

Vorlesung „Allgemeine Meteorologie“

Prof. Michael Kunz

Kapitel 8: Thermodynamische Grundlagen



Letzte Vorlesung...

- **Spezifische Wärme:** notw. Wärmemenge, um Temperatur einer Masseneinheit um 1 K zu erhöhen
- **Trockenadiabatischer Temperaturgradient:**
- **Potentielle Temperatur:** thermische + potentielle Energie
→ Temperatur eines Luftpakets, wenn es trockenadiab. auf 1000 hPa gebracht wird
→ bleibt bei Hebung Luftpaket ohne Sättigung erhalten
- **Pseudopotentielle Temperatur:** thermische + potentielle + latente Energie
(1. H.S. $c_p dT - v dp + L_V dr_s = 0$) → bleibt bei gesättigter Hebung Luftpaket erhalten
- **Pseudoadiabatischer Temperaturgradient** nicht konstant (0.4 – 0.98 K/100 m)
da ~ Mischungsverhältnis r_s ; bei tiefen Temperaturen (geringe Feuchte): $\theta_e \approx \theta$
- **Stüve-Diagramm:** x-Achse lineare Temperaturskala, y-Achse Druck p^κ ;
 $\kappa = R_l/c_p = 0.286$; wegen p^κ sind Trockenadiabaten ($\theta = \text{const.}$) gerade Linien
- Thermodynamische (vereinfachte) Erklärung Föhn: ab Hebungs-kondensations-niveau (HKN) im Luv pseudoadiabatische Hebung; trockenadiabatisches Absinken im Lee → Erwärmung

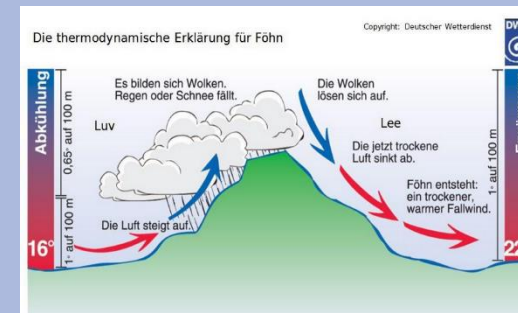
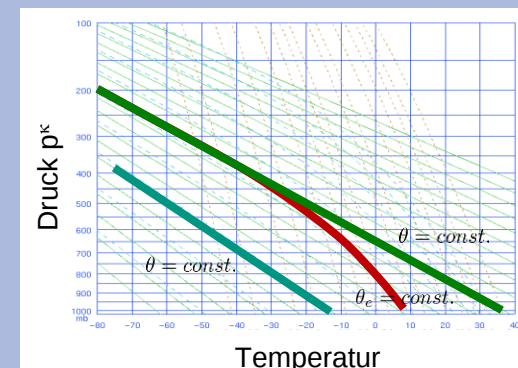
isobar isochor Gaskonstante

$$c_p = c_v + R_l$$

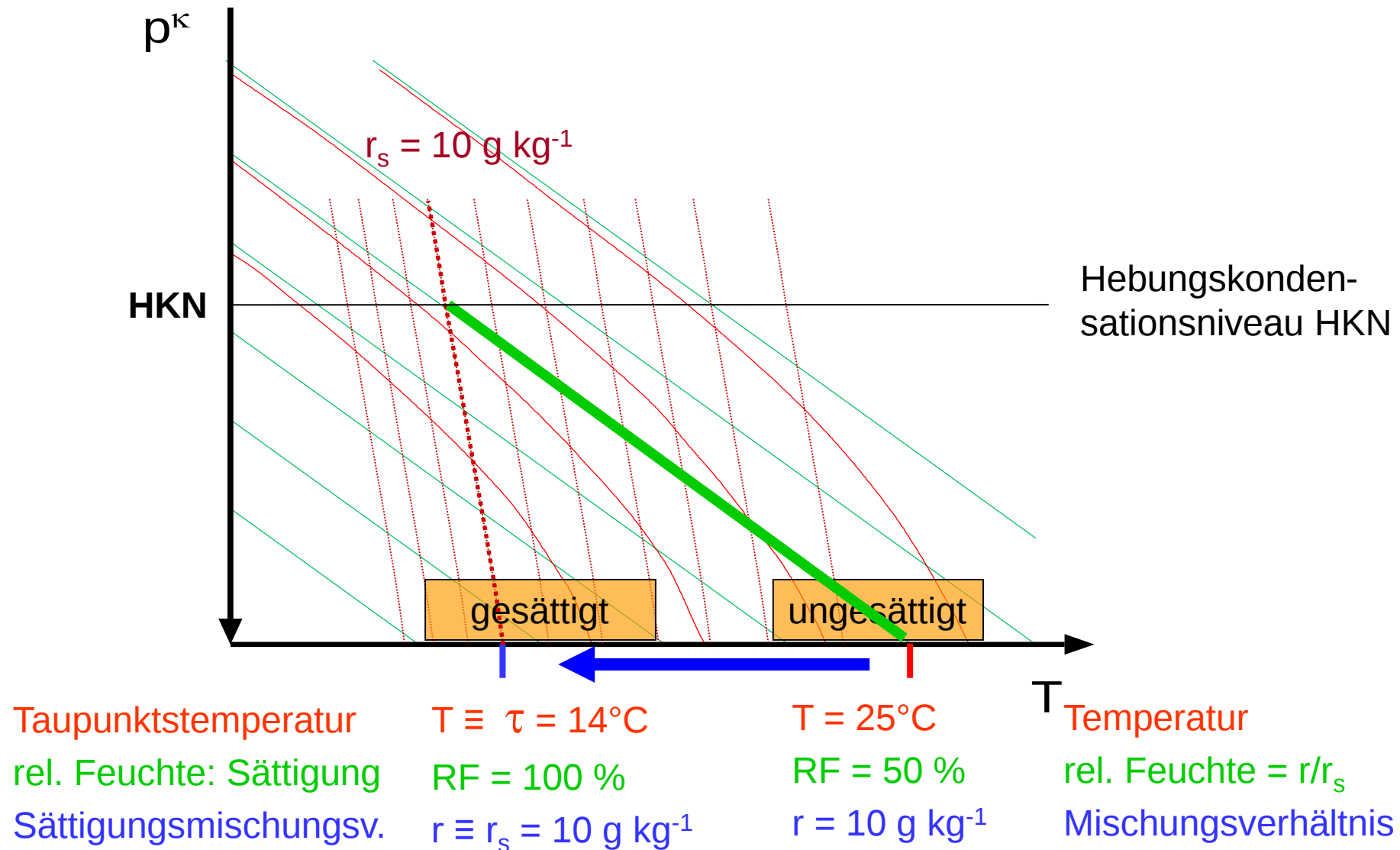
$$-\frac{dT}{dz} = \Gamma_d = \frac{g}{c_p} = 0.98 \text{ K/100m}$$

$$\theta = T \left(\frac{p_0}{p} \right)^{R_l/c_p}$$

$$\theta_e \approx \theta \cdot \exp \left(\frac{r_s L_v}{c_p T} \right)$$

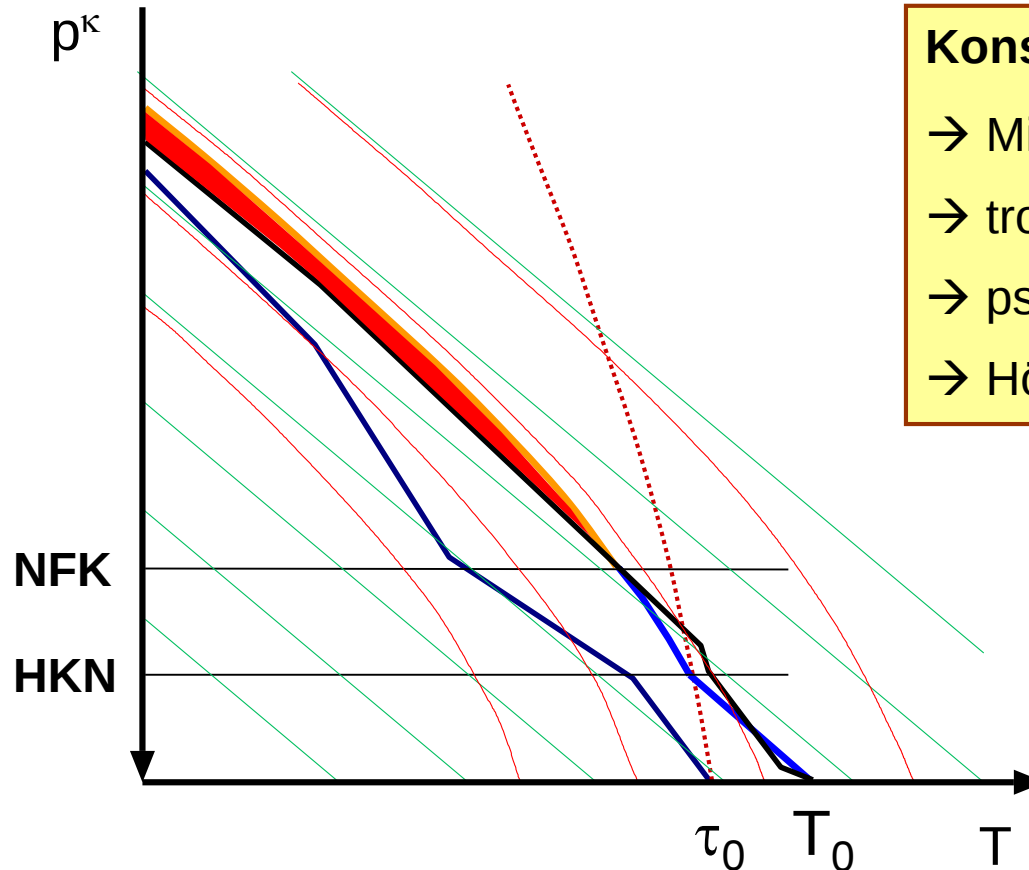


Hebungskondensationsniveau (HKN)



Niveau der freien Konvektion (NFK)

- Erzwungene Hebung eines Luftpakets vom Boden bis zu einer Höhe, ab der freier Auftrieb herrscht ($T_{\text{Paket}} > T_{\text{Umgebung}}$)

