

\vec{a} : geochw. Divergenz

Divergenz \rightarrow Hebung unterhalb

Vorlesung „Allgemeine Meteorologie“

Prof. Michael Kunz

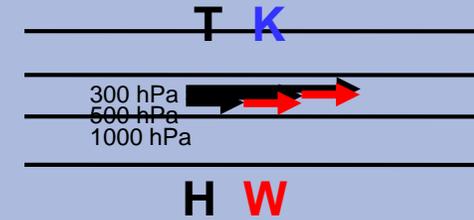
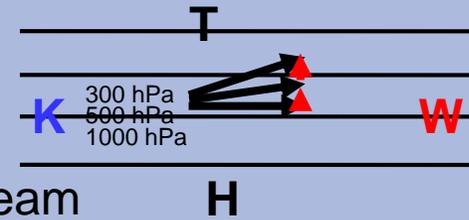
Kapitel 8: Thermodynamische Grundlagen



© Marc Puskeiler, Januar 2023

Letzte Vorlesung...

- **Thermischer Wind:** Änderung des geostrophischen Winds mit Höhe durch horiz. Temperaturgradienten; Ursache Jetstream



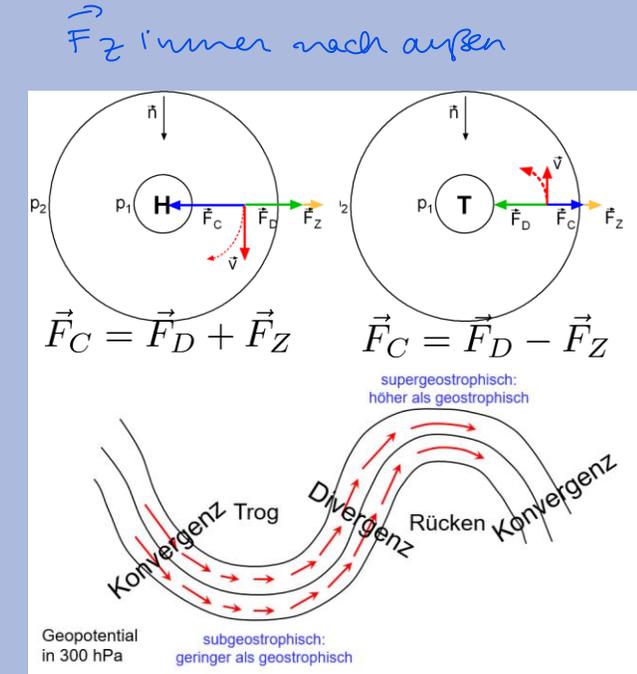
$$V_t = \frac{\partial V_g}{\partial z} \Delta z = -\frac{g}{Tf} \frac{\partial T}{\partial n} \Delta z$$

- **Gradientwind:** Gleichgewicht Druckgradientkraft + Corioliskraft + Zentrifugalkraft; gekrümmte Isobaren

$$\frac{V_g}{V} = 1 \pm \frac{V}{Rf}$$

+ zyklonal; supergeostrophisch
- antizyklonal; subgeostrophisch

- antizyklonal: Grenze Druckgradient $\left| \frac{\partial p}{\partial n} \right| \leq \left| \frac{\rho R f^2}{4} \right|$
- Übergang Trog – Rücken: Divergenz in oberer Troposphäre

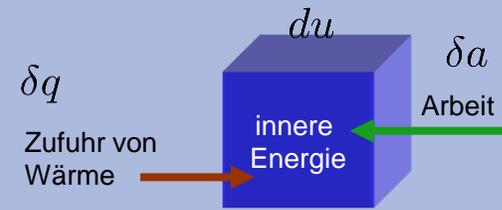


- **1. Hauptsatz der Thermodynamik:** Energieerhaltung

- Innere Energie: Zustandsgröße $du = c_v dT$
- Zugeführte Wärme; adiabatisch: $\delta q = 0$
- Arbeit: Expansion/Kompression: $\delta a = -p dv$

$$du = \delta q + \delta a$$

Anteile können sich ändern / Umverteilung



- **Potentielle Temperatur:** thermische + potentielle Energie invariant bei Vertikalbewegungen (ohne Kondensation)

$$\theta = T \left(\frac{1000 \text{ hPa}}{p} \right)^\kappa$$

Kapitel 8: Thermodynamische Grundlagen

8.1 Der 1. Hauptsatz der Thermodynamik

8.2 Trockenadiabatische Zustandsänderungen

8.2.1 Adiabatische Zustandsänderungen

8.2.2 Vertikalbewegungen

8.2.3 Potentielle Temperatur

8.3.4 Trockenadiabatischer Temperaturgradient

8.3 Sättigungsadiabatische Zustandsänderungen

8.3.1 Pseudoadiabatischer Prozess

8.3.2 Pseudopotentielle Temperatur

8.4 Thermodynamische Diagrammpapiere: Stüve-Diagramm

8.5 Stabilität und Labilität einer Luftschichtung



8.2 Trockenadiabatische Zustandsänderungen

Wiederholung
(Herleitung ohne Enthalpie)

Adiabatisch: keine Wärmezufuhr / -abgabe durch Umgebung

- 1. Hauptsatz für adiabatische Zustandsänderungen
- Zustandsgleichung für ideales Gas (trockene Luft)
- Differenzial: (Kettenregel)
- eingesetzt in 1. Hauptsatz oben
- umgestellt...
- Integration: → **Poissongleichung**: Zusammenhang zwischen Temperatur- und Druckänderung bei adiabatischen Prozessen
- Mit: $p_0 = 1000 \text{ hPa}$, $T_0 = \theta$ → **Potentielle Temperatur θ**
Temperatur, die ein Luftpaket annimmt, wenn es von einer beliebigen Höhe trocken-adiabatisch auf 1000 hPa gebracht wird; invariant bei Vertikalbewegungen ohne Kondensation; thermische + potentielle Energie

$$\underline{c_v dT} + p dv = 0$$

$$p = \rho R_l T \Leftrightarrow v = \frac{R_l T}{p}$$

$$dv = \frac{R_l dT}{p} - \frac{R_l T}{p^2} dp$$

$$\underline{c_v dT} + \underline{R_l dT} = \underline{c_p dT} = \frac{R_l T}{p} dp$$

$$\Leftrightarrow \frac{dT}{T} = d \ln T = \frac{R_l}{c_p} \frac{dp}{p} = \frac{R_l}{c_p} d \ln p$$

$$\frac{T_0}{T} = \left(\frac{p_0}{p} \right)^\kappa \quad \kappa = \frac{R_l}{c_p} = 0,286$$

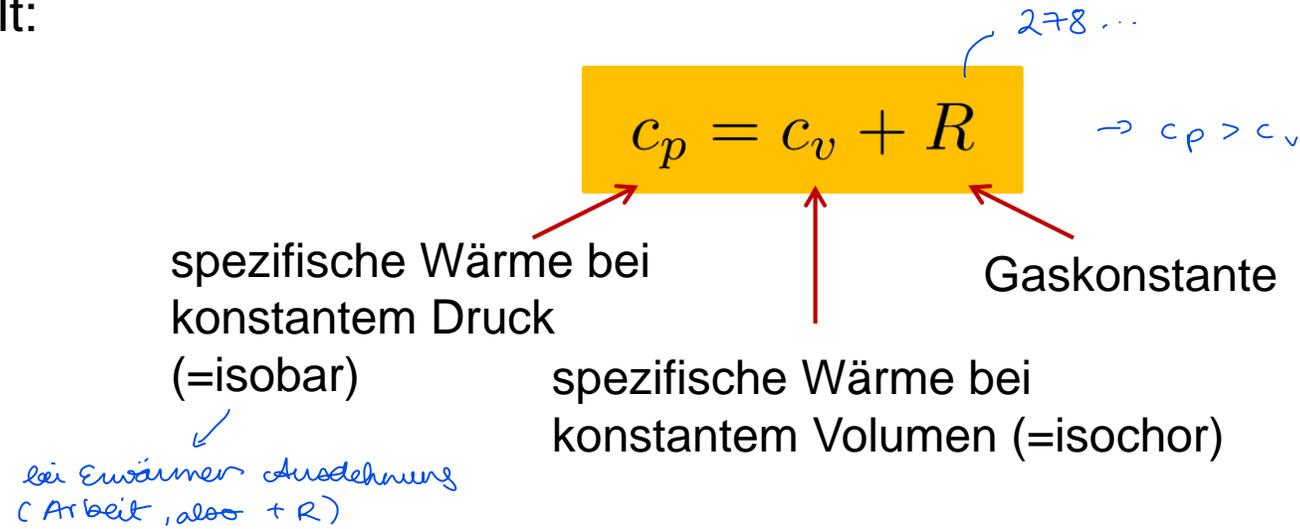
$$\theta = T \left(\frac{1000 \text{ hPa}}{p} \right)^\kappa$$

