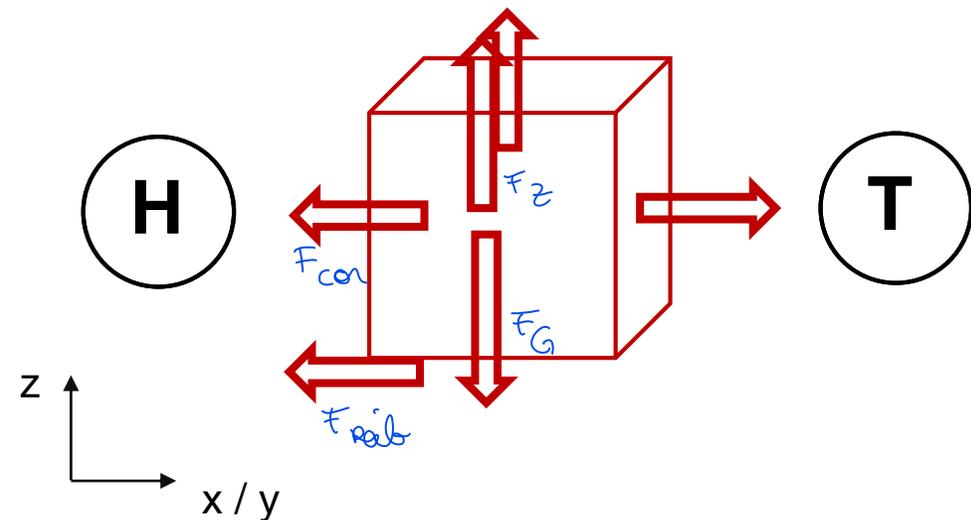
$$\frac{d\vec{I}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = m\vec{a} = \sum_i \vec{F}_i$$

Übertragen auf die Atmosphäre:

- Bewegungen (Beschleunigungen) sind das Resultat von Kräften, die auf ein Luftteilchen (Volumen) wirken

#### ■ Kräfte in der Atmosphäre und ihre Richtungen:

- » Druckgradientkraft
  - » Schwerkraft
  - » Reibungskraft
  - » *Corioliskraft\** (nur im Relativsystem!)
  - » *Zentrifugalkraft\** (nur im Relativsystem!)
- \* aufgrund Erdrotation (& Krümmung Strömung)*



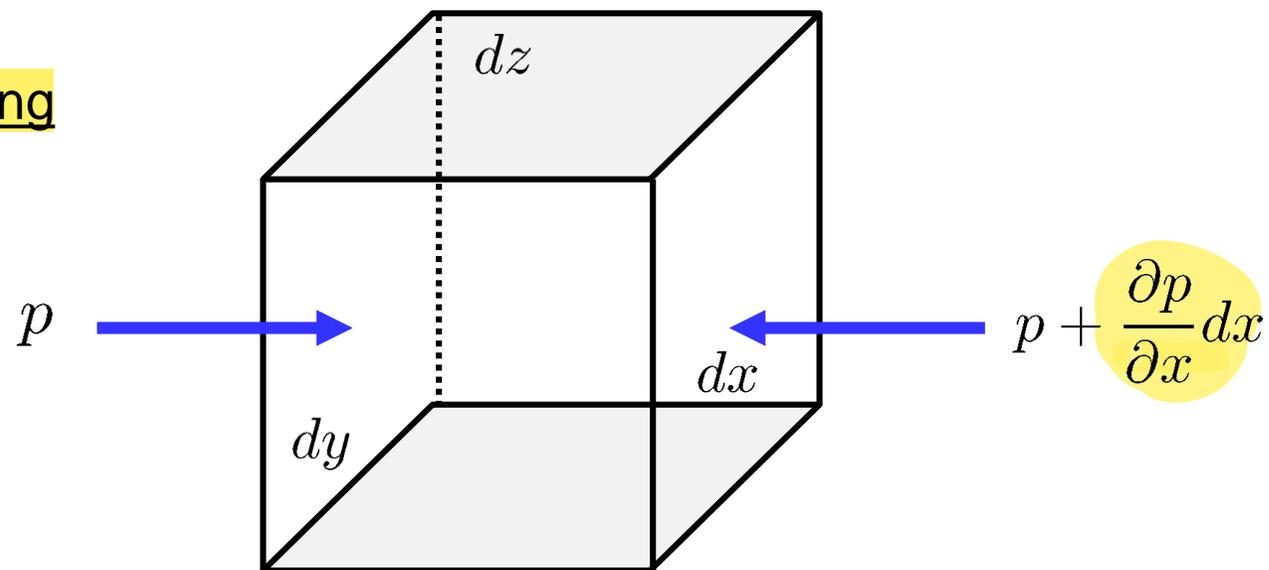
#### ■ In Bewegungsgleichungen meist Angabe Kraft pro Masseneinheit = Beschleunigung

## 7.2.1 Druckgradient-Beschleunigung

### Druckgradient: Ursache der Luftbewegungen, *Erönungen*

- Betrachtung differentielles Volumenelement  $dV = dx dy dz$
- Es sei  $p = p(x, y, z)$ ; Druck = Gewichtskraft / Fläche

#### Druckgradientkraft in $x$ -Richtung



- Kraft linke Seite:  $p dy dz$

- Kraft rechts:  $-\left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx\right) dy dz$

$$\left. \begin{array}{l} p dy dz \\ -\left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx\right) dy dz \end{array} \right\} -\frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz = -\frac{\partial p}{\partial x} dV = dF_{p,x}$$

# 7.2.1 Druckgradient-Beschleunigung

## Druckgradient: wichtigste Kraft für Luftbewegungen

### Druckgradientkraft in y/z-Richtung

$$dF_{p,y} = -\frac{\partial p}{\partial y}dV, \quad dF_{p,z} = -\frac{\partial p}{\partial z}dV$$

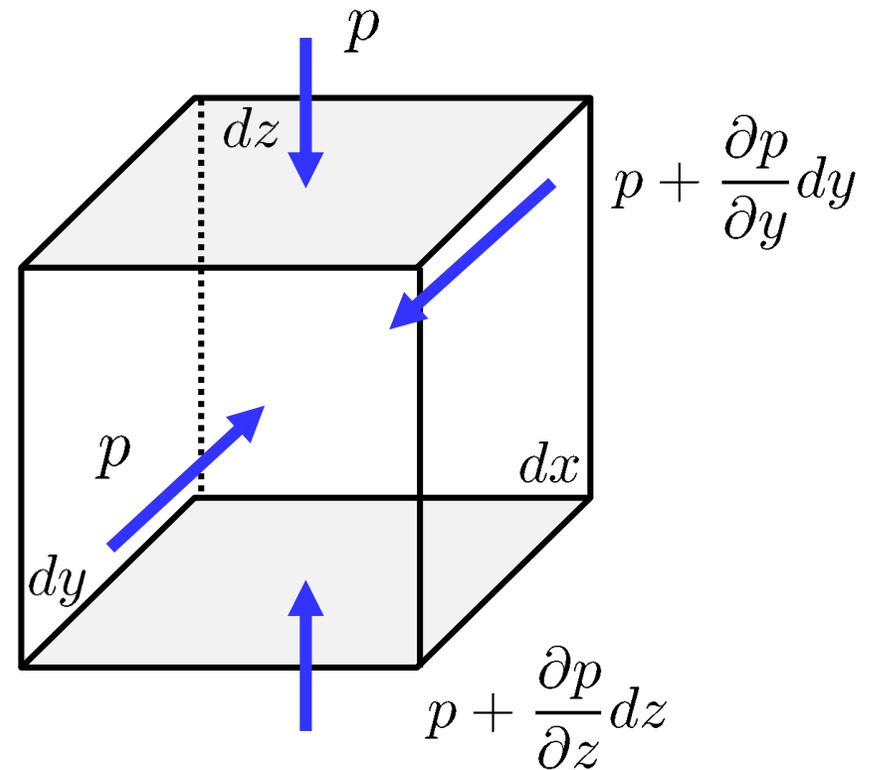
■ Insgesamt also:

$$d\vec{F}_p = -\left(\frac{\partial p}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial p}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial p}{\partial z}\vec{k}\right)dV$$

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  : Einheitsvektoren in x, y, z-Richtung

■ Damit folgt für Druckgradientkraft pro Masseneinheit (= Beschleunigung)

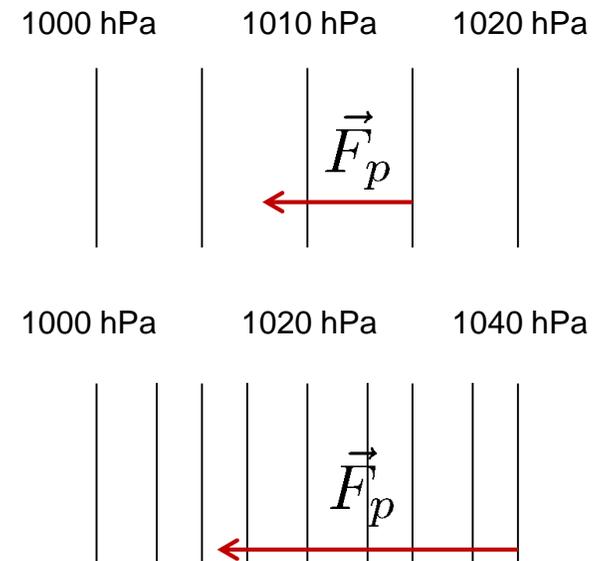
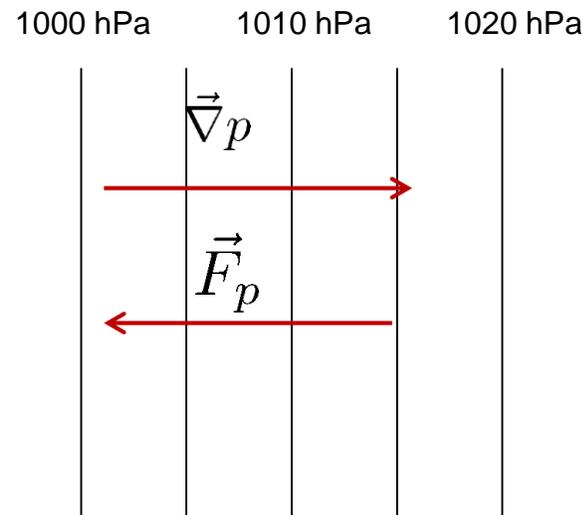
$$\frac{\vec{F}_p}{m} = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial p}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial p}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial p}{\partial z}\vec{k} \right) = -\frac{1}{\rho} \text{grad } p = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p$$