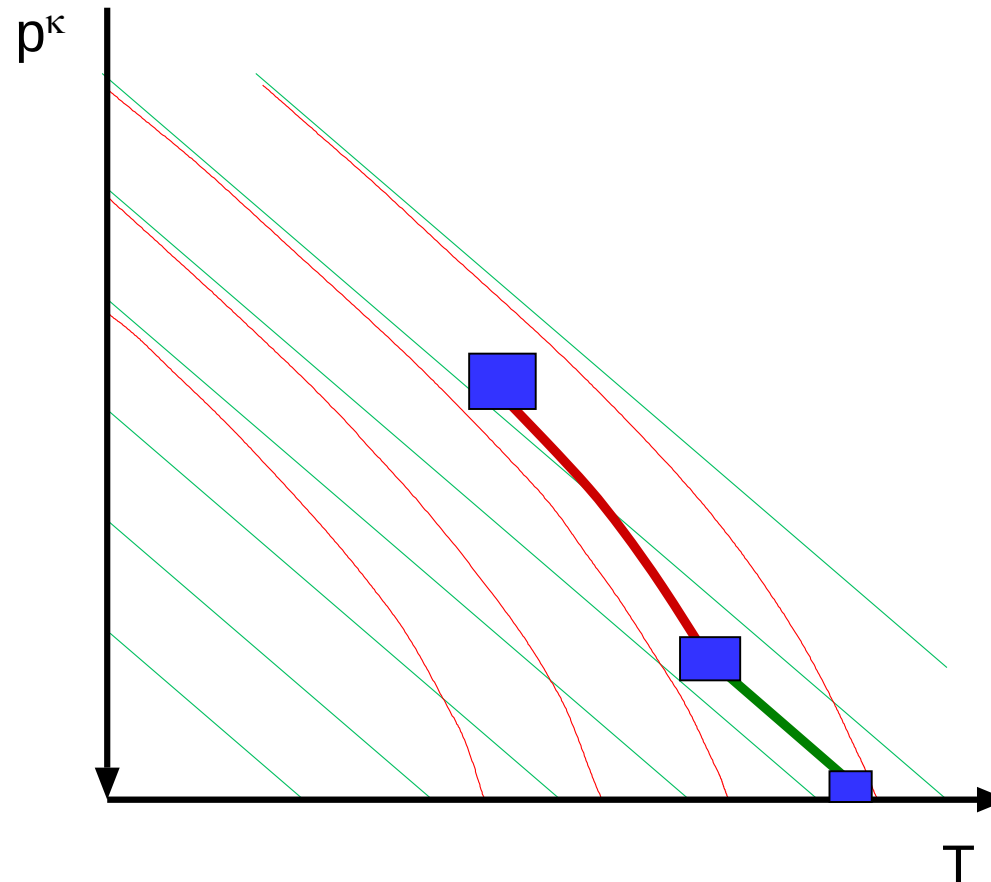


Konstruktion:

- Mischungsverhältnis $r(T) = r_s(\tau_0) = \text{const.}$
- trockenadiabatischer Aufstieg bis HKN
- pseudoadiabatischer Aufstieg ab HKN
- Höhe, in der $T_{\text{Paket}} > T_{\text{Umgebung}}$: NFK

8.5 Stabilität und Labilität einer Luftschichtung

- **Bisher:** Betrachtung Temperaturänderung eines vertikal ausgelenkten Luftpakets unabhängig von der Umgebung
- **Jetzt:** Betrachtung Temperatur Luftpaket gegenüber Umgebung



Fragen über Fragen...

- Was bedeutet **Labilität**?
- Wie kann eine **labile Schichtung** erreicht werden?
- Welche **Vertikalgeschwindigkeiten** können bei Konvektion (Gewitter) beobachtet werden?

8.5 Stabilität und Labilität einer Luftschichtung

Mechanik

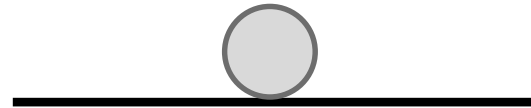
Stabil

... Luftpaket kälter als Umgebung (höhere Dichte), kehrt zurück in Ausgangslage



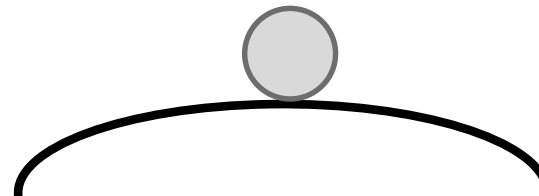
Neutral

... Temperatur Luftpaket = Temperatur Umgebung; verbleibt an neuer Position

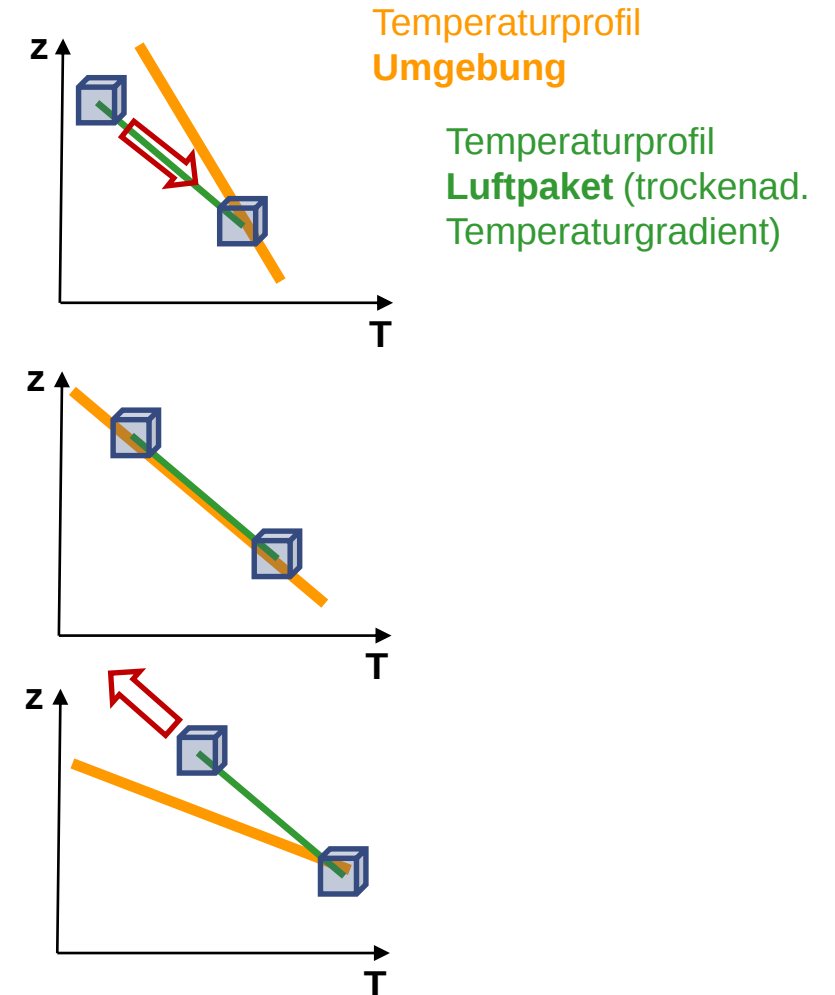


Labil

... Luftpaket wärmer als Umgebung (geringere Dichte) entfernt sich weiter von Ausgangslage