8.1 Der erste Hauptsatz der Thermodynamik



Spezifische Wärme c_y

- Wärmemenge, die notwendig ist, um die Temperatur einer Masseneinheit (ME) eines thermodynamischen Systems um eine Einheit (K) zu erhöhen → SI-Einheit: $\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$
- Für feste Körper, Flüssigkeiten und Gase: nur sehr geringe Abhängigkeit von der Temperatur
- Es gilt:



Für trockene Luft:

$$c_p = 1004 \text{ J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$$
$$c_v = 717 \text{ J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$$
$$R_l = 287 \text{ J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$$
$$\kappa = \frac{R_l}{c_p} = 0,286$$

- spez. Wärme bei **isobaren** Zustandsänderungen ist größer als bei **isochoren**, da dabei noch **Energie für Volumenänderung (=Arbeit)** benötigt wird

8.1 Der erste Hauptsatz der Thermodynamik

Unvollständige Differentiale

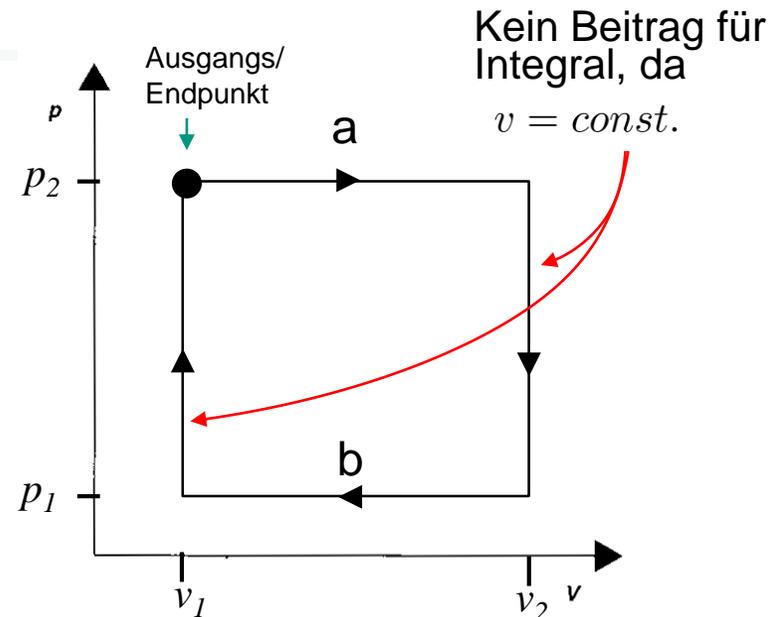
- **Arbeit** im idealisierten Kreisprozess:

$$-\oint \delta a = \oint p dv = \underbrace{p_2(v_2 - v_1)}_a + \underbrace{p_1(v_1 - v_2)}_b \neq 0$$

↳ selb für vollständiges Differential (müsste dafür 0 sein, deshalb ist 1. Hauptsatz)

- Gesamte positive Arbeitsleistung ist $\neq 0$, Integral ist also **vom Weg abhängig**
- Daher ist die Änderung der Kompressionsarbeit δa kein totales (vollständiges) Differential und damit **keine Zustandsgröße**; gilt analog für **zugeführte Wärme δq**
- Division durch T macht aus δq (und δa) ein **totales Differential** und damit eine Zustandsgröße: **Entropie ds**

$$\frac{\delta q}{T} = ds$$

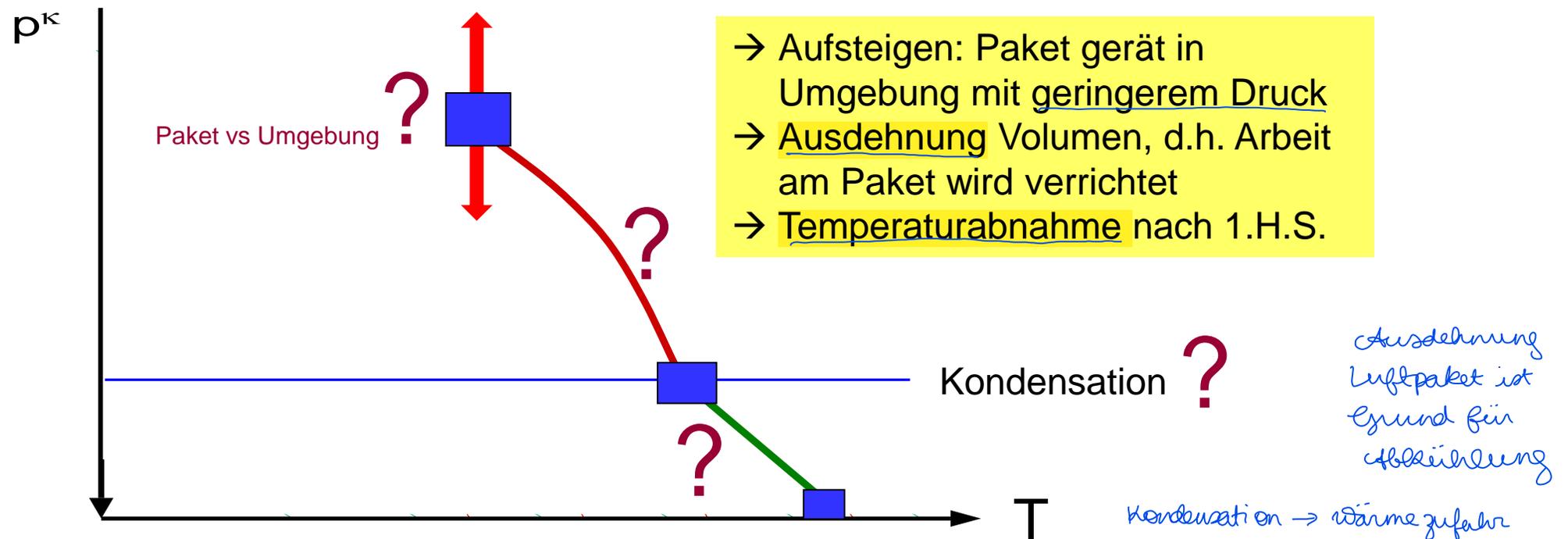


(historisch: erst später konnte Boltzmann zeigen, dass Entropie auch eine wichtige physik. Bedeutung hat 😊)

8.2 Trockenadiabatische Zustandsänderungen

Vertikalbewegungen eines Luftpakets („parcel theory“)

- Betrachtung Temperaturänderung eines vertikal ausgelenkten Luftpakets
- Annahme **adiabatische Vertikalbewegung**: kein Energie- und Massenaustausch mit Umgebung → geschlossenes System
- **Quasistatische Annahme**: Druck Luftpaket = Druck Umgebung



8.2 Trockenadiabatische Zustandsänderungen

Trockenadiabatischer Temperaturgradient Γ_d

■ Temperaturänderung Luftpaket durch Vertikalbewegung

– 1. Hauptsatz Thermodynamik (adiabatisch) $c_p dT - \underline{v dp} = 0$ (1)

– Hydrostatische Approximation $\underline{dp} = -\rho g dz$ (2)

– (2) in (1) eingesetzt ergibt: $c_p dT + g dz = 0$

– **Trocken-adiabatischer Temperaturgradient Γ**

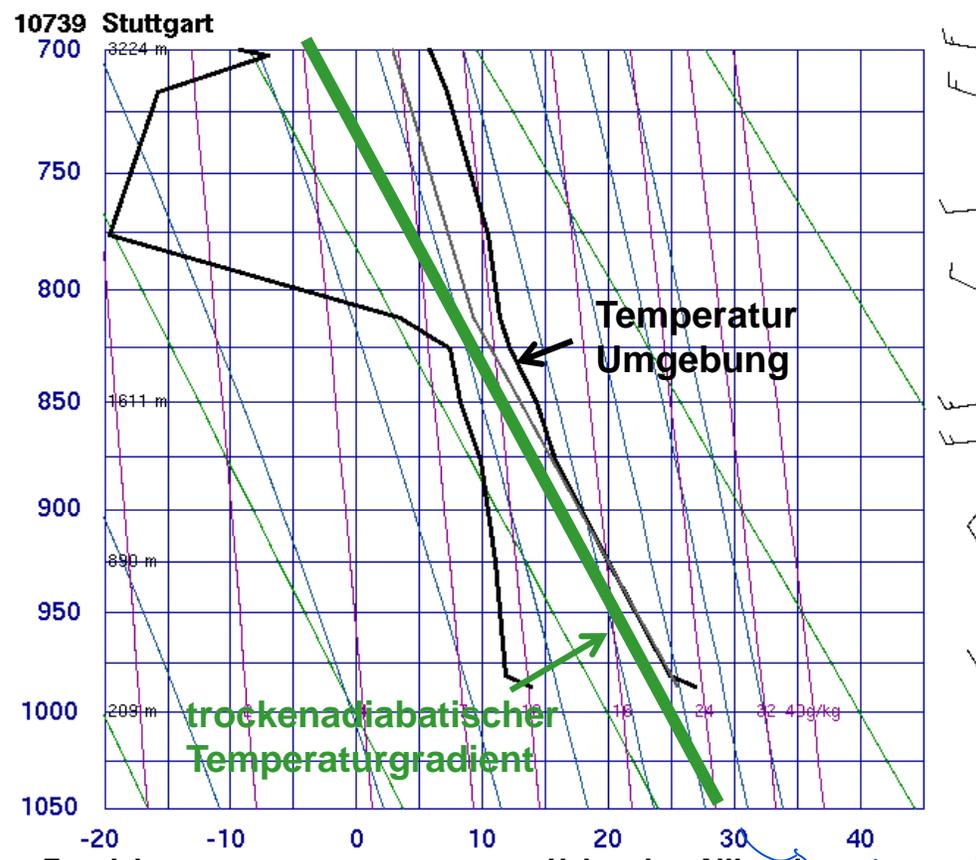
$$-\frac{dT}{dz} = \Gamma_d = \frac{g}{c_p} = 0.98\text{K}/100\text{m}$$