## 7.2.1 Druckgradient-Beschleunigung



- Beachte: Gradient zeigt stets in Richtung des größten Anstiegs; wegen neg. Vorzeichen ist  $\vec{F}_p$  vom hohen zum tiefen Druck gerichtet
- Ohne weitere Kräfte würde Luft vom hohen zum tiefen Druck strömen (**aber: wegen Corioliskraft ist das nicht der Fall!**) *je nach Skala (bei größeren Skala nicht) aber z.B. Land-See-Wind nicht Coriolis*
- Halbierung der Strecke der Druckdifferenz verdoppelt Druckgradient-Beschleunigung



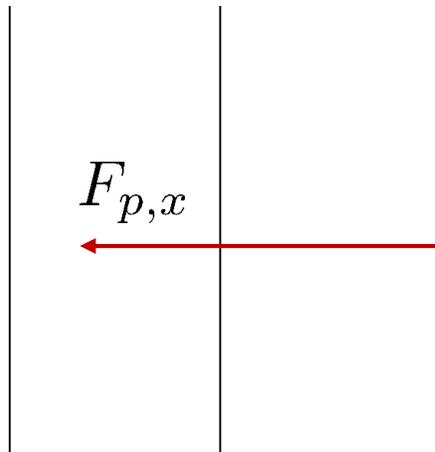
## 7.2.1 Druckgradient-Beschleunigung

### Beschleunigung eines Luftpakets infolge eines Druckgradienten

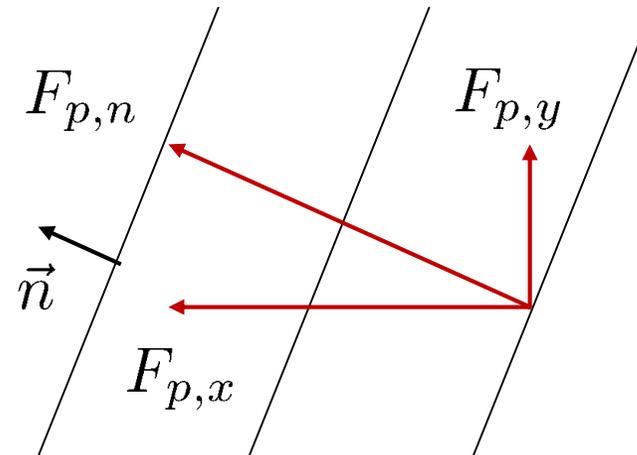
- Wenn Druckgradient zwei (oder drei) Komponenten aufweist, kann der Betrag des Druckgradienten bestimmt werden durch den Normalenvektor

$$\frac{F_p}{m} = \frac{1}{m} \sqrt{F_{p,x}^2 + F_{p,y}^2} = -\frac{1}{\rho} \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)^2} \rightarrow \frac{F_{p,n}}{m} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n}$$

1000 hPa    1010 hPa    1020 hPa



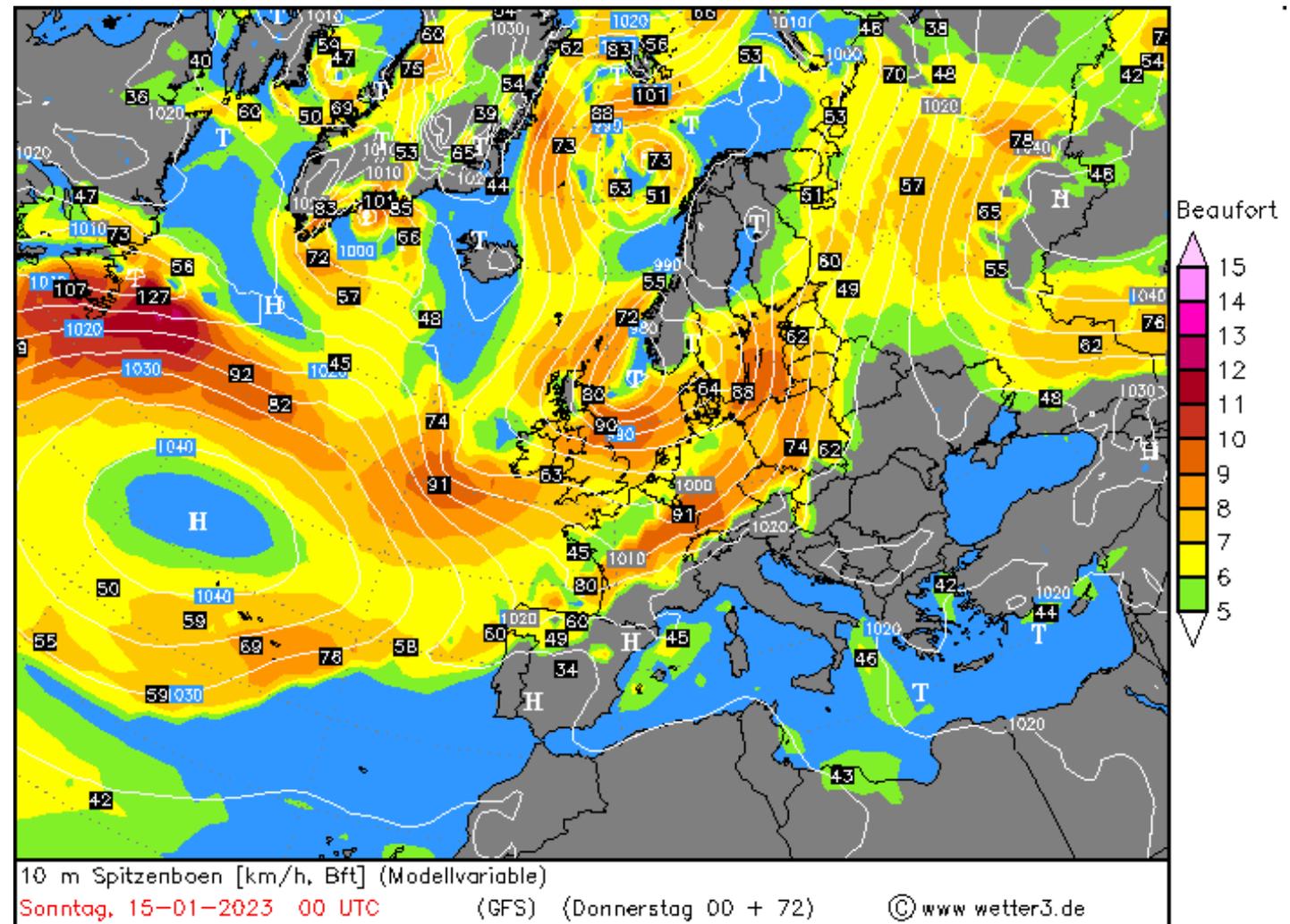
1000 hPa    1010 hPa    1020 hPa



# 7.2.1 Druckgradient-Beschleunigung

## Beschleunigung eines Luftpakets infolge eines Druckgradienten

- Windgeschwindigkeit proportional zu Druckgradient (Annahmen geostrophisches Gleichgewicht und konstante geographische Breite)



## 7.2.2 Schwerebeschleunigung

### Vertikale Beschleunigung eines Luftpakets infolge Gravitation (Schwerkraft)

- Gravitationsbeschleunigung zum Erdmittelpunkt gerichtet:  $\frac{F}{m} = g^* = -\gamma \frac{m_E}{R_E^2}$

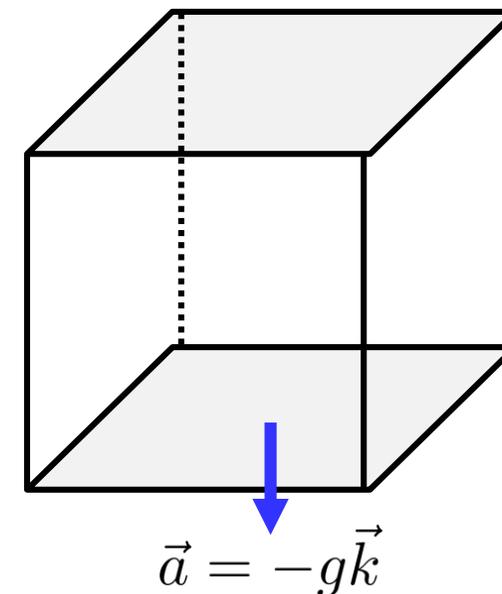
$\gamma$  Gravitationskonstante,  $m_E$  Masse Erde,  $R_E$  Radius Erde,  $g^*$  Schwerebeschleunigung

- Schwerebeschleunigung (Kraft pro Masseneinheit) als Resultat der Gravitation

$$\frac{\vec{F}_G}{m} = 0 \cdot \vec{i} + 0 \cdot \vec{j} - g \cdot \vec{k} = -g \cdot \vec{k}$$