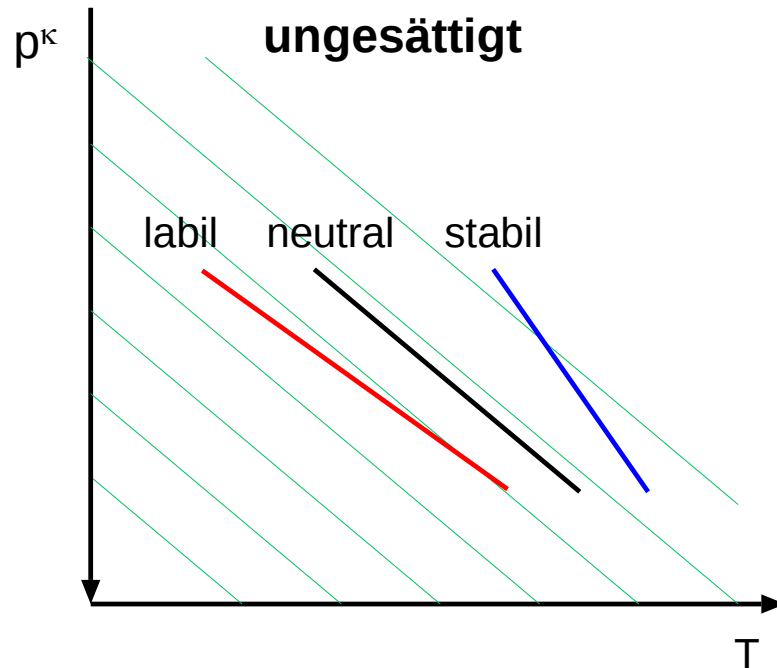
Luftpaket



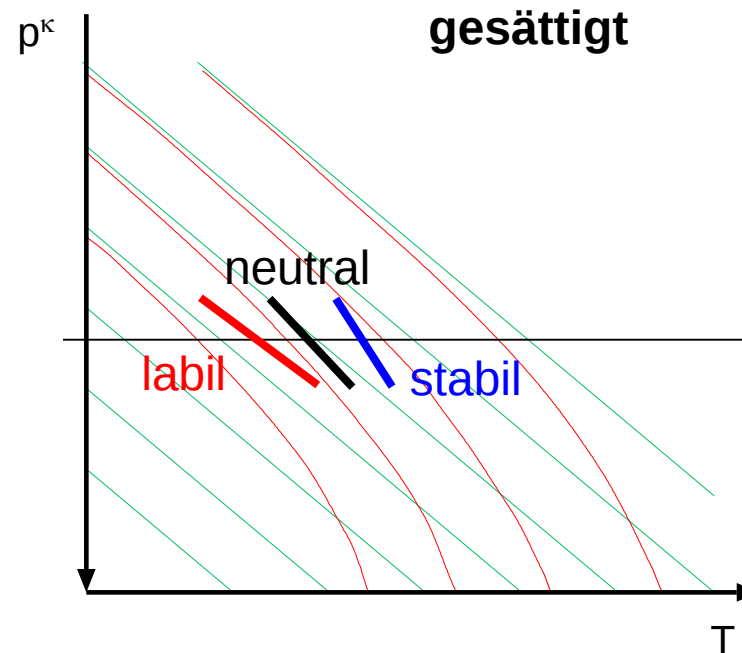
Folie M. Augenstein, 2022

8.5 Stabilität und Labilität einer Luftschichtung

Stabil, labil, neutral im Stüve-Diagramm

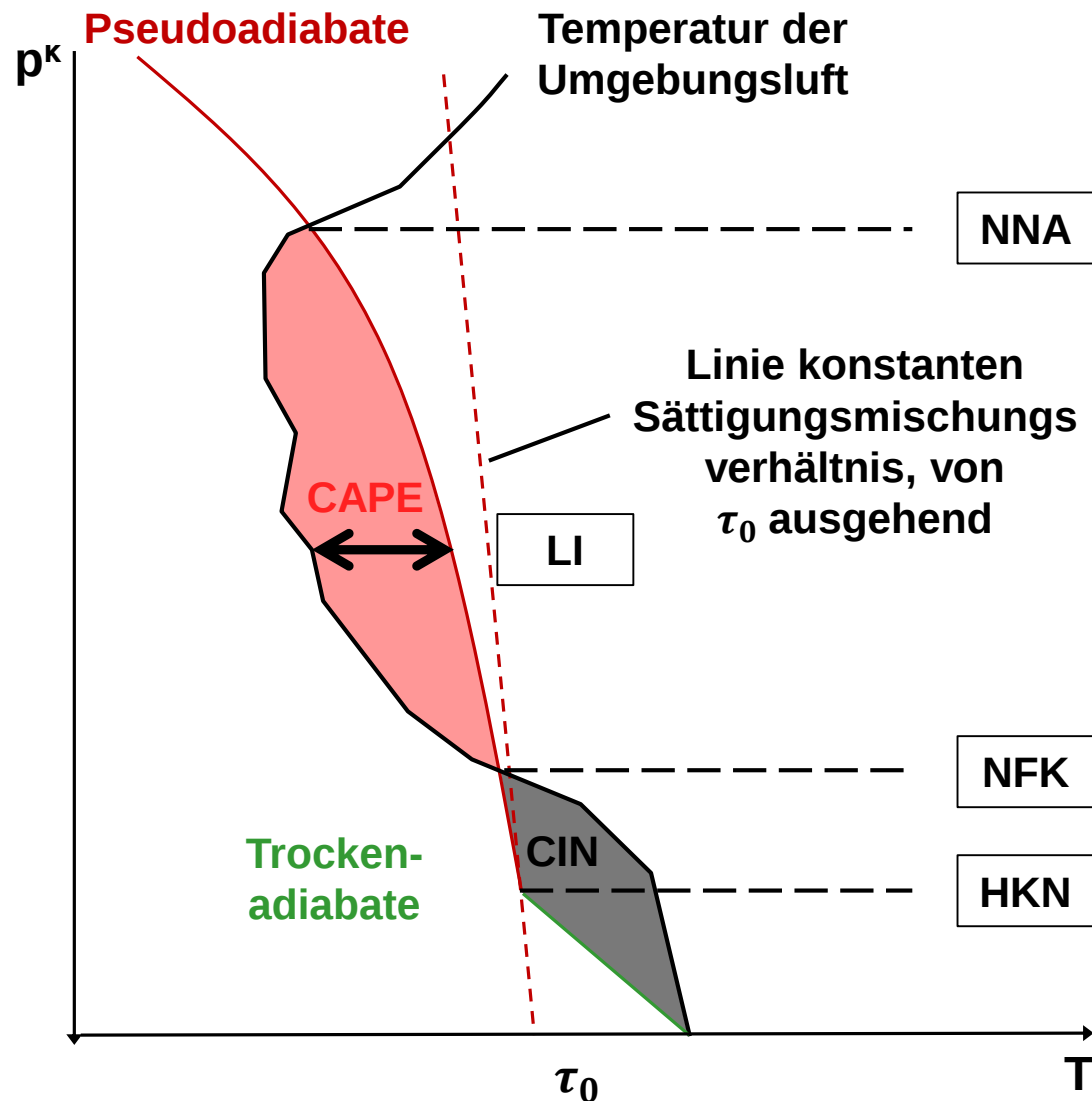


$>$	labil
$ \gamma_u = \Gamma $	neutral
$<$	stabil
$<$	labil
$\partial\theta/\partial z = 0$	neutral
$>$	stabil



$>$	labil
$ \gamma_u = \Gamma_s $	neutral
$<$	stabil
$<$	labil
$\partial\theta_e/\partial z = 0$	neutral
$>$	stabil

8.5 Stabilität und Labilität einer Luftschichtung



Lifted Index: Temperaturdifferenz 500 hPa

$$LI = T_{500hPa,LP} - T_{500hPa,Ug}$$

Niveau neutraler Auftrieb: Wolkenobergrenze

CAPE: konvektive verfügbare potentielle Energie

$$CAPE = \int_{NFK}^{NNA} g \left(\frac{T_{V,LP} - T_{V,Ug}}{T_{V,Ug}} \right) dz$$

CIN: konvektive Sperre; Überwindung durch äußere Kräfte

Niveau der freien Konvektion: ab hier Beschleunigung

Hebungskondensationsniveau: Wolkenuntergrenze

Vorlesung „Allgemeine Meteorologie“

Prof. Michael Kunz

Kapitel 9: Kondensationsprozesse in der Atmosphäre



Agenda heute...

9 Kondensationsprozesse in der Atmosphäre

9.1 Krümmungs- und Lösungseffekt bei Tröpfchen

9.2 Wolkentröpfchen

9.3 Tropfenwachstum in warmen Wolken

9.4 Tropfenwachstum über Eisphase

9.4.1 Eiskristalle in Wolken

9.4.2 Bergeron-Findeisen-Prozess

9.5 Entstehung von Hagel ☺

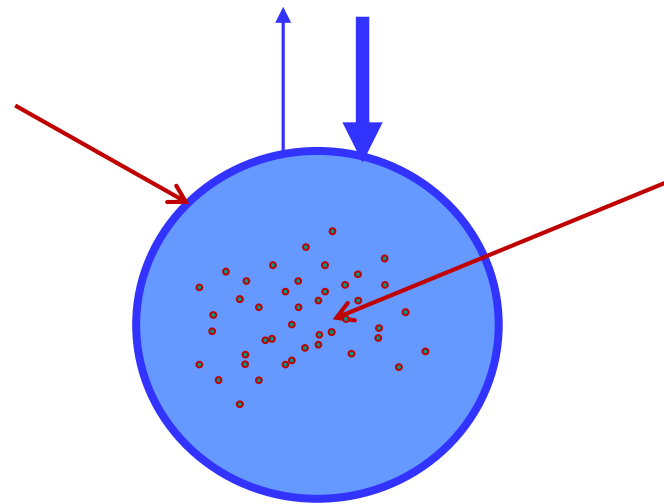
* Neues aus der Hagelforschung

9.1 Krümmungs- und Lösungseffekt bei Tröpfchen

Wassermoleküle eines Tropfens

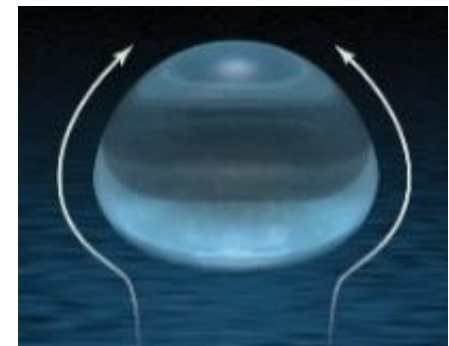
Folge: Veränderung Sättigungsdampfdruck und damit Phasenflüsse

Wassermoleküle auf **gekrümmter Fläche** haben geringere Bindungsenergie gegenüber Moleküle im Inneren



Tropfen

Lösungen (z.B. hygroscopisch) verstärken die Bindungen der Moleküle im Tropfen



9.1 Krümmungs- und Lösungseffekt bei Tröpfchen

Krümmungseffekt

- Bindung Moleküle bei gekrümmten Oberflächen schwächer gegenüber ebener Wasserfläche
 - ⇒ Wassermoleküle gelangen leichter von Wassertropfen in Dampfphase
 - ⇒ Erhöhung Sättigungsdampfdruck E über gekrümmter Oberfläche
 - ⇒ Für Kondensation ist Übersättigung notwendig

- Übersättigung E_R : Formel von Kelvin

R_w : Gaskonstante Wasserdampf = $461,6 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
 R : Radius; $E(T)$: Sättigungsdampfdruck ebene Fläche; σ : Oberflächenspannung; ρ_w : Dichte Wasser

$$E_R = E(T) \exp \left(\frac{2\sigma}{\rho_w R_w T R} \right)$$

- Annäherung Kelvin Formeln durch Form

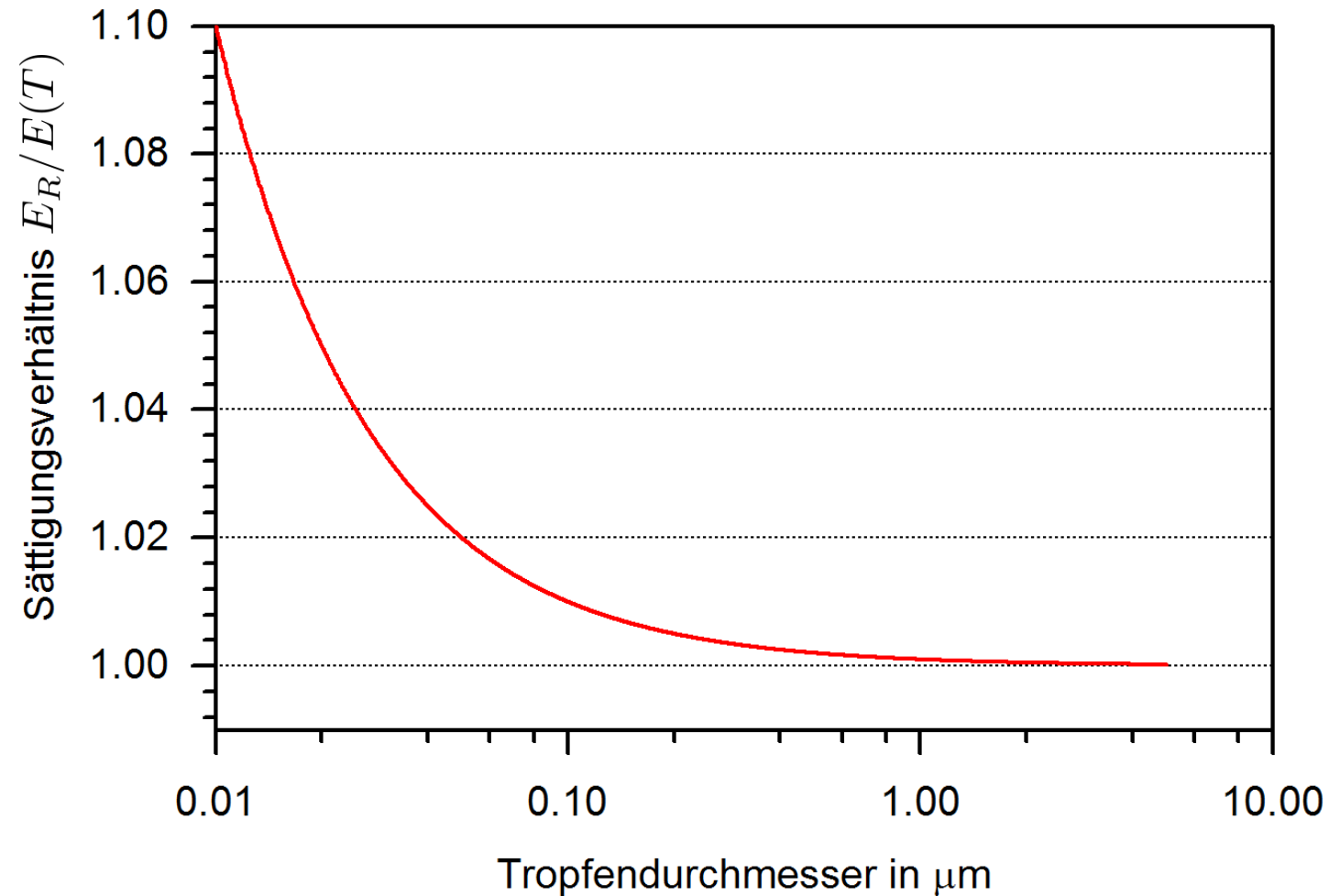
$$\frac{E_R}{E(T)} \approx 1 + \frac{\text{const.}}{R} > 1$$