→ **Temperaturabnahme bei Hebung** (Erwärmung bei Absinken) ausschließlich Folge von Expansion / Kompression Luftpaket und damit verbundener Arbeit

8.2 Trockenadiabatische Zustandsänderungen

Typisches sommerliches Vertikalprofil Temperatur

- Starke vertikale Durchmischung durch erwärmte, vom Boden aufsteigende Luftpakete sowie kompensierendes Absinken führt zu **annähernd trockenadiabatischer Schichtung im Sommer**



Stuttgart 12 UTC
22. Juli 2019:
Strahlungstag

bei neutraler Schichtung

Fragen über Fragen...

- Was passiert mit einem Luftpaket, wenn zu **Kondensation** kommt? *kühlt ab*
- Ist der Temperaturgradient eines **gesättigten Luftpakets** auch konstant? (Tipp: denken Sie an den exponentiellen Zusammenhang zwischen Temperatur und Feuchtegehalt)
nein (Kondensation, Wasserdampf wird weniger)
- Ändert sich das **Mischungsverhältnis** bei (a) Hebung ohne Sättigung, (b) bei Hebung mit Sättigung?
nein *ja*

8.3 Pseudoadiabatische Zustandsänderungen

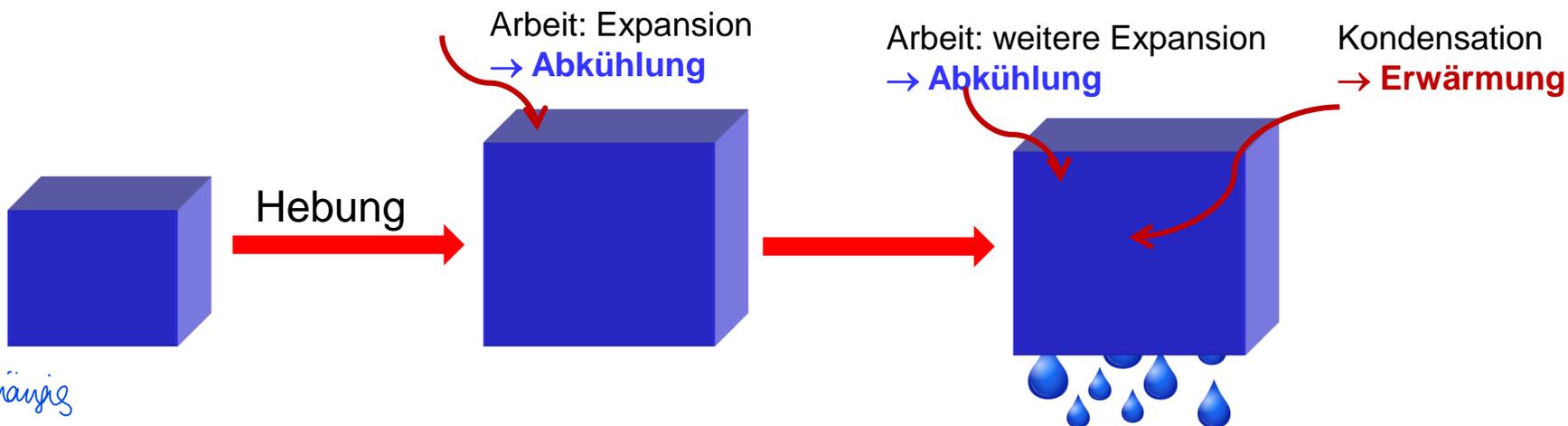
→ wasser darf volumen verlassen

Pseudoadiabatischer Prozess

- Hebung eines Luftpakets unter Sättigung ($f = 100\%$)
- Pseudoadiabatische Annahme: Kondensat verlässt Volumen instantan
- Kondensation von Wasserdampf (Phasenübergang): Freisetzung **latenter Wärme**, *≠ fühlbare wärme!*
Erwärmung Volumen (verbleibt im Volumen, kein Wärmetransport nach außen; adiabatisch)
 - Frei gesetzte Wärmemenge abhängig von Menge Kondensat und spez. Verdampfungswärme

$$L_V dr_s$$

L_V : spezifische Verdampfungsenergie = $2,5 \cdot 10^6 \text{ J kg}^{-1}$! *(sehr groß)*
 dr_s : Änderung (Differential) Sättigungsmischungsverhältnis



8.3 Pseudoadiabatische Zustandsänderungen

Pseudoadiabatischer Prozess

- Hebung eines Luftpakets unter Sättigung ($f = 100\%$)
- Pseudoadiabatische Annahme: Kondensat verlässt Volumen instantan
- Kondensation von Wasserdampf (Phasenübergang): Freisetzung **latenter Wärme**, Erwärmung Volumen (verbleibt im Volumen, kein Wärmetransport nach außen; adiabatisch)
 - Frei gesetzte Wärmemenge abhängig von Menge Kondensat und spez. Verdampfungswärme

$$L_V dr_s$$

L_V : spezifische Verdampfungsenergie = $2,5 \cdot 10^6 \text{ J kg}^{-1}$

dr_s : Änderung (Differential) Sättigungsmischungsverhältnis

- 1 H.S. im pseudoadiabatischen Fall:

$$\underbrace{du}_{\text{innere Energie}} + \underbrace{pdv}_{\text{Arbeit}} + L_V dr_s = 0 \quad \text{bzw.} \quad c_p dT - v dp + L_V dr_s = 0$$

Abkühlung (VZ neg) Erwärmung (VZ pos)

8.3 Pseudoadiabatische Zustandsänderungen

Pseudopotentielle Temperatur θ_e

- Berechnung über den 1. H.S. mit latenten Wärmeübergängen
- Berücksichtigt
 - thermische Energie
 - potentielle Energie
 - latente Energie
- θ_e ist invariant gegenüber Vertikalbewegungen unter **Sättigung**
- Für niedrige Werte Mischungsverhältnis (z.B. bei tiefen Temperaturen in größeren Höhen) nähert sich $\theta_e \rightarrow \theta$ an
- θ_e ist jene Temperatur, die ein Luftpaket annimmt, wenn es zunächst pseudo-adiabatisch gehoben wird, bis aller Wasserdampf kondensiert und aus dem Volumen herausgebracht wurde, und anschließend trocken-adiabatisch auf 1000 hPa gebracht wird

$$\theta_e \approx \theta \cdot \exp\left(\frac{r_s L_v}{c_p T}\right)$$

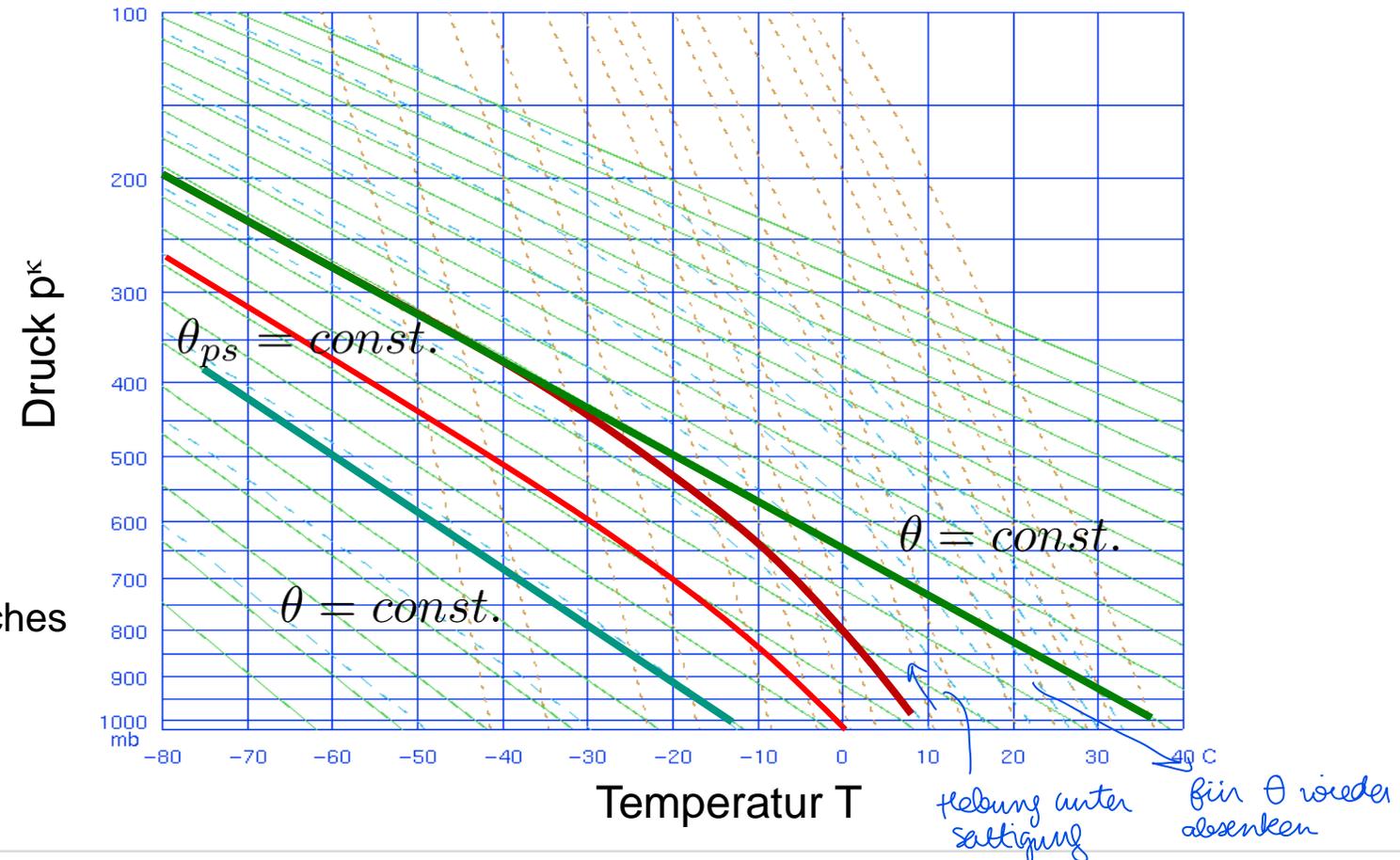
erst heben bis Wasser raus, dann — " ———