$\vec{k}$  : Einheitsvektor in z-Richtung

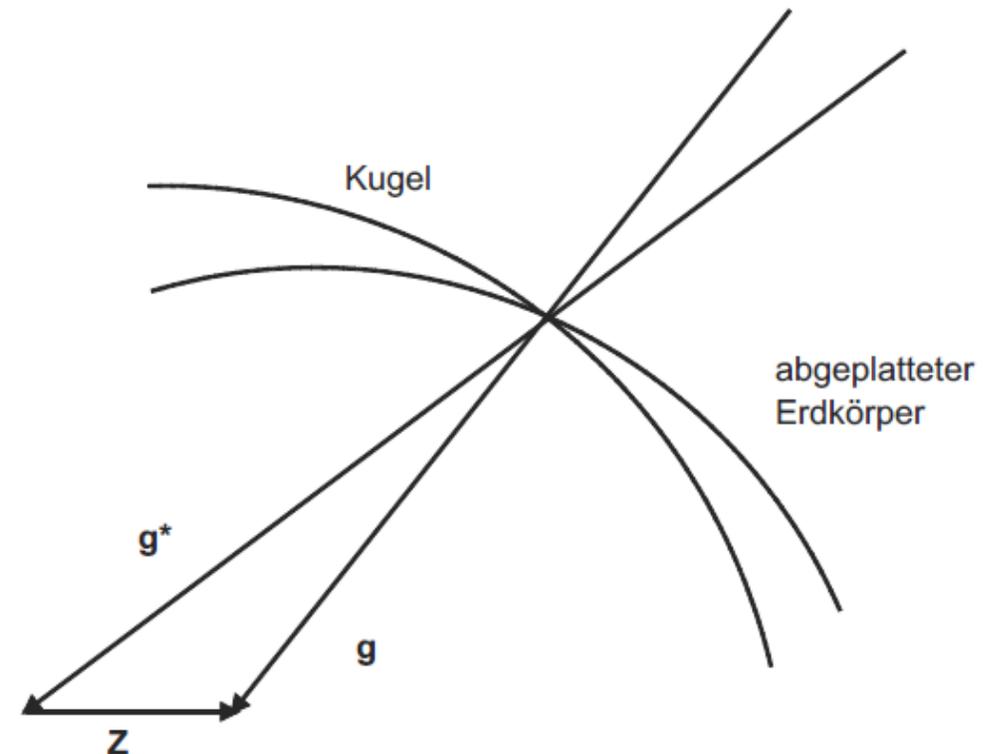
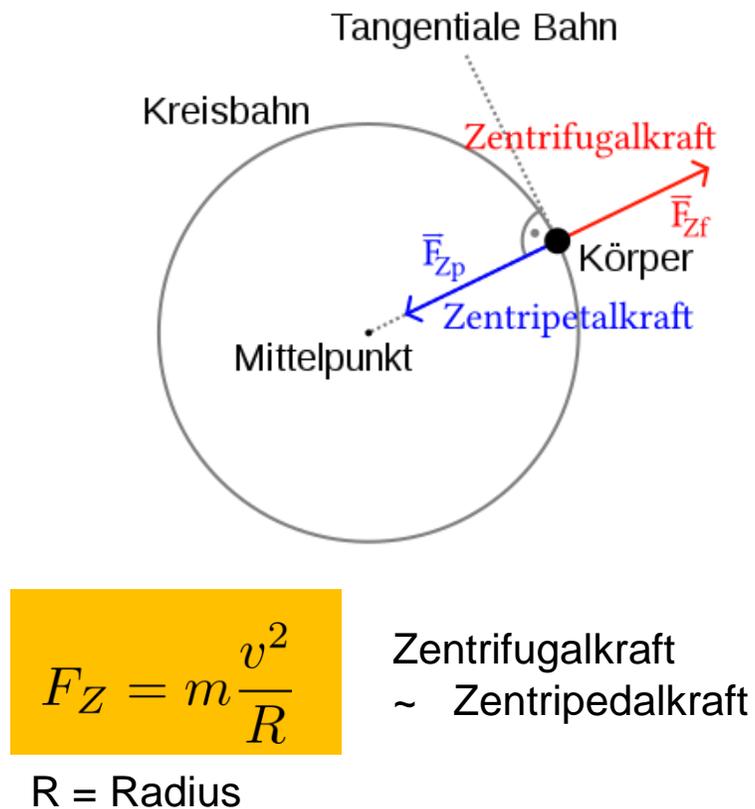
- Schwerebeschleunigung ist abhängig von **Höhe**  $z$  (Abstand vom Erdmittelpunkt) und **geografischer Breite**  $\varphi$  (Abplattung Erde)
- Unterschiede der Schwerebeschleunigung aufgrund des inhomogenen Aufbaus der Erde werden i.d.R. vernachlässigt



## 7.2.3 Zentrifugalbeschleunigung

### Gravitation vs Zentrifugalkraft

- Durch Rotation / Zentrifugalkraft: Modifikation der Gravitation
- Führt zur Abplattung der Erde an den Polen und „Äquatorwulst“



## 7.2.3 Zentrifugalbeschleunigung

### Gravitation vs Zentrifugalkraft

- Durch Rotation / Zentrifugalkraft: Modifikation der Gravitation
- Führt zur Abplattung der Erde an den Polen und „Äquatorwulst“

- Berücksichtigung bei Gravitationsbeschleunigung:

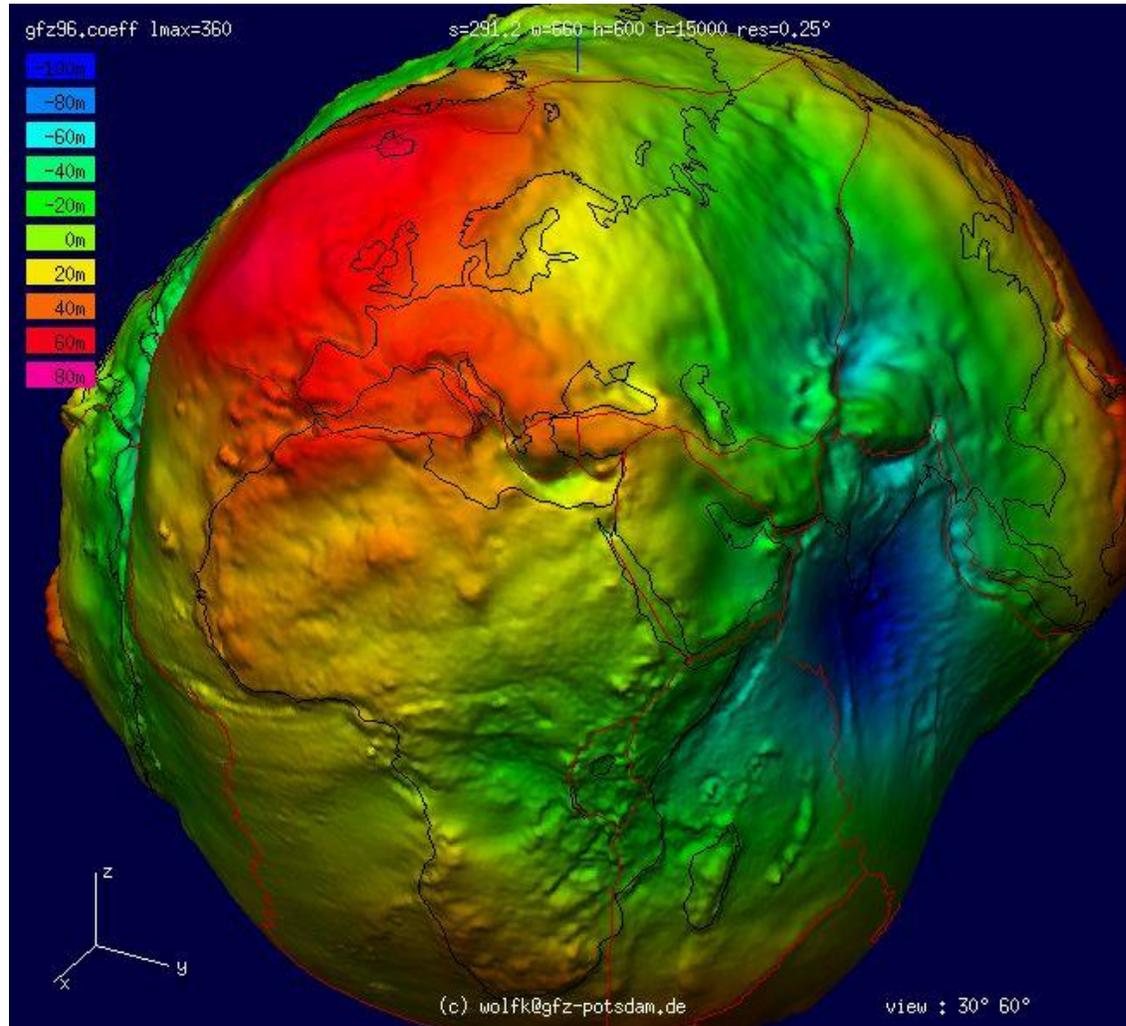
$$g = g^* - \frac{F_Z}{m} = g^* - \frac{v^2}{R}$$

- **Tatsächliche (effektive) Schwerebeschleunigung** als Funktion der Höhe  $z$  (Abstand vom Erdmittelpunkt) und der geografischen Breite  $\varphi$  (Abplattung Erde)

$$g(\varphi, z) = 9,80665 \text{ m s}^{-2} (1 - 0,0026373 \cos 2\varphi + 0,0000059 \cos^2 2\varphi) (1 - 3,14 \cdot 10^{-7} z \text{ m}^{-1})$$

# Ist die Erde rund oder eine Kartoffel?!?

## Erdschwerefeldes für GFZ 96



10 000-fache Vergrößerung

Schwereanomalien:

Masse in der Erdkruste (Gebirge, Kontinentalplatten) und im Erdmantel und -kern ist nicht gleichmäßig verteilt