- Bei gekrümmten Oberflächen ist **Sättigungsverhältnis $E_R/E > 1 \rightarrow$ Übersättigung notwendig** damit Tropfen nicht wieder verdunstet
- Kleinen Tröpfchen: E_R sehr hoch (= hohe Übersättigung notwendig); geht für große Tropfen asymptotisch gegen E (geringe Übersättigung notwendig)

9.1 Krümmungs- und Lösungseffekt bei Tröpfchen

Krümmungseffekt

■ Reiner Wassertropfen ohne Aerosol



9.1 Krümmungs- und Lösungseffekt bei Tröpfchen

Heterogene Nukleation

■ Beteiligung eines **Partikels (Aerosol)**; 2 Möglichkeiten für Entstehung Nukleus:

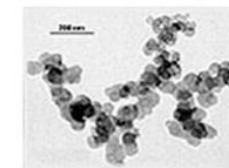
(a) Aerosol benetzbar (Oberflächenspannung zwischen Wasser und Aerosol sehr klein):

⇒ Erhöhter Anfangsradius sorgt für Verringerung der notwendigen Übersättigung
(siehe Gleichung für homogene Nukleation)

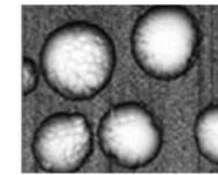
→ **Verringerung Krümmungseffekt**

(a) Aerosol löslich: Lösung verringert Sättigungsdampfdruck E

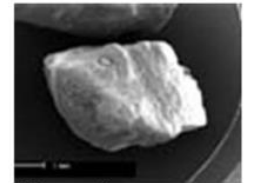
→ **Lösungseffekt**



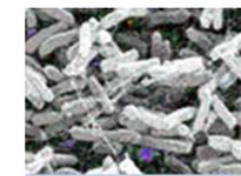
Ruß



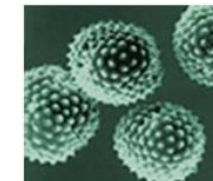
Ammoniumsulfat



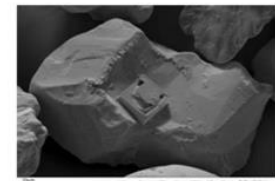
Meersalz



Bakterien



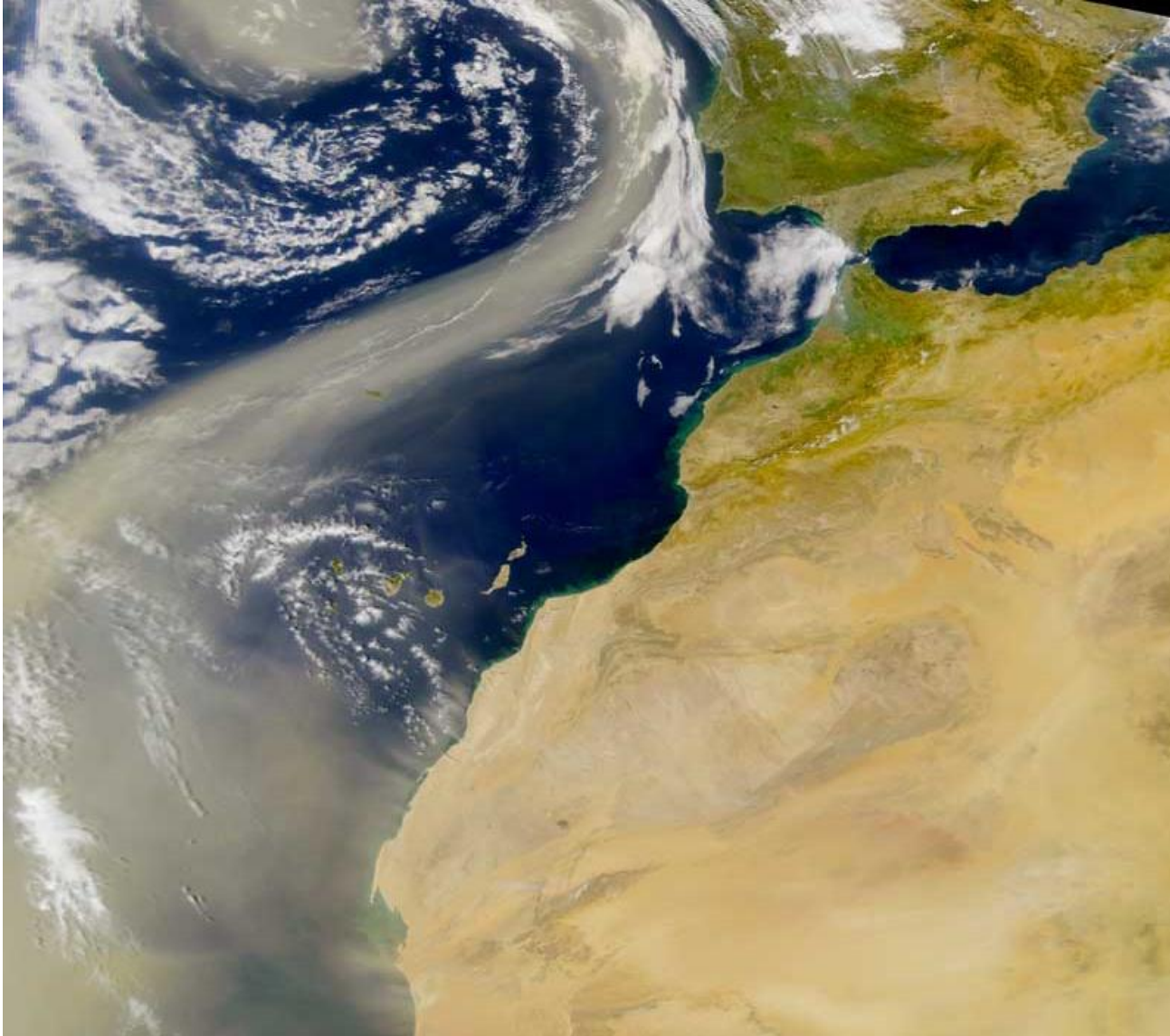
Pollen



Mineralstaub

Verschiedene Aerosole unter dem Mikroskop. Quelle: PSI.

9.1 Krümmungs- und Lösungseffekt bei Tröpfchen



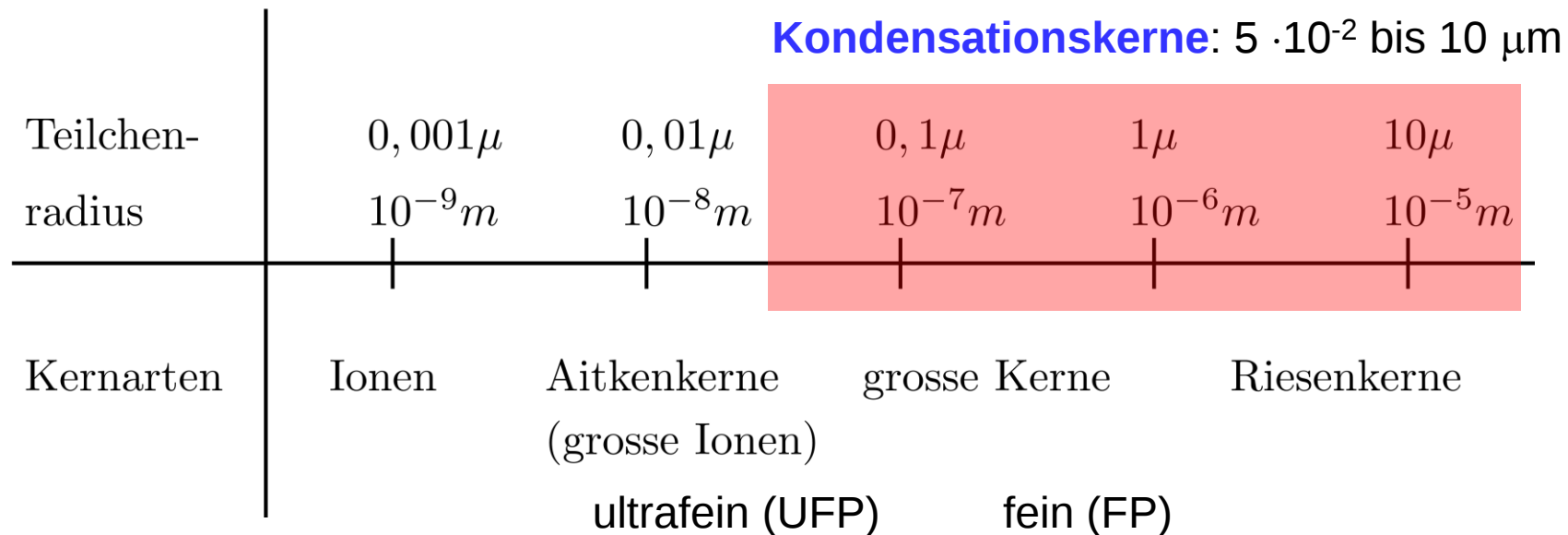
→ Siehe Vortrag von Lisa Muth
am Ende der VL heute