8.3 Pseudoadiabatische Zustandsänderungen

Pseudopotentielle Temperatur θ_e

- Pseudo-potentielle Temperatur θ_e eines Luftpakets bleibt bei Hebung / Absinken unter Sättigung konstant

Thermodynamisches Diagrammpapier nach Stüve



8.3 Pseudoadiabatische Zustandsänderungen

Pseudoadiabatischer Prozess

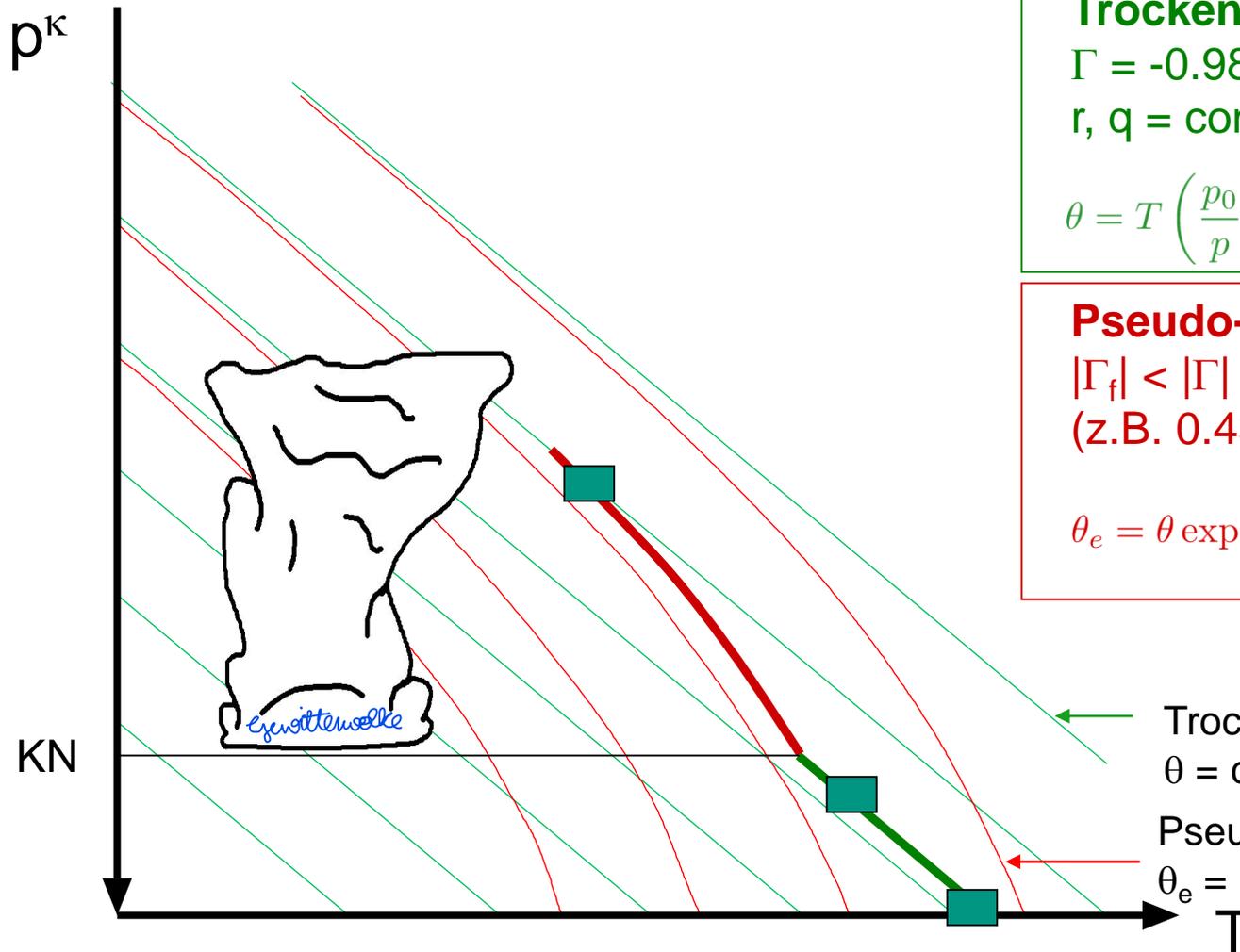
- Pseudoadiabatisch: stark **idealisiert**, irreversibler Prozess
- **Realität:**
 - Aufstieg unter Sättigung: ein Teil des Kondensats verbleibt im Volumen, ein anderer Teil fällt nach charakteristischer Zeitskala heraus → RF 100%
↳ z.B. 30min für Niederschlag
 - sehr komplizierte Berechnung (z.B. im Aufwind eines Cb wird alles Wasser mitgenommen, im Abwind fällt ein Teil heraus).
 - Annahmen über Schmelzen / Gefrieren / Sublimieren im Volumen notwendig
- Pseudo-adiabatischer Prozess als (gute) **Näherung**
 - Verwendung in allen thermodynamischen Diagrammen (z.B. Stüve-Diagramm)

8.3 Pseudoadiabatische Zustandsänderungen

Sättigungsadiabatischer Temperaturgradient Γ_s

- Temperaturabnahme eines gesättigten Luftpakets (=pseudo-adiabatische Hebung) aufgrund der Zufuhr von latenter Wärme geringer gegenüber trockenem Luftpaket (=adiabatische Hebung)
- Sättigungs-adiabatischer Temperaturgradient $-\frac{dT}{dz} = \Gamma_s$ ist abhängig von:
 - Temperatur
 - Sättigungsmischungsverhältnis
 - Luftdruck (Gasteilchen pro Volumen, deren Temperatur sich ändert)
- Typische Zahlenwerte: $0,2 < \Gamma_s < 0,98 \text{ K/100 m}$

Zusammenfassung: Vertikalbewegung eines Luftpaketes



Trockenadiabatischer Aufstieg: *Geraden*

$$\Gamma = -0.98 \text{ K} / 100 \text{ m}$$

$r, q = \text{const.}$ (Mischungsverhältnis)

$$\theta = T \left(\frac{p_0}{p} \right)^{R/c_p} = \text{const. (potentielle Temp.)}$$

Pseudo-adiabatischer Aufstieg:

$$|\Gamma_f| < |\Gamma|$$

(z.B. $0.43 \text{ K} / 100 \text{ m}$ ($20^\circ\text{C}/1000\text{hPa}$))

$$\theta_e = \theta \exp \left(\frac{lr_s}{c_p T} \right) = \text{const. (pseudo-pot.T)}$$

Trockenadiabaten:

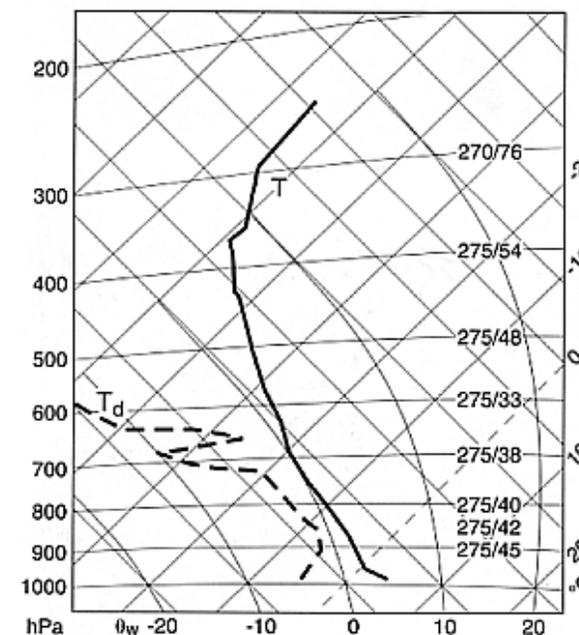
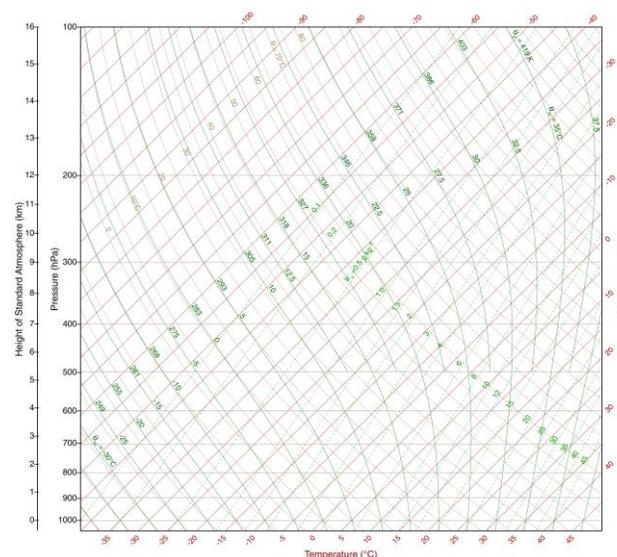
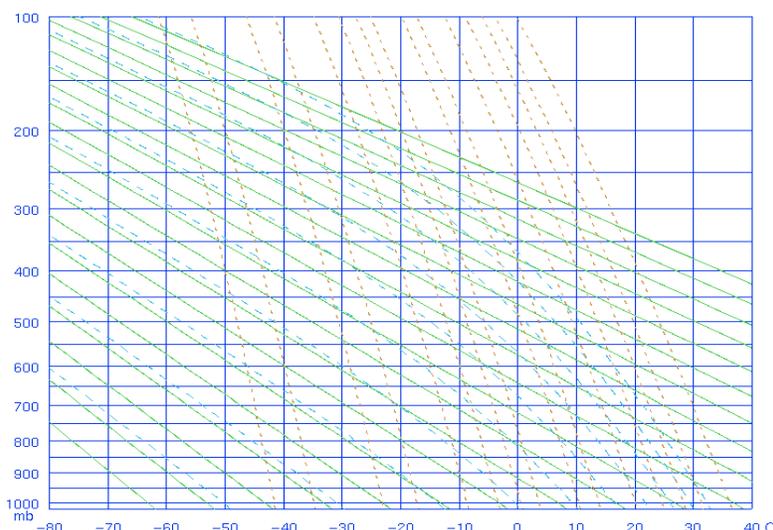
$\theta = \text{const.}$ (potentielle Temp.)

Pseudoadiabaten:

$\theta_e = \text{const.}$ (äquiv.-pot. Temp.)

8.4 Thermodynamische Diagrammpapiere

- Thermodynamische **Diagrammpapiere**: Charakterisierung Analyse Atmosphäre
- Annahme: **Vertikalbewegungen** adiabatisch bzw. pseudoadiabatisch
- Messungen durch Radiosondenaufstiege:
 - Druck, Temperatur, Feuchte (Sonde) sowie
 - Windrichtung und Windgeschwindigkeit (GPS)
- Vertikalprofil (Temperatur, Feuchte): Zustandskurve, Temp
- Diagramme: Stüve-Diagramm, skewT-logp, Tephigramm



in De: 2x täglich an 11 Stationen Radiosondenaufstieg

↳ gekrümmte Linien gleicher T

Druckflächen gekrümmt

8.4 Thermodynamische Diagrammpapiere

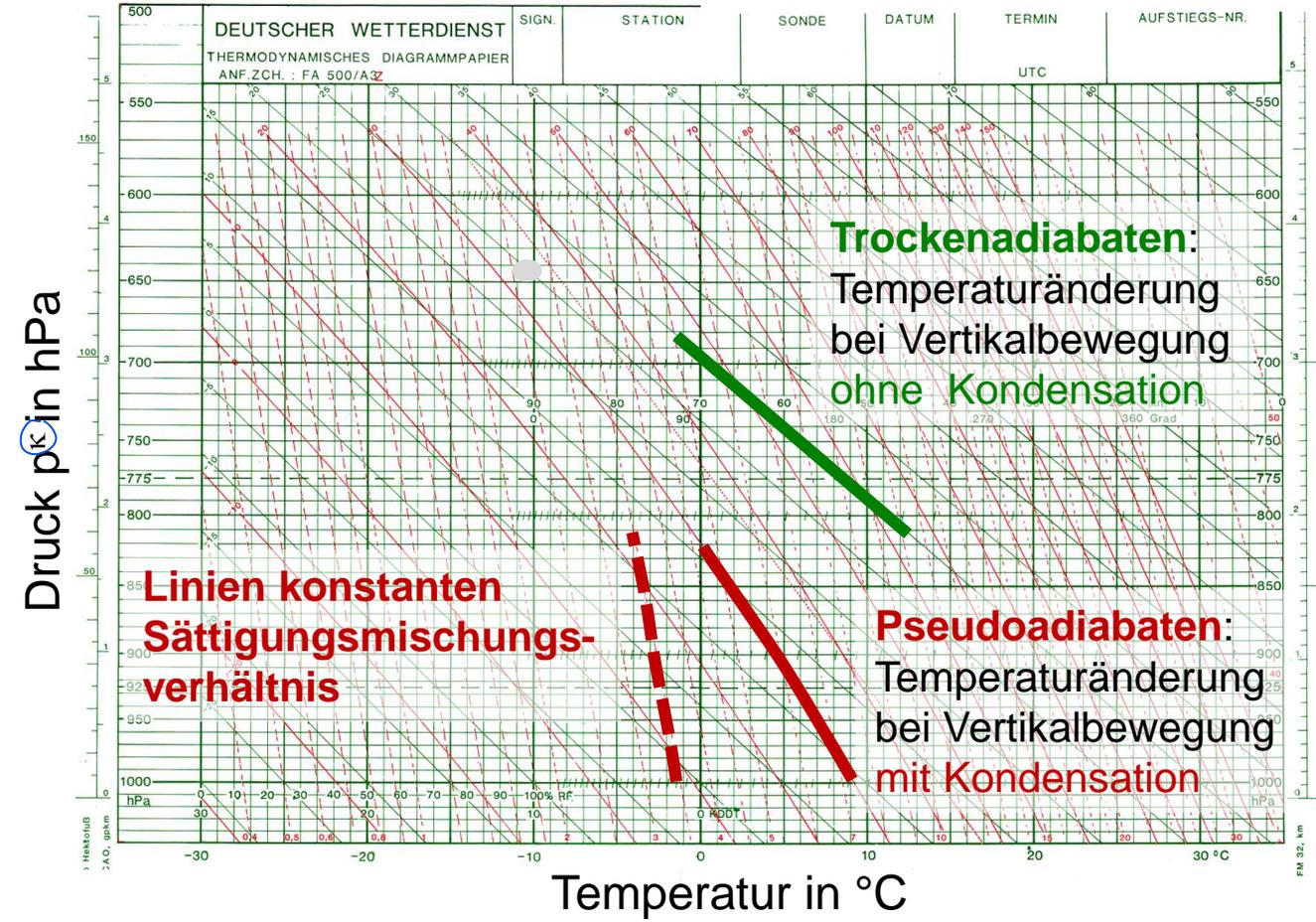
Stüve-Diagramm (Georg Stüve, 1888-1935): Aufbau

- Ordinate: Potenzfunktion des Drucks p^κ $\kappa = \frac{R_l}{c_p}$; Adiabaten = Geraden

$$\theta = T \left(\frac{1000 \text{ hPa}}{p} \right)^\kappa$$

$$\kappa = \frac{R_l}{c_p} \text{ oder } 50$$

$$= 0,286$$



Trockenadiabatische Vertikalbewegung

$\Gamma = -0.98 \text{ K} / 100 \text{ m}$

$r = \text{const.}$

$\theta = T \left(\frac{p_0}{p} \right)^{R/c_p} = \text{const.}$

Pseudo-adiabatische Vertikalbewegung:

$|\Gamma_f| < |\Gamma|$

[z.B. $0.43 \text{ K} / 100 \text{ m}$ ($20^\circ\text{C}/1000\text{hPa}$)]