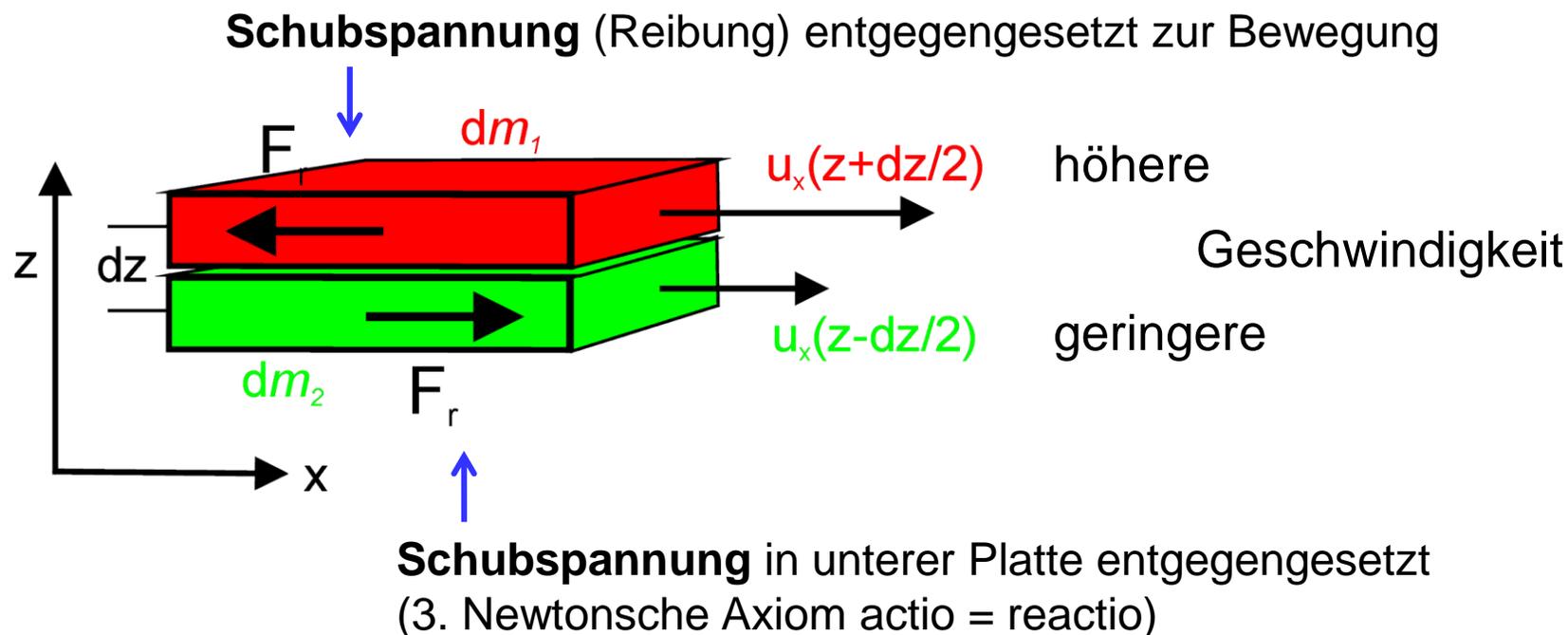
*Schichten nicht kugelsymmetrisch*

Quelle: <http://www-app2.gfz-potsdam.de/sec13/animated-potato-d-cms.html>

## 7.2.4 Reibungskraft

### Negative Beschleunigung eines Luftpakets infolge von Reibung

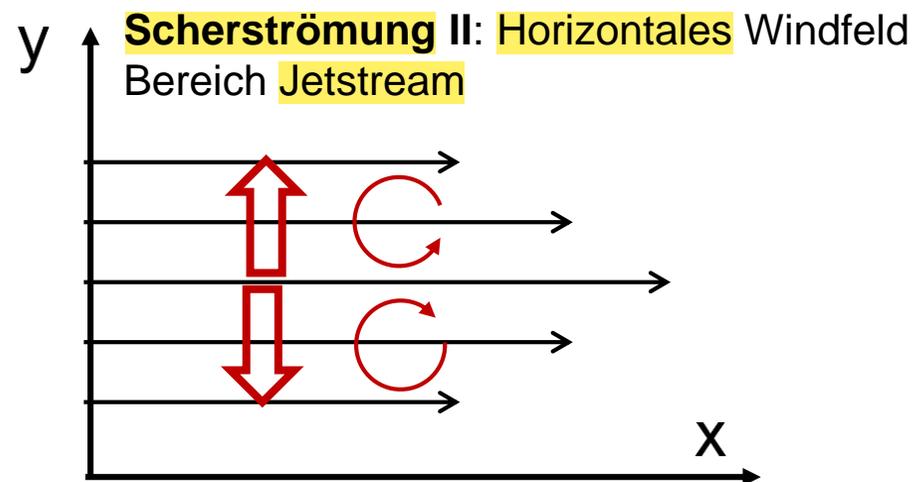
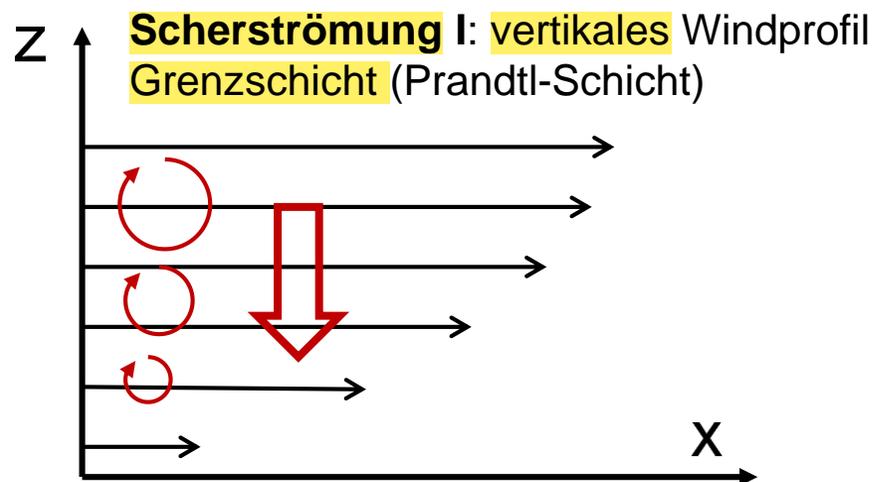
- Reibungskräfte am Boden verursachen Schubspannung (Kraft pro Flächeneinheit parallel zur Fläche), die entgegen der Bewegung wirkt
- Analogon: Zwei Platten, obere Platte mit höherer Geschwindigkeit; erfährt ein Abbremsen durch untere Platte wegen Schubspannung



## 7.2.4 Reibungskraft

### Negative Beschleunigung eines Luftpakets infolge von Reibung

- **Mikrophysikalisch:** Luftteilchen aus Bereichen mit höheren Geschwindigkeiten übertragen Impuls an Schichten mit geringeren Geschwindigkeiten v.a. durch **turbulenten Austausch** (abh. von thermischer Schichtung); Reibung in Luft, nicht an Oberfläche
  - turbulenter Austausch  $\gg$  molekularer Austausch
- Dadurch **verliert die Strömung Impuls** an die Oberfläche



*Scherströmungen am stärksten bei Erweitern*

*↳ 70er/80er Hauptursache für Flugzeugabstürze (braucht eig. Wind von vorne für Auftrieb, dann aber Wind 180° gedreht)*

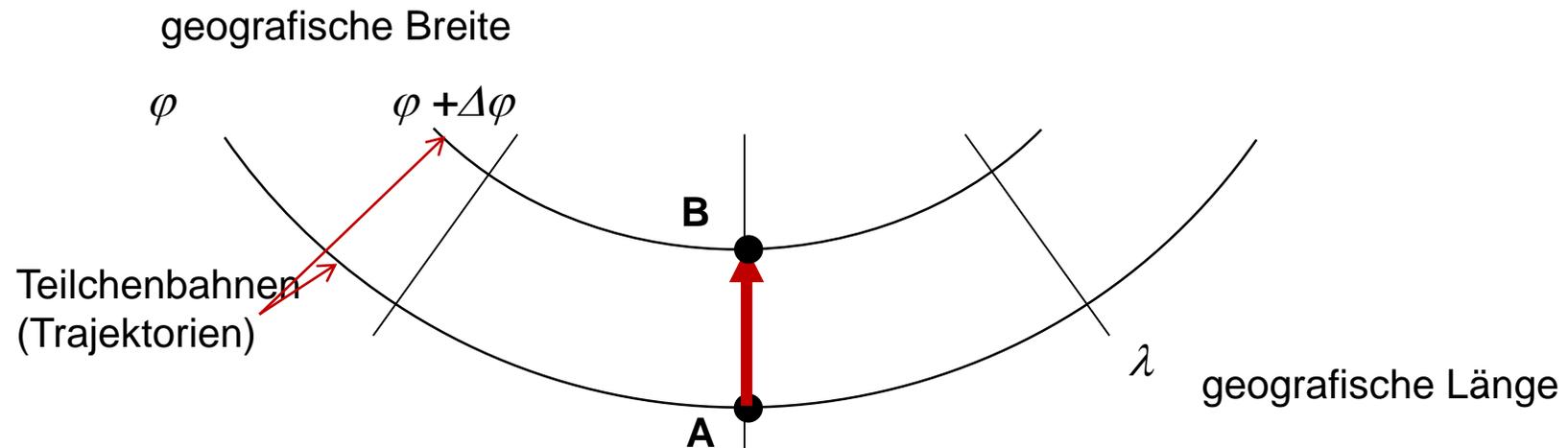
# Fragen über Fragen...