9.1 Krümmungs- und Lösungseffekt bei Tröpfchen

■ Aerosole für Nukleation / Kondensation (= Kondensationskerne, CCN)

- Zersprühen / Verdunsten von Tröpfchen aus Gischt Meerwasser
- Chemische Rauchgase
- Verbrennungsprozesse (Ruß!)
- Aufwirbelung von feinem Staub (Mineralstaub, z.B. aus Sahara)

Größenverteilung des Aerosols:



9.1 Krümmungs- und Lösungseffekt bei Tröpfchen

Lösungseffekt

- Verringerung Sättigungsdampfdruck E bei Lösung Aerosol in Wasser, z.B. hygroskopische Substanzen (alle Salze)
- Erniedrigung von E durch Lösung (E_L); beschrieben durch **Raoult'sches Gesetz**:

$$\rightarrow n = \frac{m}{M} = \frac{\text{Masse Tropfen}}{\text{molare Masse}} = \frac{4/3\pi R^3 \rho_w}{18,02 \text{ g mol}^{-1}} = \text{const.} \cdot R^3 \quad (2)$$

$$\frac{E_L}{E(T)} = 1 - \frac{n_L}{n + n_L} < 1 \quad (1)$$

n_L : Anzahl Mole gelöste Substanz
 n : Anzahl Mole Wasser

- Wachsender Tropfen: n nimmt zu, n_L bleibt konstant

- Daraus folgt:
$$\frac{E_L}{E(T)} = 1 - \frac{n_L}{n + n_L} \approx 1 - \frac{n_L}{n}$$

approx., da $n \gg n_L$ Gleichung (2)

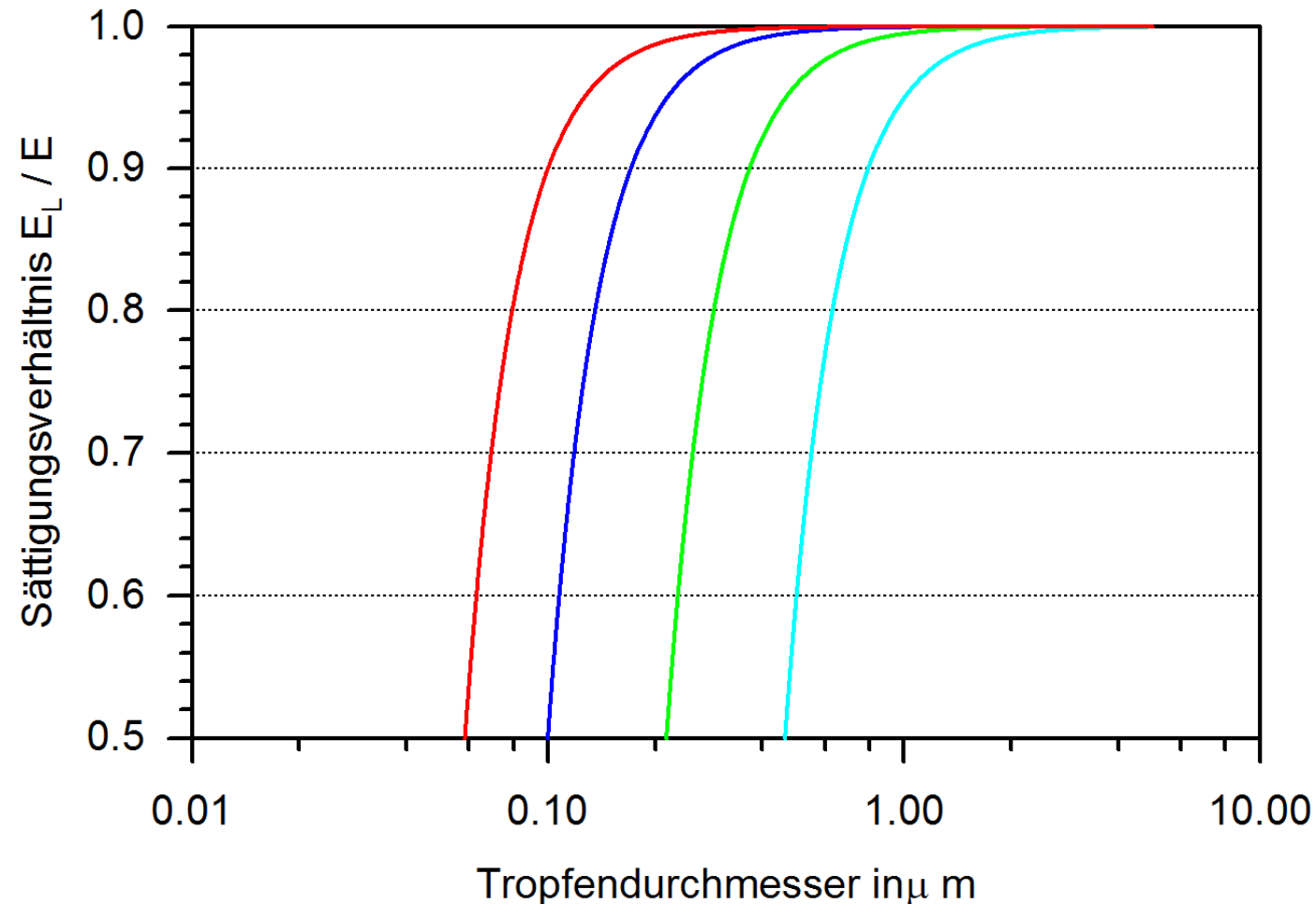
$$\Rightarrow \frac{E_L}{E(T)} = 1 - \frac{\text{const.}}{R^3}$$

- **Sättigungsverhältnis** $E_L/E < 1$ bei Lösungen
- Bei kleinen Tröpfchen wächst E_L rasch an und geht asymptotisch gegen E

9.1 Krümmungs- und Lösungseffekt bei Tröpfchen

Lösungseffekt

- Verschiedene Ausgangskonzentrationen von NaCl



9.1 Krümmungs- und Lösungseffekt bei Tröpfchen

Krümmungs- und Lösungseffekt zusammen: Köhler-Gleichung

- Notwendige Übersättigung für Tropfenwachstum:

$$\tilde{S} \equiv \frac{E_{Tr}}{E(T)} - 1 = \frac{\hat{a}}{R} - \frac{\hat{b}}{R^3}$$

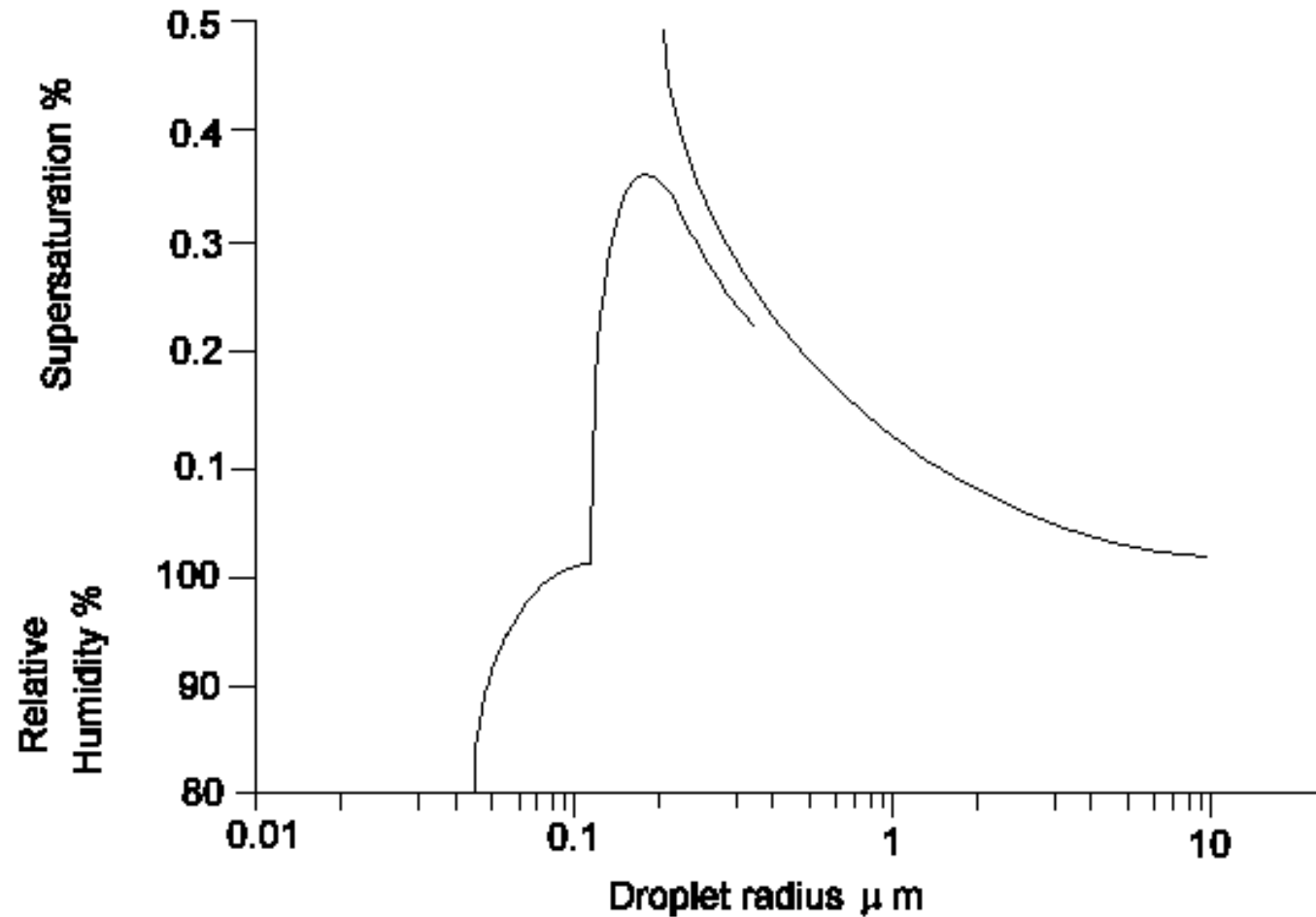
$\hat{a}, \hat{b}$: Konstanten
(gering abh. von T)