$\theta_e = \theta \exp \left(\frac{lr_s}{c_p T} \right) = \text{const.}$

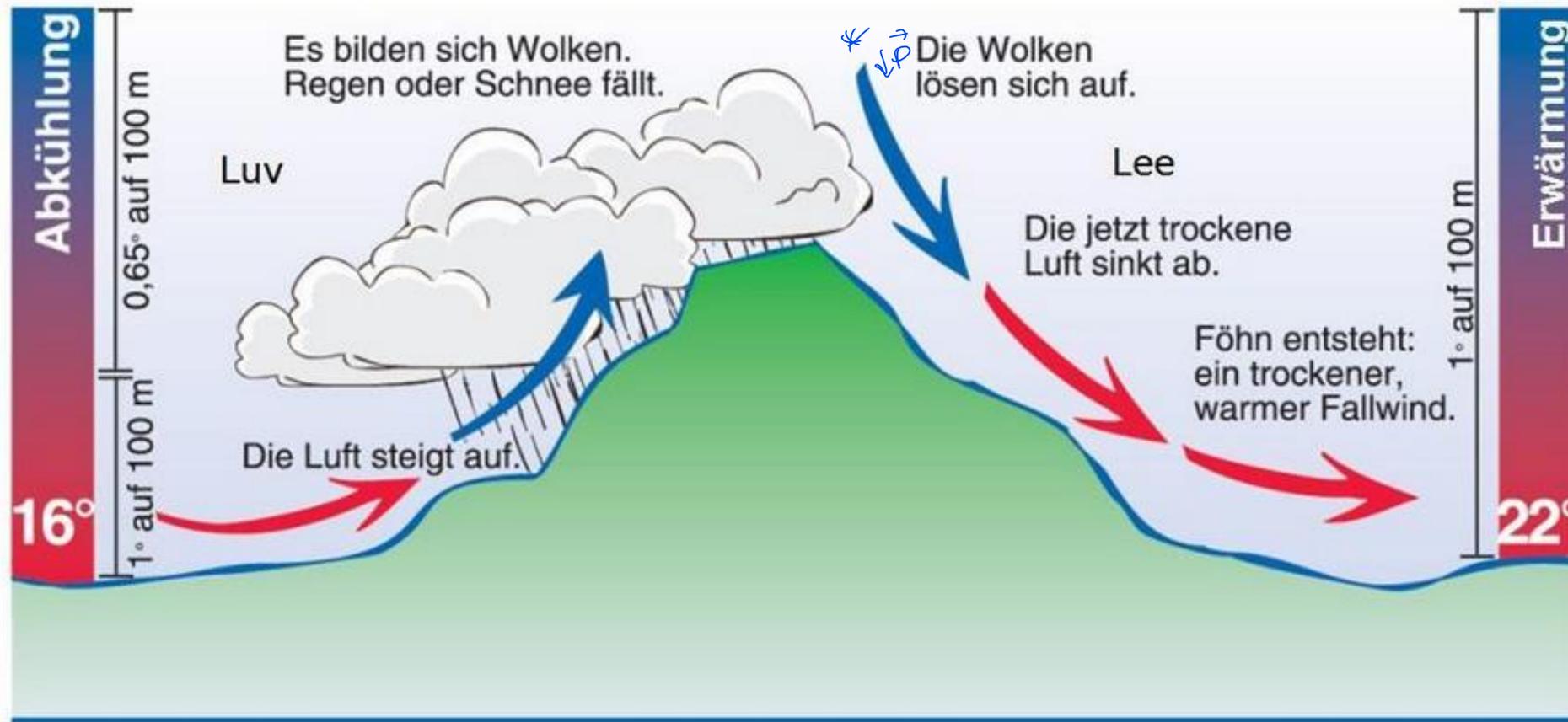
8.4 Thermodynamische Diagrammpapiere

eg: rechte Seite kann unabh. ~~von~~
auch existieren ^{von links}
* kommt aus höheren Höhen