- Woher resultiert die **Corioliskraft**? *Erdrotation*
- Was sind die **Folgen** der Corioliskraft für die Strömung? *Ablenkung*  *Nord: nach rechts  
Süd: nach links*
- Wo ist die Corioliskraft am **größten**? *Polen*
- Welchen Wert hat sie am **Äquator**? *0*
- Gibt es **tropische Wirbelstürme** am Äquator? *nein  
ab  $\pm 5^\circ$  von Äquator*

## 7.2.5 Coriolisbeschleunigung

### Resultat der Rotation der Erde

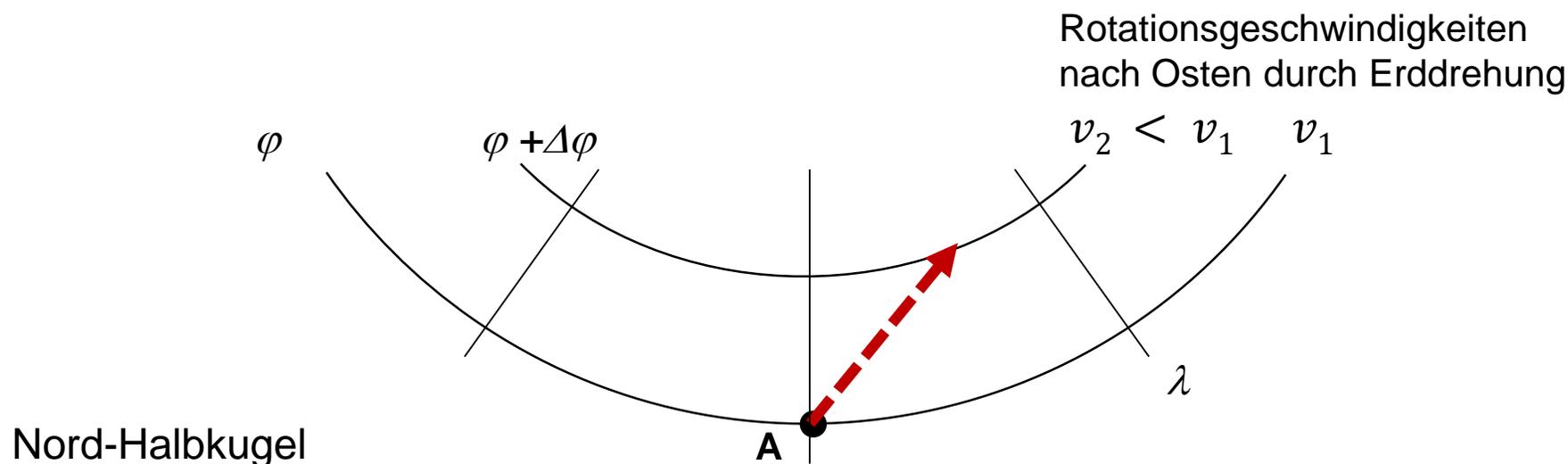
#### ■ Meridionale Bewegung ohne Rotation Erde



## 7.2.5 Coriolisbeschleunigung

### Resultat der Rotation der Erde

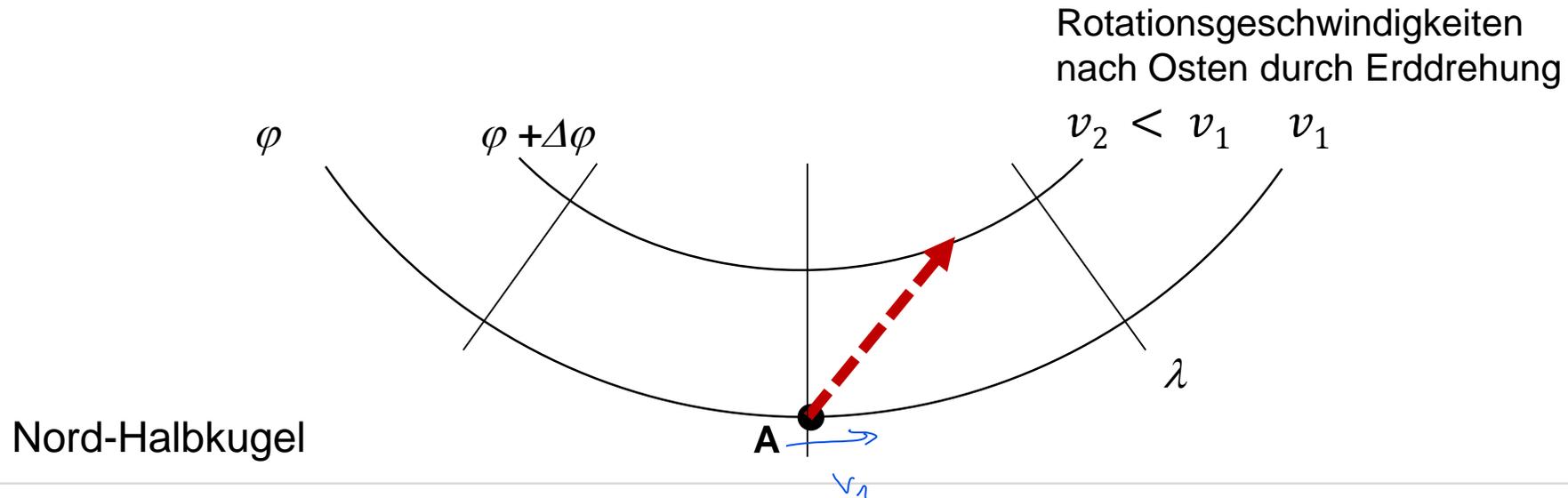
- Meridionale Bewegung mit **Rotation Erde**
- Newtonsche Axiome gültig im **Inertialsystem** (unbeschleunigt, fest ggü. Fixsternhimmel)
- Übertragung auf **rotierendes System Erde → Scheinkräfte**
  - können keine Arbeit verrichten, also keine Beschleunigung
  - führen zur Ablenkung der Strömung
- Wichtigste Scheinkraft (in Atmosphäre): **Corioliskraft**



## 7.2.5 Coriolisbeschleunigung

### Resultat der Rotation der Erde

- Teilchen in **A** besitzt Rotationsgeschwindigkeit  $v_1$  durch Erddrehung
  - Weg nach Norden  $\rightarrow$  Gebiet mit geringerer Rotationsgeschwindigkeit  $v_2$
  - Aus Trägheitsgründen versucht Teilchen  $v_1$  beizubehalten
    - $\rightarrow$  Ablenkung nach Osten, nach rechts in Bewegungsrichtung

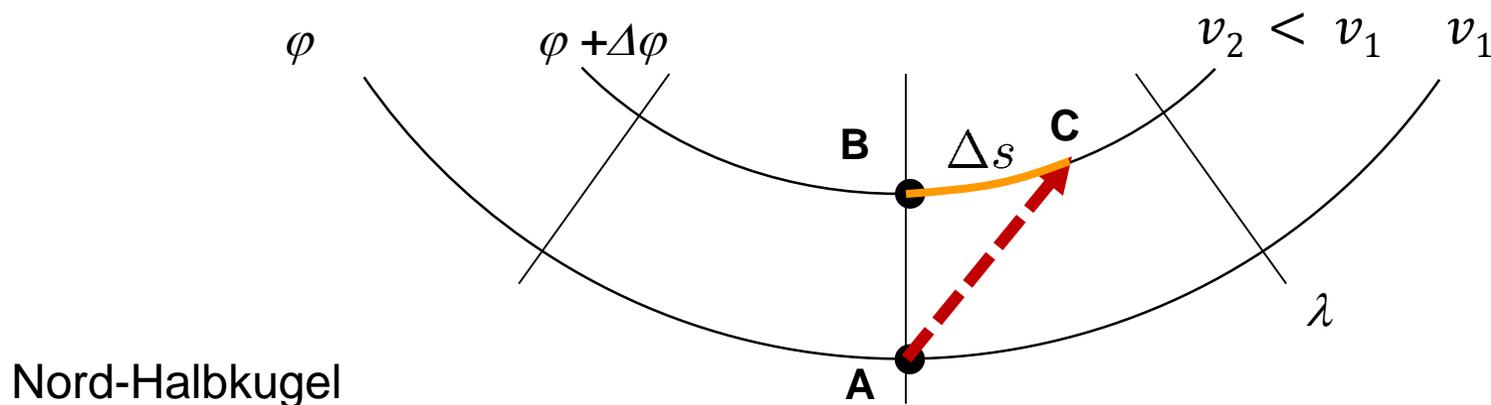


## 7.2.5 Coriolisbeschleunigung

### Resultat der Rotation der Erde

- Geschwindigkeiten durch Rotation:  $v_1 = \frac{2\pi}{t^*} R \cos \varphi$   $v_2 = \frac{2\pi}{t^*} R \cos(\varphi + \Delta\varphi)$  ?
- $R$  : Erdradius  $t^* = \frac{2\pi}{\Omega}$  : Umdrehungsperiode
- $\Omega = \frac{2\pi}{t^*} = \frac{2\pi}{86164 \text{ s}} = 7,292 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$  Winkelgeschwindigkeit Erde

- Strecke B – C:  $\Delta s = \Delta v \cdot \Delta t = (v_1 - v_2) \Delta t = \frac{2\pi}{t^*} R (\cos \varphi - \cos(\varphi + \Delta\varphi)) \Delta t$
- $\Delta t$ : Zeit, um von  $\varphi$  nach  $\varphi + \Delta\varphi$  zu kommen



## 7.2.5 Coriolisbeschleunigung

### Resultat der Rotation der Erde

- Konstante Beschleunigung (W-O Richtung):

für Strecke A – B gilt:

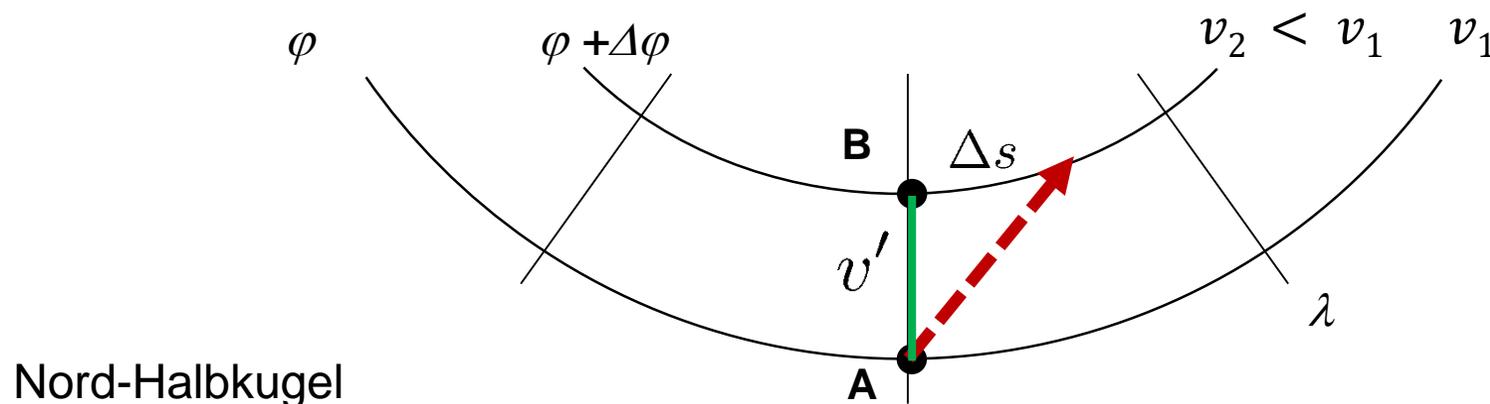
- daraus folgt

$$\Delta s = \frac{2\pi}{t^*} R (\cos \varphi - \cos(\varphi + \Delta\varphi)) \Delta t$$

$$\Delta s = \frac{1}{2} a (\Delta t)^2 \Leftrightarrow \underline{a} = \frac{2\Delta s}{\Delta t^2}$$

$$\Delta\varphi \cdot R = v' \Delta t \Leftrightarrow \Delta t = \frac{R\Delta\varphi}{v'}$$

$$\underline{a} = \frac{4\pi \cos \varphi - \cos(\varphi + \Delta\varphi)}{t^* \Delta\varphi} v'$$



## 7.2.5 Coriolisbeschleunigung

### Resultat der Rotation der Erde

- Konstante Beschleunigung (W-O Richtung):

für Strecke A – B gilt:

- daraus folgt

- ...mit

$$\Omega = \frac{2\pi}{t^*}$$

- ...Übergang zu Differentialen ( $\Delta\varphi \rightarrow d\varphi$ )

→ **Coriolisbeschleunigung** (hier für  $y$ -Komponente): (massenspezifische) Scheinkraft, die auftritt bei Bewegung relativ zur rotierenden Erde

$$\Delta s = \frac{2\pi}{t^*} R (\cos \varphi - \cos(\varphi + \Delta\varphi)) \Delta t$$

$$\Delta s = \frac{1}{2} a (\Delta t)^2 \Leftrightarrow a = \frac{2\Delta s}{\Delta t^2}$$

$$\Delta\varphi \cdot R = v' \Delta t \Leftrightarrow \Delta t = \frac{R\Delta\varphi}{v'}$$

$$a = \frac{4\pi}{t^*} \frac{\cos \varphi - \cos(\varphi + \Delta\varphi)}{\Delta\varphi} v'$$

$$= 2\Omega \frac{\cos \varphi - \cos(\varphi + \Delta\varphi)}{\Delta\varphi} v'$$

$$= -2\Omega v' \frac{d \cos \varphi}{d\varphi} = 2\Omega v' \sin \varphi$$

→ abh von  
geogr. Breite  
z. B. Äquator  $\sin(0)$

# 7.2.5 Coriolisbeschleunigung

## Resultat der Rotation der Erde

### ■ W-O Bewegung bei rotierender Erde (Nordhalbkugel)

- Teilchen in P, das sich mit Geschwindigkeit  $u$  nach Osten bewegt, hat absolute Geschwindigkeit:  $u_a = u + \Omega r$
- Teilchen erfährt Zentrifugalbeschleunigung:

$$\frac{u_a^2}{r} = \frac{(u + \Omega r)^2}{r} = \Omega^2 r + 2u\Omega + \frac{u^2}{r}$$

$\Omega^2 r$  wirkt auf alle Teilchen Erdoberfläche (Abplattung Erde; bereits in  $g^*$  enthalten)

$\frac{u^2}{r}$  Zentrifugalkraft bei W-O Bewegung; betragsmäßig sehr klein, wird i.d.R. vernachlässigt ( $\sim 10^{-5} \text{ m s}^{-2}$ )

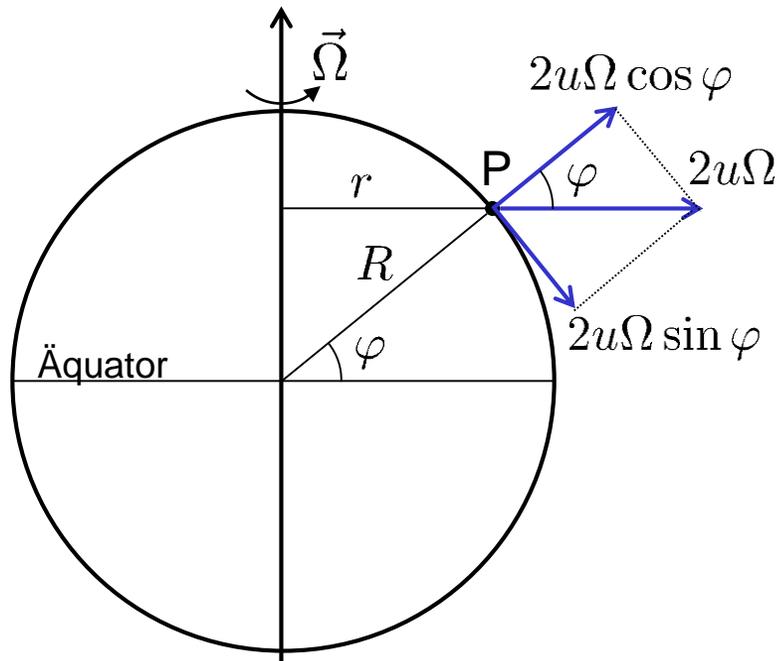
$2u\Omega$  Zerlegung in  $y/z$  Komponente

Vertikalkomp.:  $2u\Omega \cos \varphi$

→ ~3 Größenordnungen < als Gravitation

Horizontalkomp.:  $2u\Omega \sin \varphi$

→ **Rechtsablenkung bei W-O Bewegung**



## 7.2.5 Coriolisbeschleunigung

### Resultat der Rotation der Erde

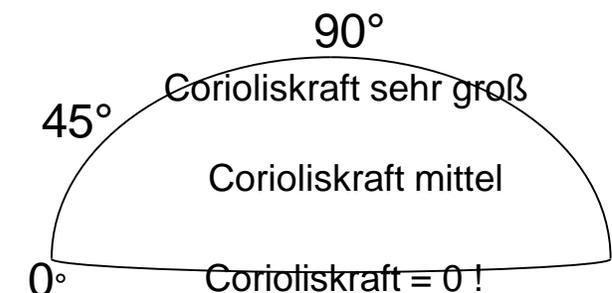
- Corioliskraft ist ein 3-D Vektor mit den drei Komponenten

$$F_{C,x} = 2\Omega(v \sin \varphi - w \cos \varphi)m$$

$$F_{C,y} = -2\Omega u \sin \varphi m$$

$$F_{C,z} = 2\Omega u \cos \varphi m$$

- Vertikale Corioliskraft  $\ll$  Schwerkraft (3 Größenordnungen), daher in Näherung vernachlässigbar
- Corioliskraft ist **linear abhängig** von der **Geschwindigkeit** (u,v); bei ruhenden Teilchen ist Corioliskraft = 0
- abhängig von der geogr. Breite; da  $|F_c| \sim \sin \varphi$ , nimmt die Corioliskraft zu hohen Breiten hin zu
- ändert nicht die kinetische Energie der Strömung: **Scheinkraft**
- bei **kleinräumigen Bewegungen** dominieren andere Kräfte



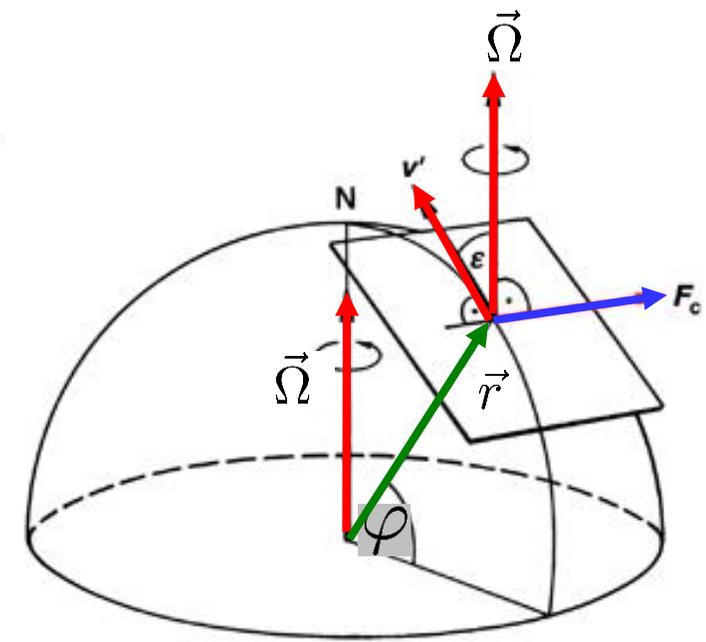
## 7.2.5 Coriolisbeschleunigung

- Coriolisbeschleunigung steht senkrecht auf Geschwindigkeitsvektor  
⇒ Rechtsablenkung der Strömung auf der Nordhalbkugel
- Auf Tangentialebene: Aufspaltung Rotationsvektor in Komponenten:

$$\begin{aligned}\vec{\Omega} &= 0\vec{i} + \Omega \cos \varphi \vec{j} + \Omega \sin \varphi \vec{k} \\ &= f^* \vec{j} + f \vec{k}\end{aligned}$$