Übersättigung
↑
Krümmungs-
effekt
↑
Lösungs-
effekt

- Lösungs- und Krümmungseffekt haben entgegengesetzte Wirkung (unterschiedliche Vorzeichen):
 - Kleine Tropfen: Lösungseffekt überwiegt gegenüber Krümmungseffekt
 - Zunehmender Radius: Salzkonzentration nimmt stärker ab ($\sim R^{-3}$) als Effekt durch Krümmung ($\sim R^{-1}$)

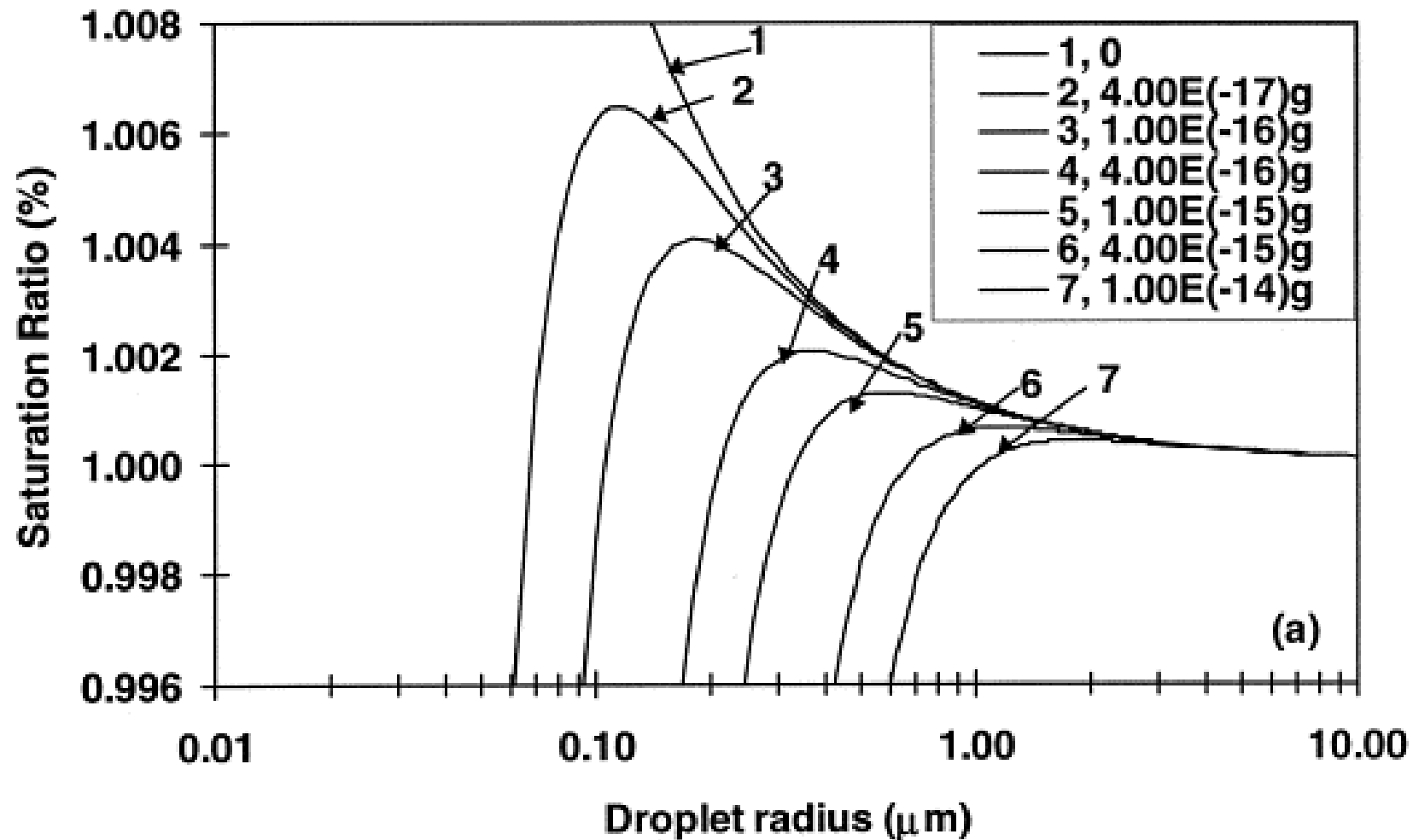
9.1 Krümmungs- und Lösungseffekt bei Tröpfchen

Köhler-Diagramm: Krümmungs- und Lösungseffekt zusammen



9.1 Krümmungs- und Lösungseffekt bei Tröpfchen

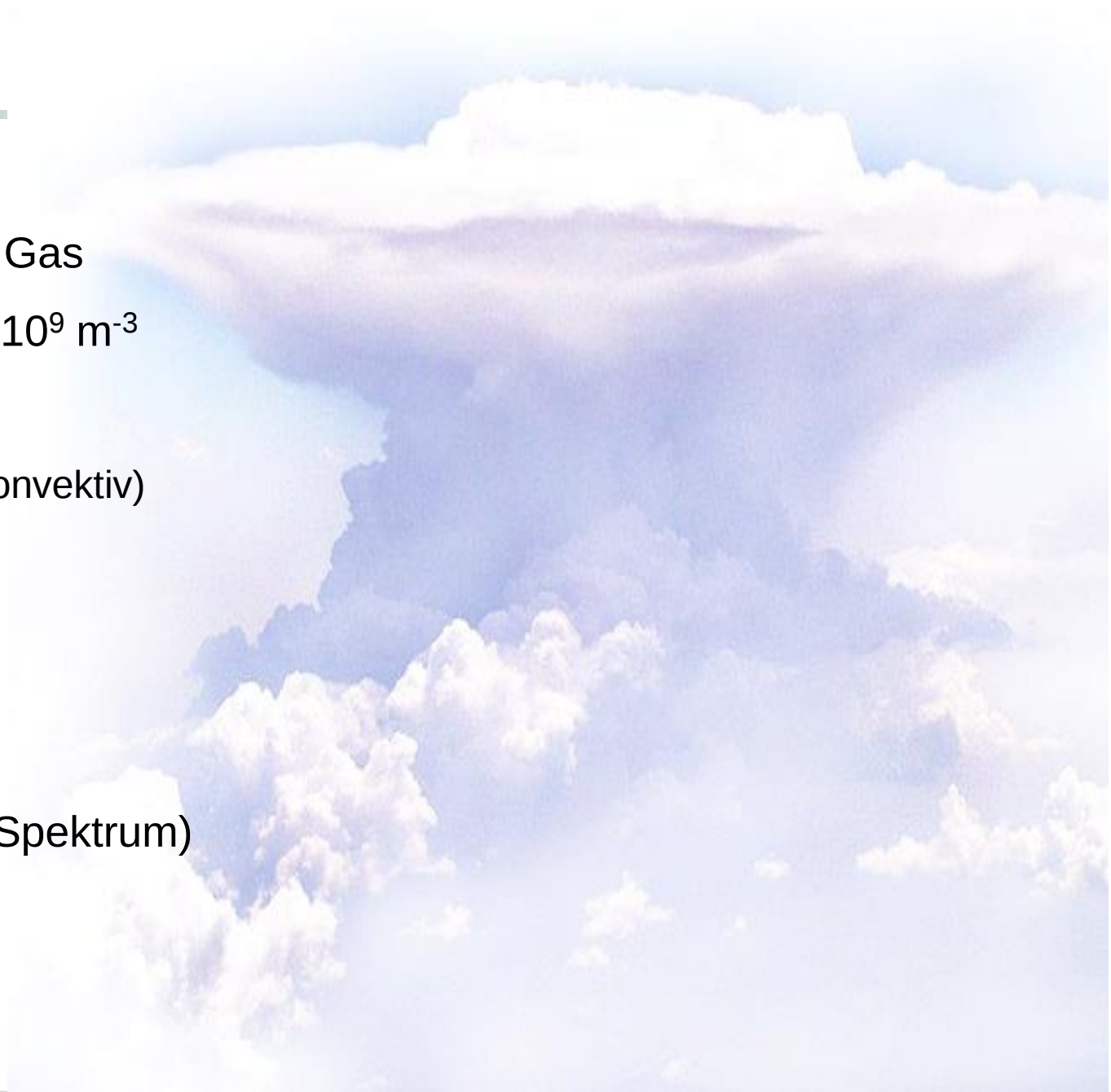
- Abhängig von Radius und Konzentration (verschiedene Kurven) NaCl



9.2 Wolkentröpfchen

Eigenschaften Wolken

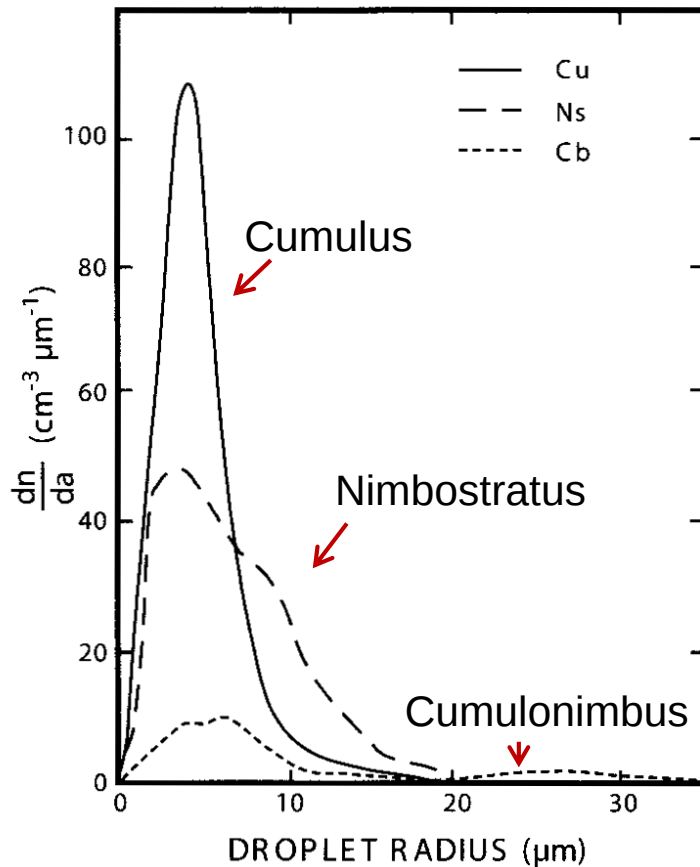
- Kolloides System: Wolkenpartikel gelöst in Gas
- Hohe Anzahldichte an Wolkentröpfchen: $\sim 10^9 \text{ m}^{-3}$
- Tropfengrößenverteilung abhängig von:
 - Intensität Vertikalbewegung (stratiform vs. konvektiv)
 - Turbulenzgrad in der Wolke
 - Temperatur Umgebung
 - Alter der Wolke
- Da Bedingungen in Wolke nicht homogen
⇒ unterschiedliche Größenverteilung (=Spektrum)
mit Radien zwischen ~ 1 und $50 \text{ }\mu\text{m}$