Beispiel: Föhn

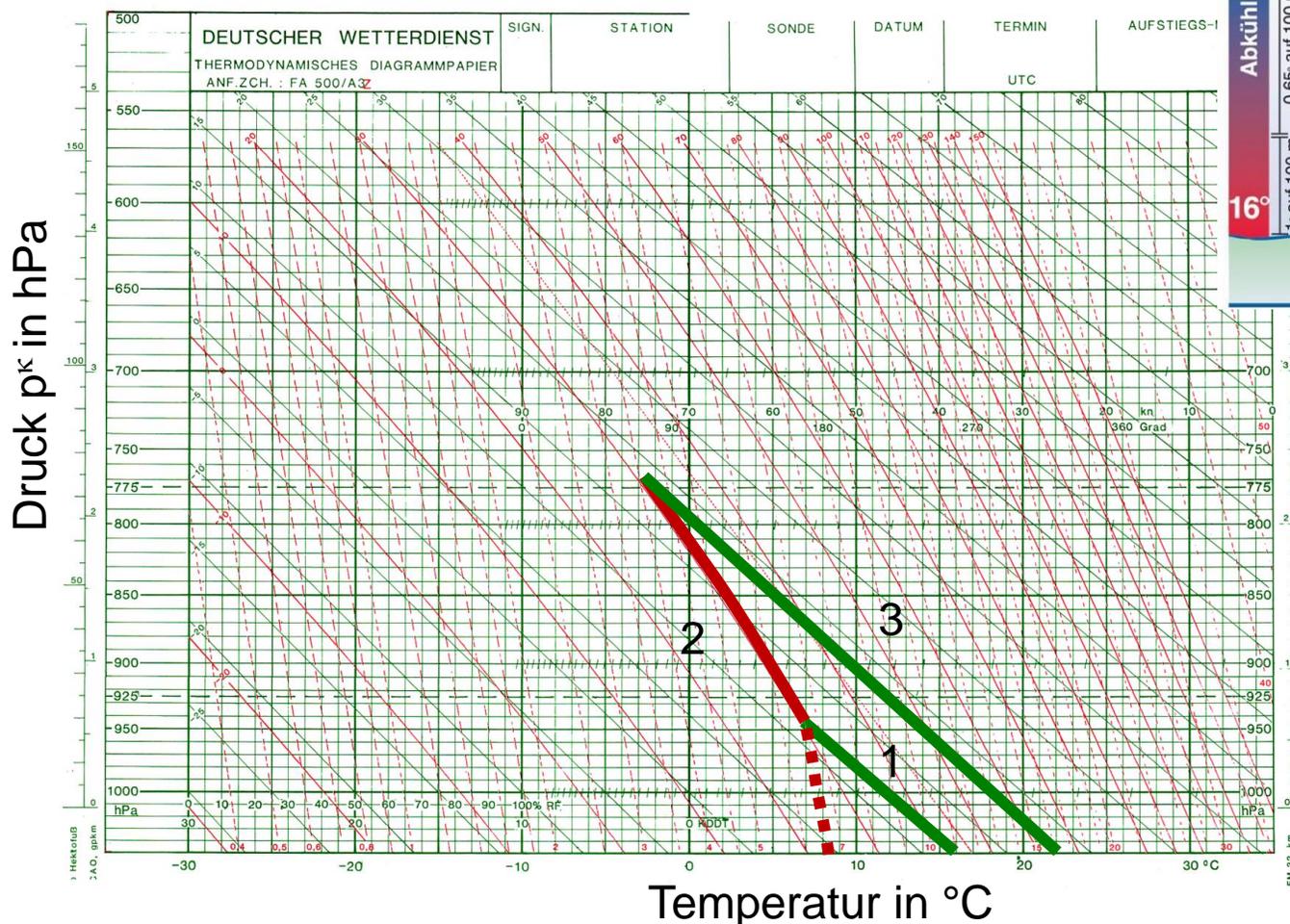
Die thermodynamische Erklärung für Föhn

Copyright: Deutscher Wetterdienst



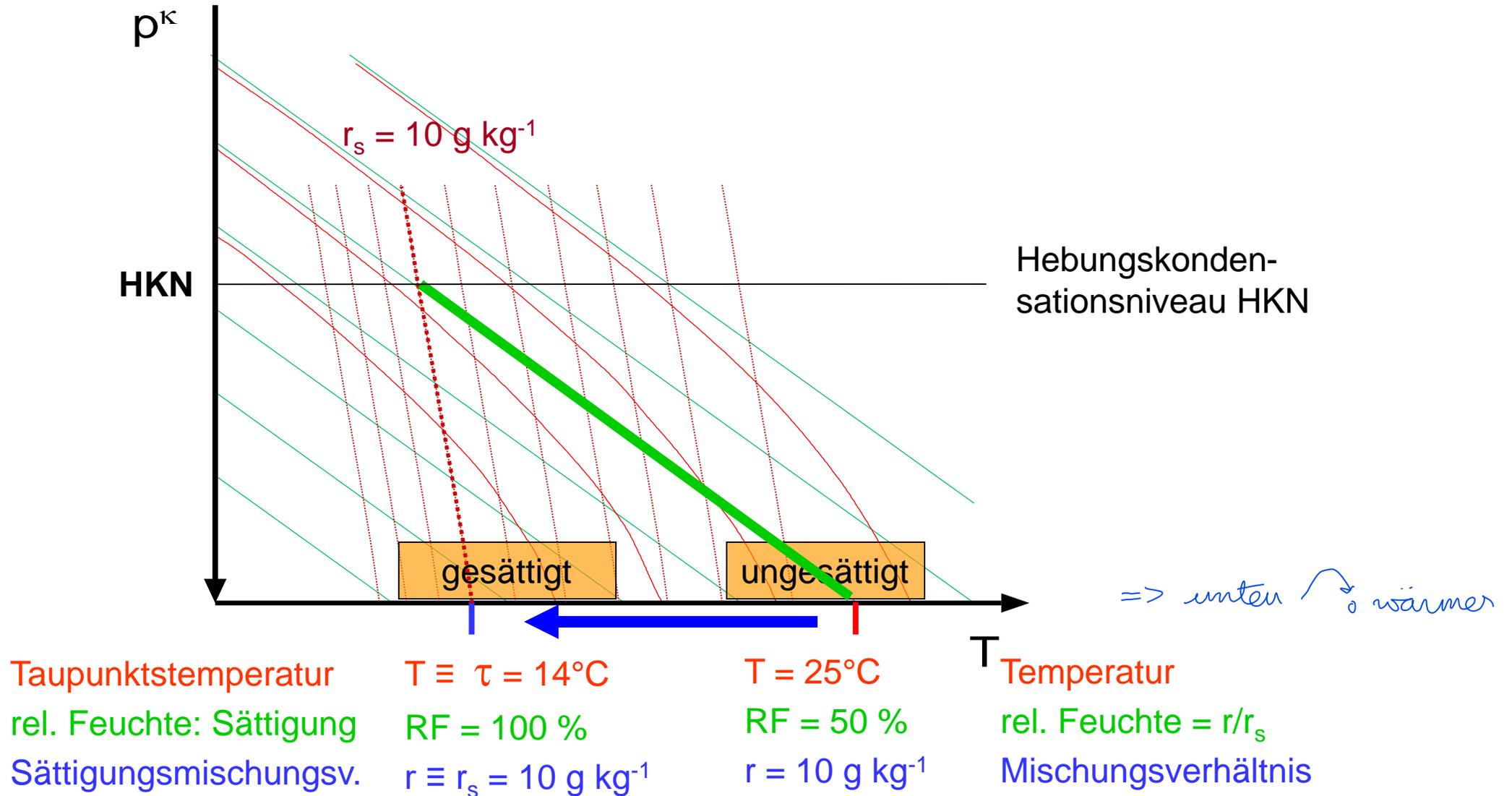
8.4 Thermodynamische Diagrammpapiere

Beispiel: Föhn



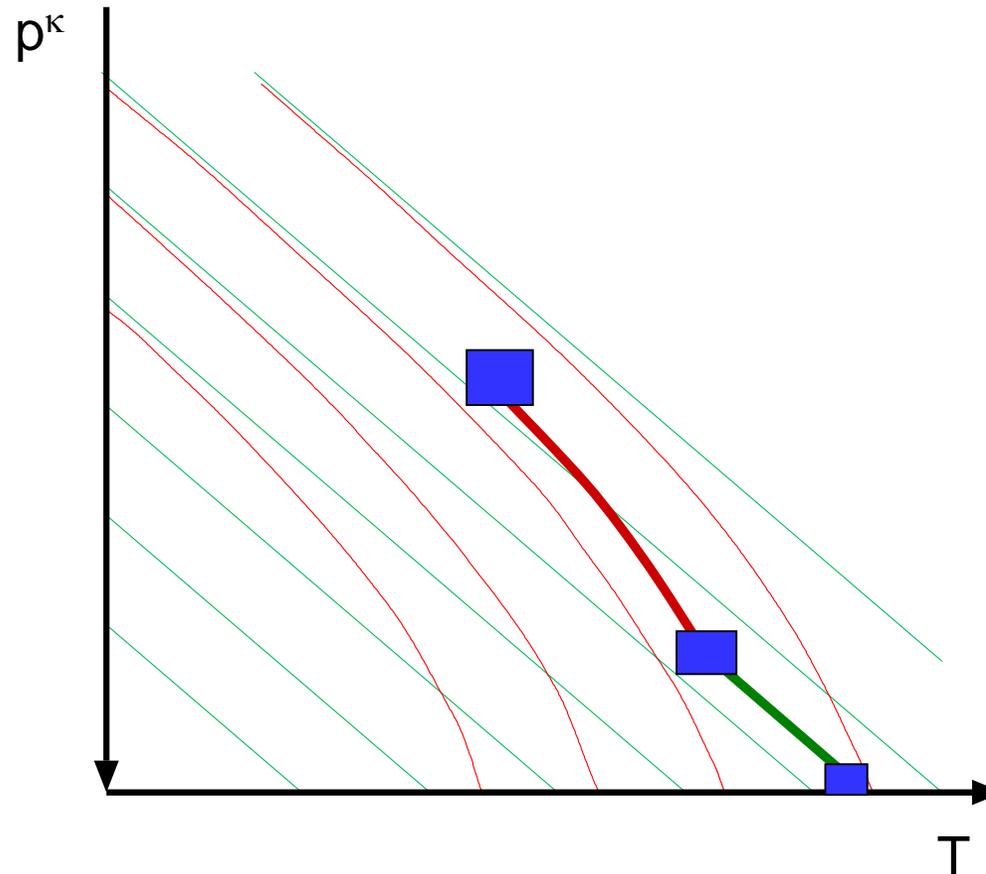
- (1) Trockenadiabatische Hebung bis Wolkenuntergrenze
- (2) Pseudoadiabatische Hebung bis Gebirgskamm
- (3) Trockenadiabatisches Absinken und Erwärmung bis Tal

Hebungskondensationsniveau (HKN)



8.5 Stabilität und Labilität einer Luftschichtung

- **Bisher:** Betrachtung Temperaturänderung eines vertikal ausgelenkten Luftpakets unabhängig von der Umgebung
- **Jetzt:** Betrachtung Temperatur Luftpaket gegenüber Umgebung



Fragen über Fragen...

- Was bedeutet **Labilität**?
- Wie kann eine labile Schichtung erreicht werden?
- Welche Vertikalgeschwindigkeiten können bei Konvektion (Gewitter) beobachtet werden?

8.5 Stabilität und Labilität einer Luftschichtung

Mechanik

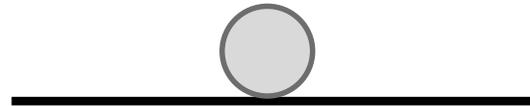
Stabil

... kehrt zurück in die Ausgangslage



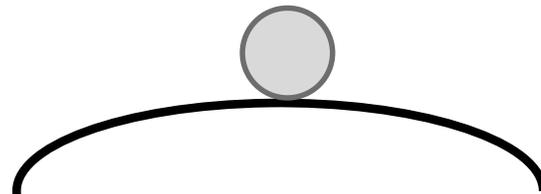
Neutral

... verbleibt an neuer Position

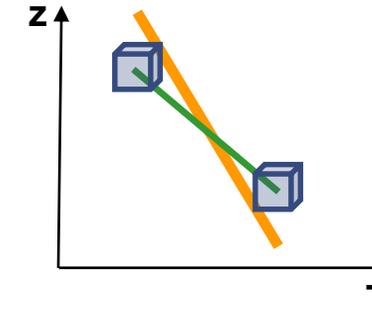


Labil

... entfernt sich weiter von der Ausgangslage

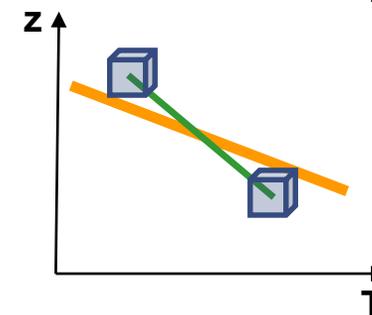
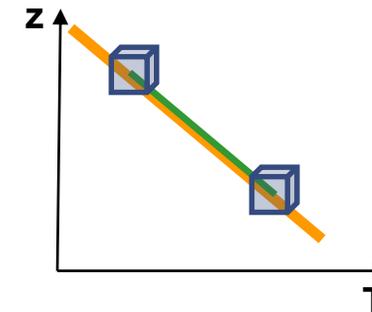