- Am Wichtigsten, da relevant für horizontale Komponenten Corioliskraft:

$$f = 2\Omega \sin \varphi; \quad f(45^\circ) \approx 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$



# 7.3 Bewegungsgleichungen

## Impulsbilanz

■ **2. Newtonsches Axiom:** „In einem Inertialsystem ist die individuelle zeitliche Änderung des Impulses gleich der Summe der angreifenden Kräfte“ (hier: Beschleunigungen)

■ *x*-Komponente

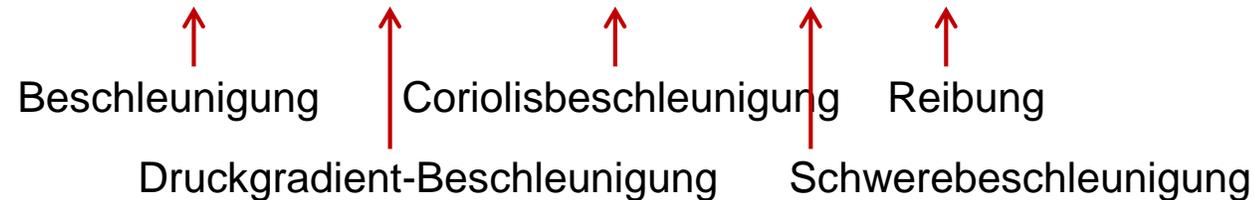
$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + 2\Omega(v \sin \varphi - w \cos \varphi) + a_{Rx}$$

*y*-Komponente

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - 2\Omega u \sin \varphi + a_{Ry}$$

*z*-Komponente

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + 2\Omega u \cos \varphi - g + a_{Rz}$$



# 7.3 Bewegungsgleichungen

## Impulsbilanz

- **2. Newtonsches Axiom:** „In einem Inertialsystem ist die individuelle zeitliche Änderung des Impulses gleich der Summe der angreifenden Kräfte“ (hier: Beschleunigungen)

- **x-Komponente**

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + fv + a_{Rx}$$

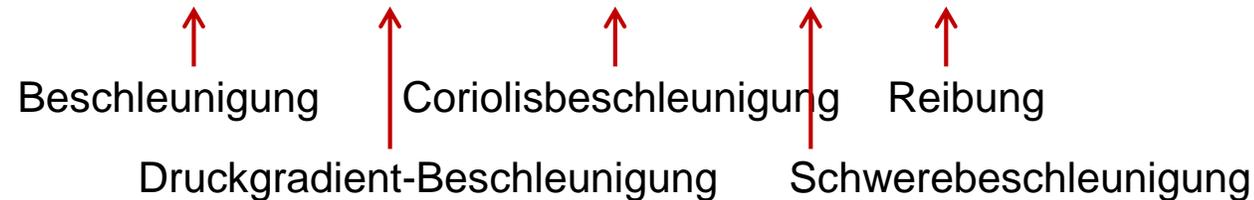
$$f = 2\Omega \sin \varphi$$

- **y-Komponente**

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - fu + a_{Ry}$$

- **z-Komponente**

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g + a_{Rz}$$



- **In Vektorschreibweise**

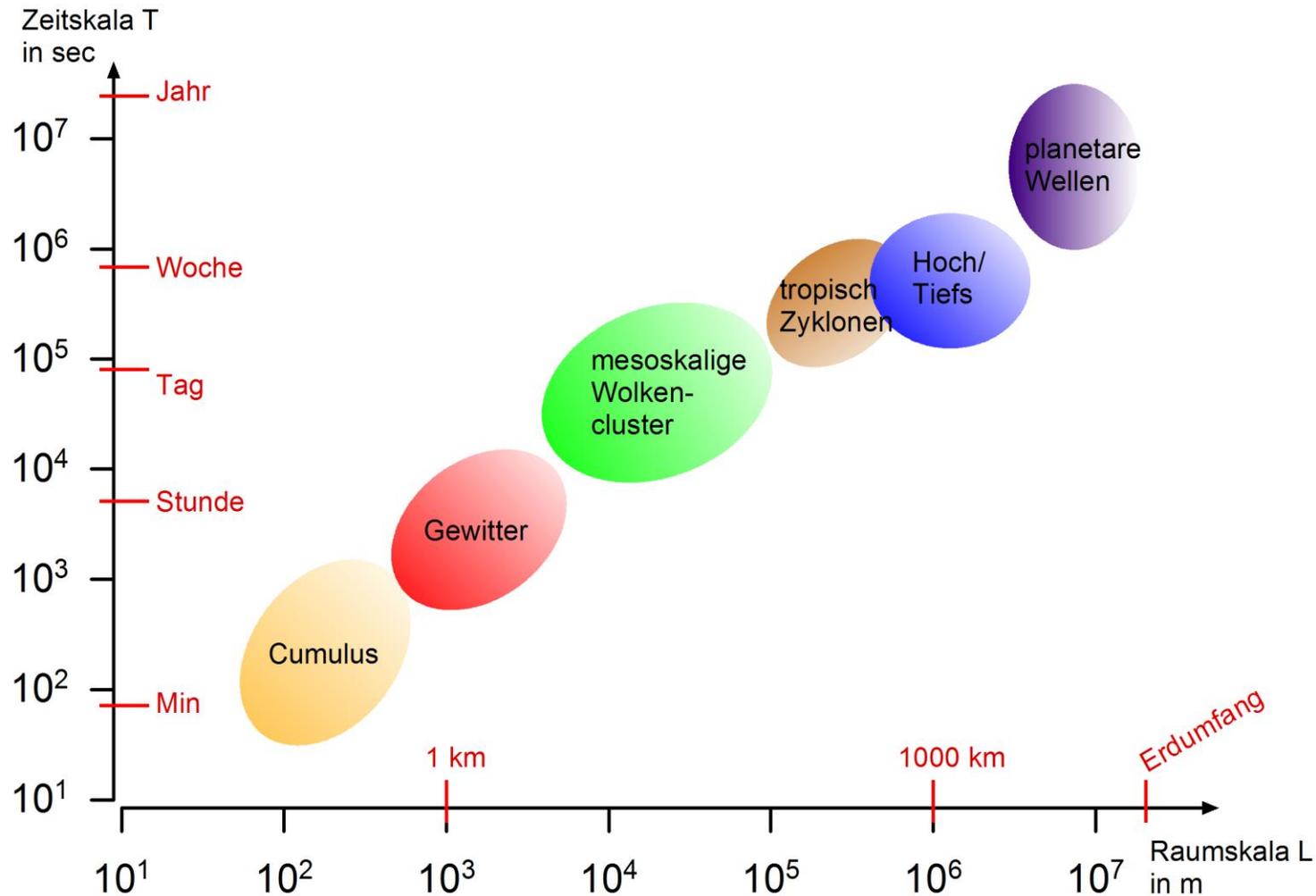
$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p - f\vec{k} \times \vec{v} - g\vec{k} + \vec{a}_R$$

# Fragen über Fragen...

- Welche Kräfte/Beschleunigungen sind bei **großräumigen** Bewegungen (Wettersystemen) entscheidend?
- ...und bei **kleinräumigen** Wetterereignissen?
- Ändert sich die **Rotationsrichtung** zwischen Nord- und Südhemisphäre bei:
  - Tiefdruckgebieten
  - Tropischen Wirbelstürmen
  - Tornados?

# 7.4 Skalenanalyse und vereinfachte Balancen

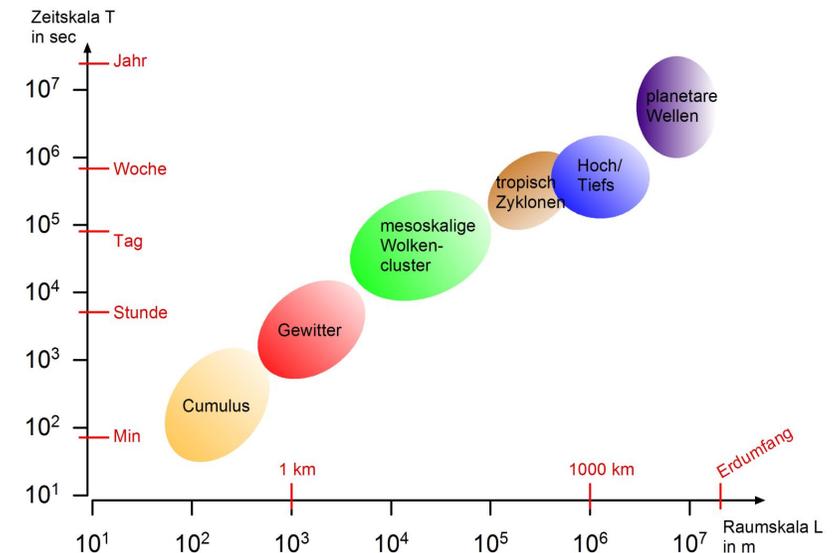
## Wettersysteme und ihre Raum- und Zeitskalen