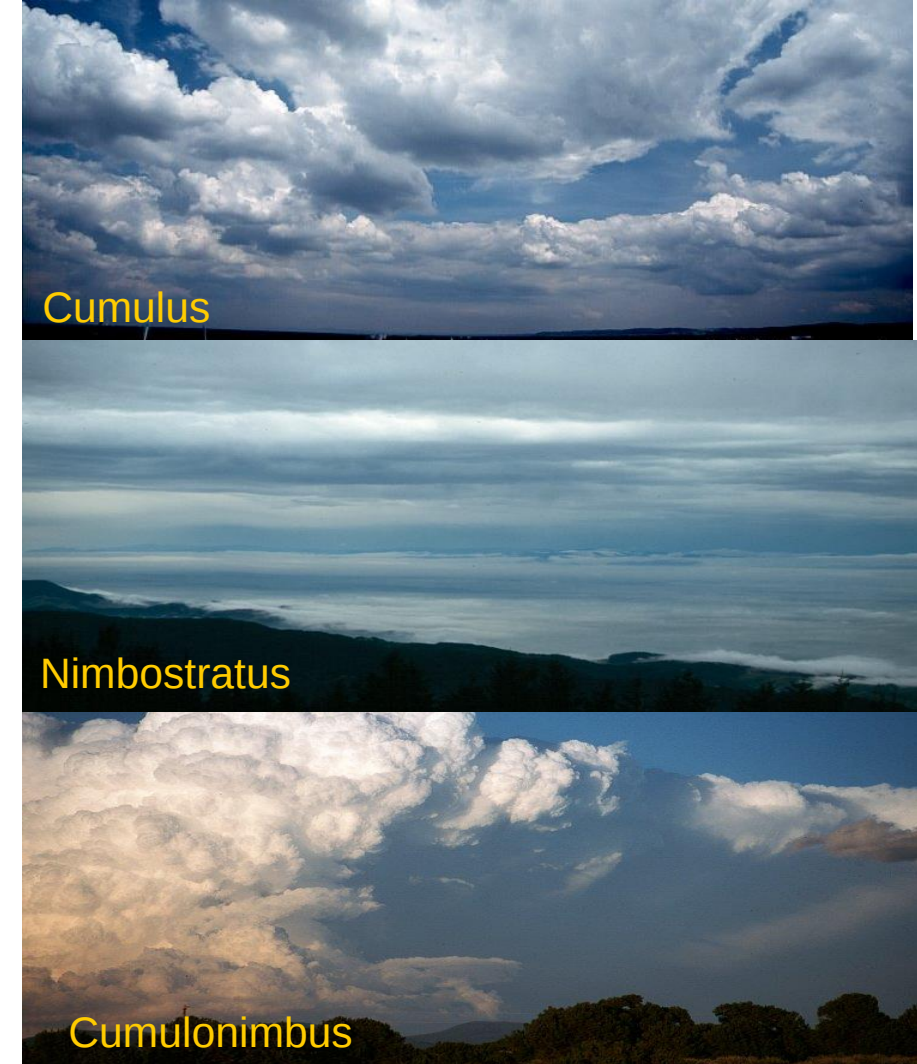
9.2 Wolkentröpfchen

Größenspektrum Wolkentröpfchen für verschiedene Wolkenarten

- Typischer Radius Wolkentröpfchen: 1-10 (50) μm ;
maritime Spektren schmaler als kontinentale



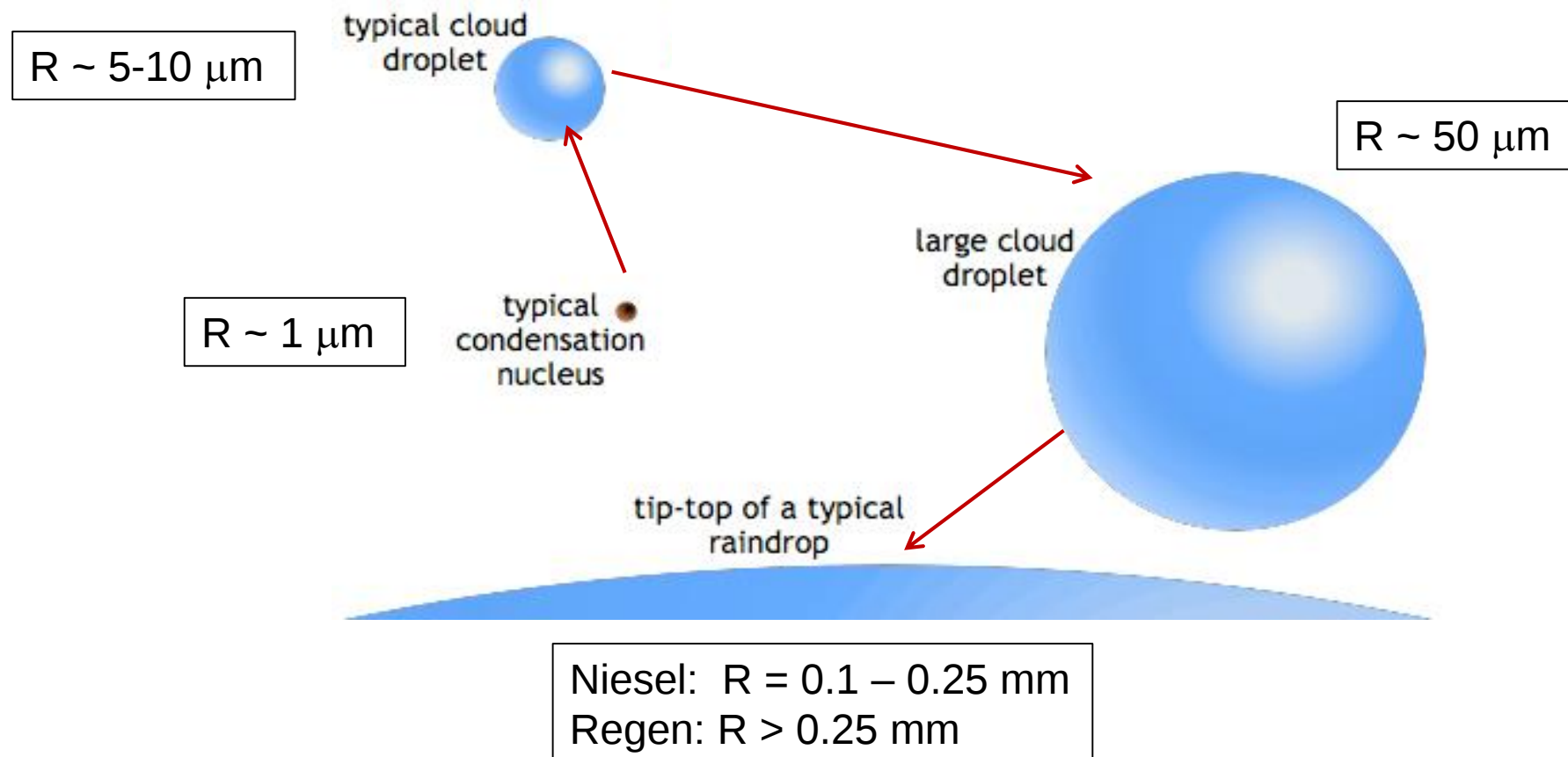
(Liou, 1990)



9.2 Wolkentröpfchen

Größenvergleich Hydrometeore (und Aerosol)

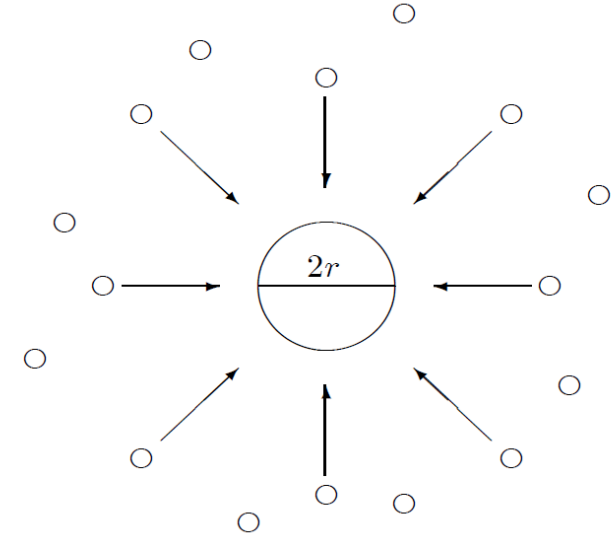
- Unterscheidung Wolken-/Niederschlag durch Aufwind: wenn Aufwind stark genug ist, dass er Hydrometeore vom Fallen abhält → Wolkenpartikel



9.3 Tropfenwachstum in warmen Wolken

(A) Kondensation und Diffusion

- Diffusion von Wasserdampf der Umgebung zu Tröpfchen notwendig; dazu: größerer Wasserdampfpartialdruck Umgebung gegenüber direkter Umgebung Tröpfchen
- **Annahme:** Tröpfchen besitze Mindestgröße, so dass Krümmungs- und Lösungseffekt unbedeutend sind
- **Wasserdampffluss** F_d pro Volumen- und Zeiteinheit (Ficksche Diffusion)
 - Antrieb Diffusion: Gradient Wasserdampfdichte in radialer Richtung (dR)



$$F_d = -D \frac{d\rho_d}{dR}$$

D : Diffusionskonstante
 ρ_d : Wasserdampfdichte
 R : Radius

9.3 Tropfenwachstum in warmen Wolken

(A) Kondensation und Diffusion

■ mittlere Massenänderungsrate:

- wenn $e_\infty > e_0 \equiv E$: Kondensation
- wenn $e_\infty < e_0 \equiv E$: Verdunstung

↑ ↑
Dampfdruck Dampfdruck
Umgebung Oberfl. Tropfen

$$\frac{dm}{dt} = -AF_d = 4\pi R^2 D \frac{d\rho_d}{dR} \quad \text{mit} \quad F_d = -D \frac{d\rho_d}{dR}$$

$$\frac{d\bar{m}}{dt} = \frac{4\pi R D}{R_d} \left(\frac{e_\infty}{T_\infty} - \frac{e_0}{T_0} \right)$$