Luftpaket



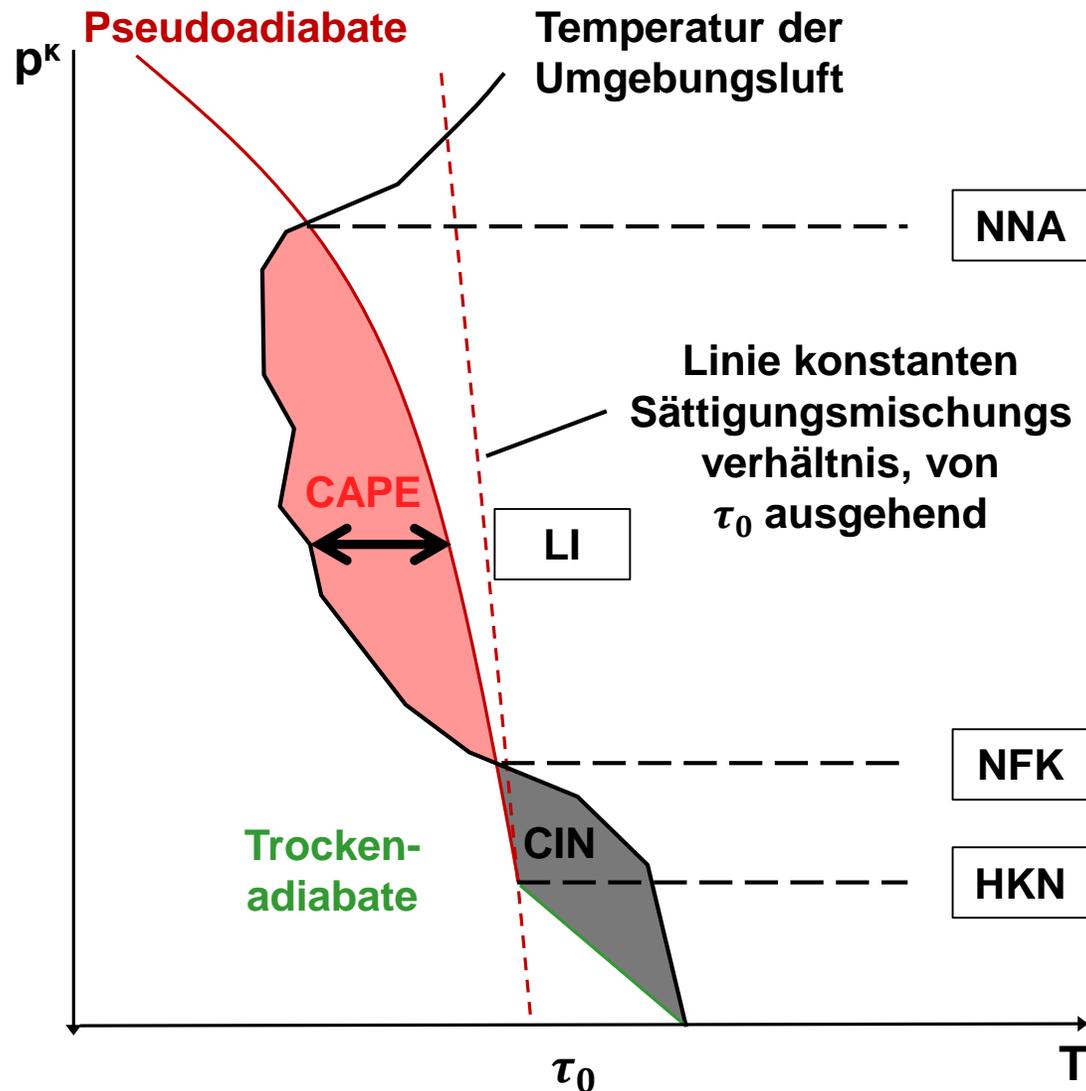
Temperaturprofil
Umgebung

Temperaturprofil
Luftpaket (trockenad.
Temperaturgradient)



Folie M. Augenstein, 2022

8.5 Stabilität und Labilität einer Luftschichtung



Lifted Index: Temperaturdifferenz 500 hPa

$$LI = T_{500hPa,LP} - T_{500hPa,Ug}$$

Niveau neutraler Auftrieb: Wolkenobergrenze

CAPE: konvektive verfügbare potentielle Energie

$$CAPE = \int_{NFK}^{NNA} g \left(\frac{T_{V,LP} - T_{V,Ug}}{T_{V,Ug}} \right) dz$$

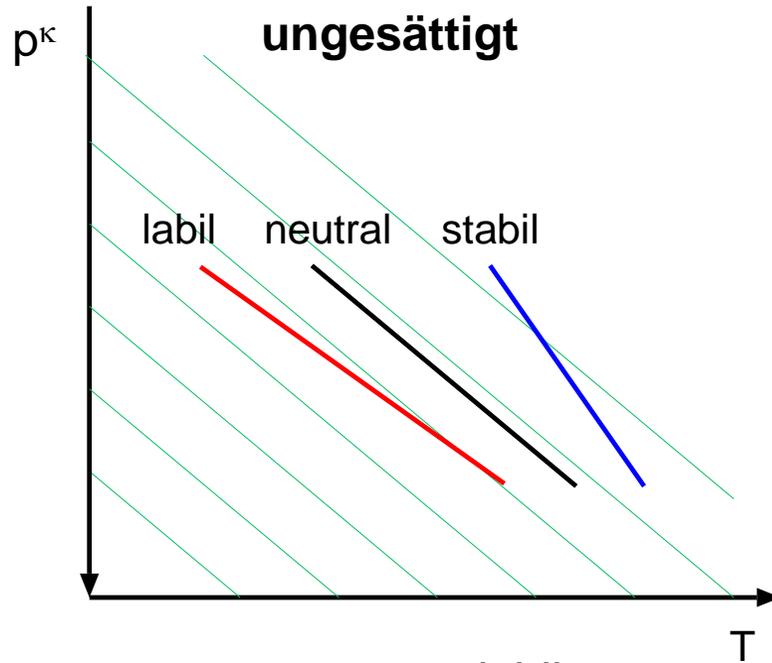
CIN: konvektive Sperre; Überwindung durch äußere Kräfte

Niveau der freien Konvektion: ab hier Beschleunigung

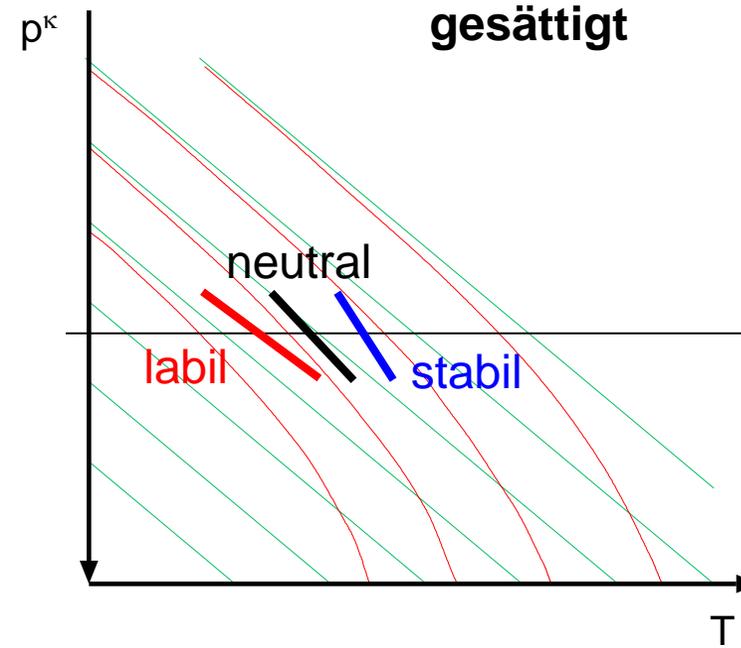
Hebungskondensationsniveau: Wolkenuntergrenze

8.5 Stabilität und Labilität einer Luftschichtung

Zusammengefasst: Stabilität



$ \gamma_u > \Gamma $	labil
$ \gamma_u = \Gamma $	neutral
$ \gamma_u < \Gamma $	stabil
$\partial\theta/\partial z < 0$	labil
$\partial\theta/\partial z = 0$	neutral
$\partial\theta/\partial z > 0$	stabil



$ \gamma_u > \Gamma_s $	labil
$ \gamma_u = \Gamma_s $	neutral
$ \gamma_u < \Gamma_s $	stabil
$\partial\theta_e/\partial z < 0$	labil
$\partial\theta_e/\partial z = 0$	neutral
$\partial\theta_e/\partial z > 0$	stabil

Wir fassen zusammen...

- Spezifische Wärmen $c_p = c_v + R$
- Vertikalbewegungen in der Atmosphäre aus 1. HS der Thermodynamik $du = \delta q + \delta a$
- Temperaturabnahme eines vertikal gehobenen Luftpakets ausschließlich aufgrund der Ausdehnung des Volumens (Arbeit)
- Potentielle Temperatur: thermische + potentielle Energie $\theta = T \left(\frac{1000 \text{ hPa}}{p} \right)^\kappa$
- Pseudopotentielle Temperatur: thermische + potentielle + latente Energie $\theta_e \approx \theta \cdot \exp \left(\frac{r_s L_v}{c_p T} \right)$
- Potentielle (pseudopotentielle) Temperatur: Temperatur eines Luftpakets, das trocken-adiabatisch (unter Ausfällen des gesamten Wasserdampfs mit Erwärmung) auf 1000 hPa gebracht wird;
- Hebung ohne Kondensation: $r, \theta = \text{const}$; $\Gamma_d = 0.98 \text{ K/100m}$
- mit Kondensation: r ändert sich; $\theta_e = \text{const}$; Γ_s zw. 0.4 und 1 K/100 m
- Stüve-Diagramm: $p^\kappa - T$ Diagramm
- Stabil: Gehobenes Luftpaket geringere Temperatur als Umgebung
- Labil: Gehobenes Luftpaket hat höhere T als Umgebung \rightarrow Aufsteigen