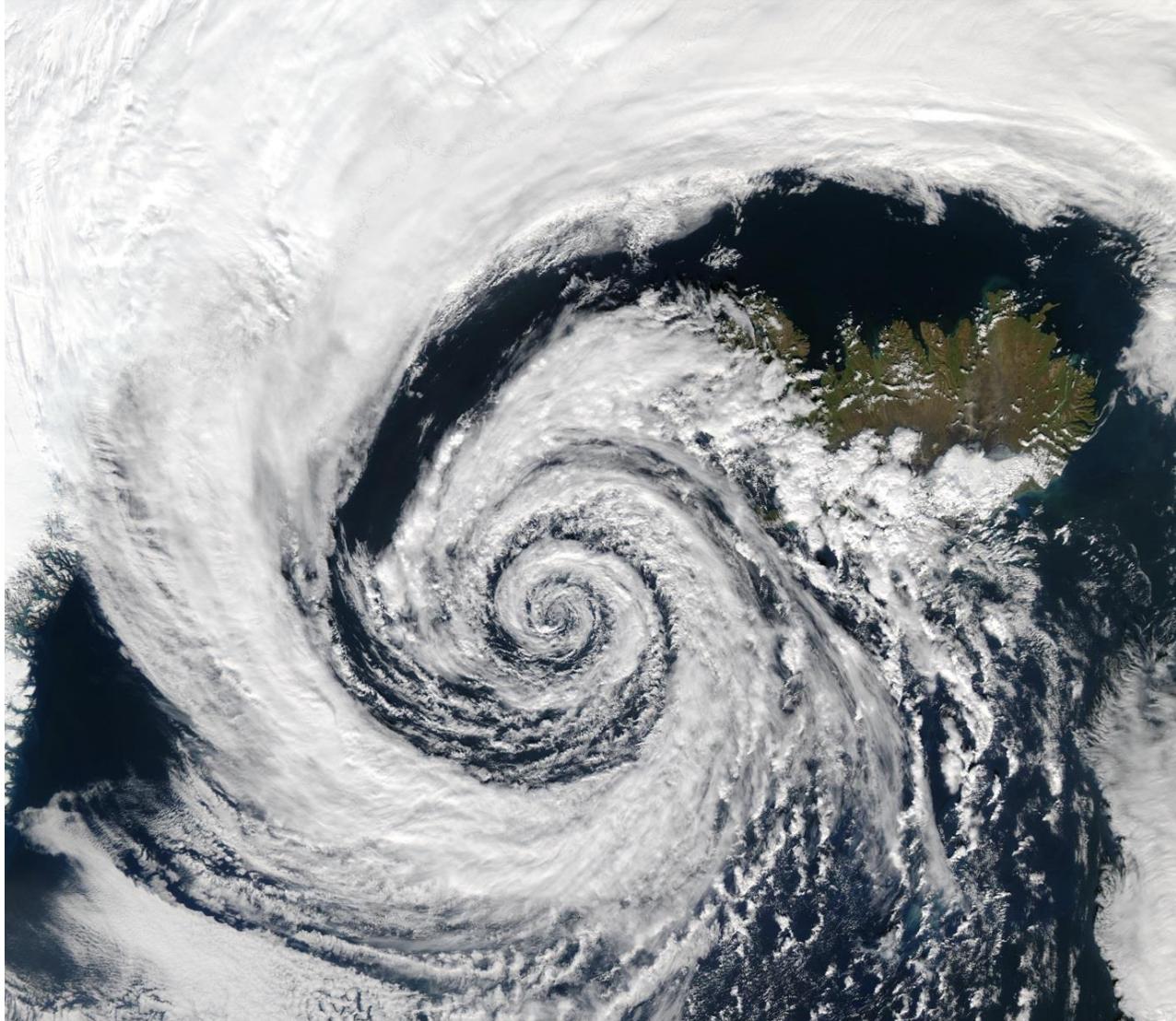
# 7.4 Skalenanalyse und vereinfachte Balancen

## Skalenanalyse: Hintergrund und Ziel

- Bewegungsgleichungen (zusammen mit weiteren Grundgleichungen) beschreiben alle dynamischen Phänomene
  - Analyse und Vorhersage; unabhängig von Raum- / Zeitskalen
  - Aber: keine analytischen Lösungen (nicht-lineare partielle DGL 2. Ordnung)
- Vereinfachte Balancen:
  - Verständnis der Wirkung der Mechanismen / Terme
  - Analytische Lösungen für:
    - Geostrophischen Wind
    - Thermischen Wind
    - Gradientwind
    - Zyklostrophisches Gleichgewicht
- Vorgehen: Abschätzen **der Größenordnungen** (Skalen) der Terme der Bewegungsgleichung je nach **Wettersystemen**



## 7.5 Skalenanalyse / Balancen großräumiger Systeme



# 7.5 Skalenanalyse / Balancen großräumiger Systeme

## Größenordnungen der einzelnen Variablen in SI-Einheiten

Met. Größe	Bezeichnung	Größenordnung
Horizontalgeschwindigkeit	U, V	10 m s <sup>-1</sup>
Vertikalgeschwindigkeit	W	10 <sup>-2</sup> m s <sup>-1</sup>
Länge	L	1000 km = 10 <sup>6</sup> m
Zeit	T = L/U	1 Tag ~ 10 <sup>5</sup> s
Höhe	H	10 km = 10 <sup>4</sup> m
Luftdruckänderung	$\Delta P$	10 hPa = 10 <sup>3</sup> Pa
Bodendruck	P <sub>0</sub>	10 <sup>3</sup> hPa = 10 <sup>5</sup> Pa
Luftdichte	$\rho$	1 kg m <sup>-3</sup>
Coriolisparameter	F = 2 $\Omega$ sin $\varphi$	10 <sup>-4</sup> s <sup>-1</sup>
Reibungskraft (-beschl.)	a <sub>Rx</sub> , a <sub>Ry</sub> , a <sub>Rz</sub>	0 m s <sup>-2</sup>

# 7.5.1 Hydrostatische Approximation

- Bewegungsgleichung für **Vertikalkomponente W**

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g - 2\Omega u \cos\varphi + a_{Rz}$$

$$\sim \frac{W}{T} \quad \sim \frac{1}{\rho} \frac{P_0}{H} \quad \sim g \quad \sim fU \quad \sim 0$$

$$\frac{10^{-2}}{10^5} = 10^{-7} \quad \frac{10^5}{10^4} = 10 \quad 10 \quad 10^{-4} \cdot 10 = 10^{-3} \text{ m s}^{-2}$$

- Balance vert. Druckgradientkraft und Schwerkraft: **hydrostatische Approximation**

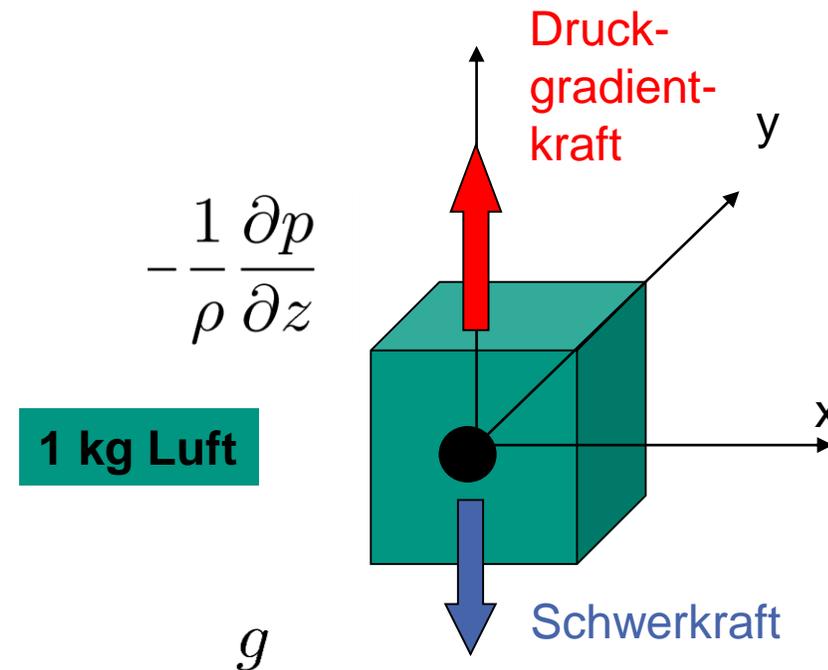
$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$$

Bez.	Größenord.
U, V	10 m s <sup>-1</sup>
W	10 <sup>-2</sup> m s <sup>-1</sup>
L	10 <sup>6</sup> m
T = L/U	10 <sup>5</sup> s
H	10 <sup>4</sup> m
ΔP	10 <sup>3</sup> Pa
P <sub>0</sub>	10 <sup>5</sup> Pa
ρ	1 kg m <sup>-3</sup>
2 Ω sin φ	10 <sup>-4</sup> s <sup>-1</sup>
a <sub>Rx</sub> , a <sub>Ry</sub> , a <sub>Rz</sub>	0 m s <sup>-2</sup>

## 7.5.1 Hydrostatische Approximation

- Balance zwischen
  - vertikaler Druckgradientkraft (senkrecht nach oben gerichtet wegen neg. Vorzeichen)
  - Schwerkraft (zum Erdboden hin gerichtet)

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$$



# Wir fassen zusammen...

- **Druckgradientkraft:** Ursache von Bewegungen in Atmosphäre; Beschleunigung linear proportional zu Druckgradienten
- **Schwerkraft:** Folge der Gravitation; da Schwerkraft entgegengesetzt zu Zentrifugalkraft ist, wird i.d.R. effektive Schwerkraft berücksichtigt
- **Reibungskraft:** Reibung entgegengesetzt zu Bewegungsrichtung; Scherströmung; Reibung sowohl Vertikal (Oberfläche) als auch horizontal (Scherströmung) relevant
- **Corioliskraft:** Scheinkraft; führt zur Rechtsablenkung bei horizontalen Bewegungen (unabhängig von der Richtung) auf NH (SH umgekehrt);  $F_c$  ist direkt proportional zu  $|v|$ ; wenn  $v = 0$ , folgt  $F_c = 0$ ;  $F_c$  ist am Äquator = 0, an den Polen maximal
- Bewegungsgleichungen (3 Komponenten) als Impulsbilanz 
$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p - f \vec{k} \times \vec{v} - g \vec{k} + \vec{a}_R$$
- **Skalenanalyse** führt zu vereinfachten Balancen und analytischen Gleichungen in Abhängigkeit von den Raum- und Zeitskalen
- Vorgehen: Abschätzen der Größenordnungen (Skalen) der Terme der Bewegungsgleichung abhängig von den Wettersystemen