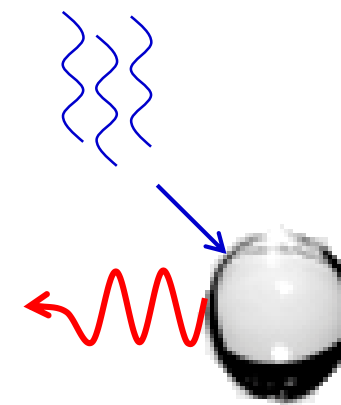
↑ ↑ ↑
kontinuierl. Umgebung Oberfl.
Wachstum Tropfen

■ **Kondensation:** Freisetzung latenter Wärme ($= L_V dr_s$)

- Zunahme T_0
- aber: gleichzeitig stärkere Zunahme $e_0 \equiv E(T_0)$ (exp-Form)

■ Folgen:

- Verlangsamung Massenänderungsrate (Tropfenwachstum)
- Folge: Begrenzung Radius Wolkentröpfchen (siehe Spektren; $\sim 10 \mu\text{m}$)
- **Kein Wachstum bis Regentropfengröße durch Diffusion möglich**



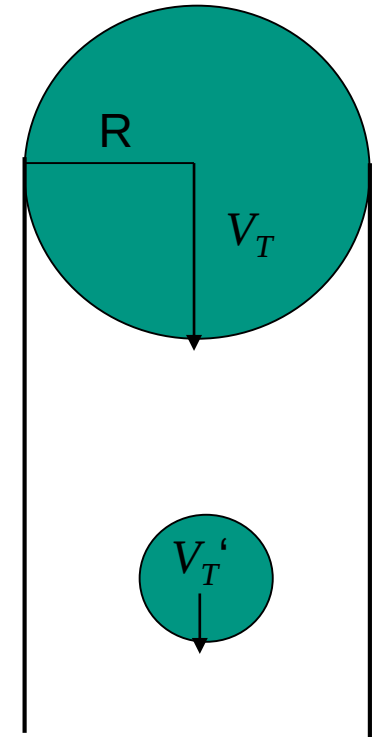
9.3 Tropfenwachstum in warmen Wolken

(B) Wachstum Tropfen durch Koaleszenz: Theorie von Langmuir

- Kollision der Tropfen aufgrund unterschiedlicher Fallgeschwindigkeiten V_T und V_T' und anschließendem Zusammenfließen (= Koaleszenz)
- **Endfallgeschwindigkeit** V_T Tropfen: Annahme für kleine Tropfen in Luft ($R > 0.1$ mm), **Stokessche Reibung**
⇒ Reibungskraft = Gewichtskraft – Auftrieb

$$\Rightarrow V_T = \frac{2}{9} \frac{\rho_{Fl} - \rho_{Luft}}{\mu} g R^2$$

μ : dynamische Zähigkeit
 g : Schwerebeschleunigung

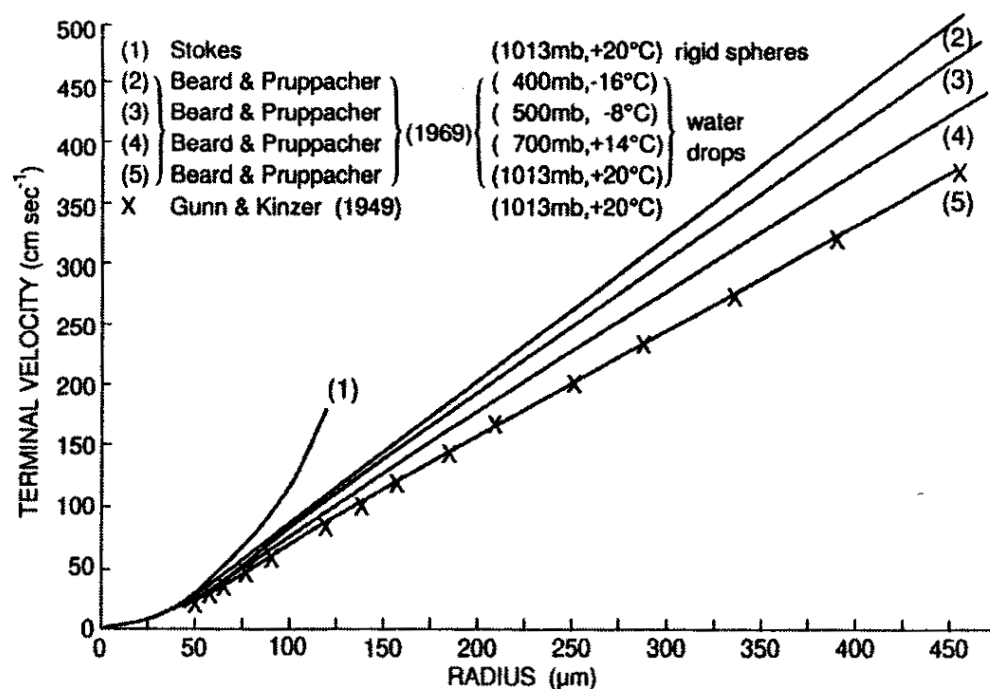


9.3 Tropfenwachstum in warmen Wolken

(B) Wachstum Tropfen durch Koaleszenz: Theorie von Langmuir

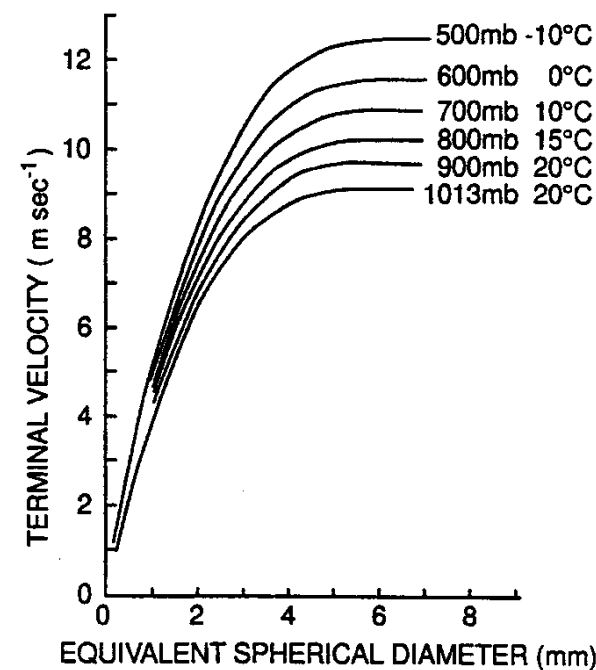
- Endfallgeschwindigkeiten Wolken- und Regentropfen für Tropfen $R < 0.1$ mm (kleinster Radius Niesel) sehr gering

kleine Tröpfchen $< 500 \mu\text{m}$



(Beard und Pruppacher, 1969)

Regentropfen $> 500 \mu\text{m}$



(Beard, 1976)

9.3 Tropfenwachstum in warmen Wolken

(B) Wachstum Tropfen durch Koaleszenz: Theorie von Langmuir

- Massenänderungsrate durch Koaleszenz; Annahme kontinuierliches Wachstum

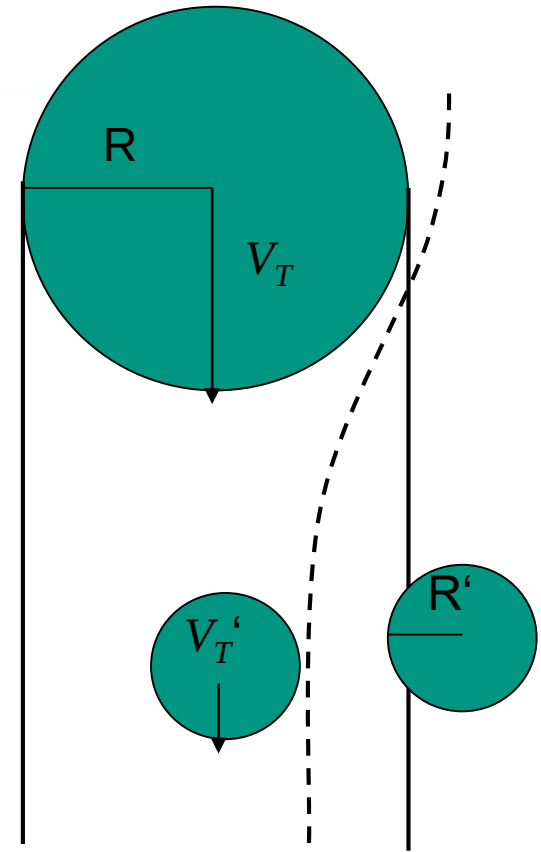
$$\frac{dm}{dt} = \varepsilon w_l \pi (R + R')^2 (V_T - V_T')$$

m = Masse
 w_l = Flüssigwassergehalt
 ε = Effizienz

- Kollektionseffizienz ε berücksichtigt:
 - **Koaleszenzeffizienz**: berücksichtigt Abprallen von Tropfen
 - **Kollisionseffizienz**: bestimmt durch Strömung um Tropfen; z.B. kleine Tropfen strömen um großen Tropfen herum
- Langsamer Prozess, v.a. bei kleinen Tropfen (Beginn)

Gesamt: Niederschlagsbildung über Flüssigwasser durch (A) Diffusion und (B) Koaleszenz sind **wenig effizient**; Ausnahmen:

- große Vertikalgeschwindigkeit
- hoher Flüssigwassergehalt (Tropen)
- hohe vertikale Mächtigkeit der Wolke unterhalb Gefriergrenze



Wir fassen zusammen...

- Stabil: Gehobenes Luftpaket geringere Temperatur als Umgebung
- Labil: Gehobenes Luftpaket hat höhere T als Umgebung → Aufsteigen
- Konvektion: wenn Luftpaket ab dem Niveau der freien Konvektion (NFK) wärmer ist als Umgebung kommt es zum freien Auftrieb (= Beschleunigung)
- Erhöhung Sättigungsdampfdruck über gekrümmter Oberfläche (Oberflächenspannung): Krümmungseffekt $\sim 1/R$ (R = Radius)
- Lösungseffekt führt zur Erniedrigung Sättigungsdampfdruck; Effekt $\sim 1/R^3$
- Köhler-Gleichung: Krümmungs- und Lösungseffekt $S = \frac{E_{Tr}}{E(T)} = 1 - \frac{\hat{b}}{R^3} + \frac{\hat{a}}{R}$
- Köhler-Diagramm: Gleichgewichtskurven
- Tropfenwachstum in warmen Wolken: Diffusion und Kollision/Koaleszenz; langsames Wachstum; abhängig von Tropfenspektrum (breite Spektren effektiv) und Vertikalbewegungen (z.B. tropische Wolken)