

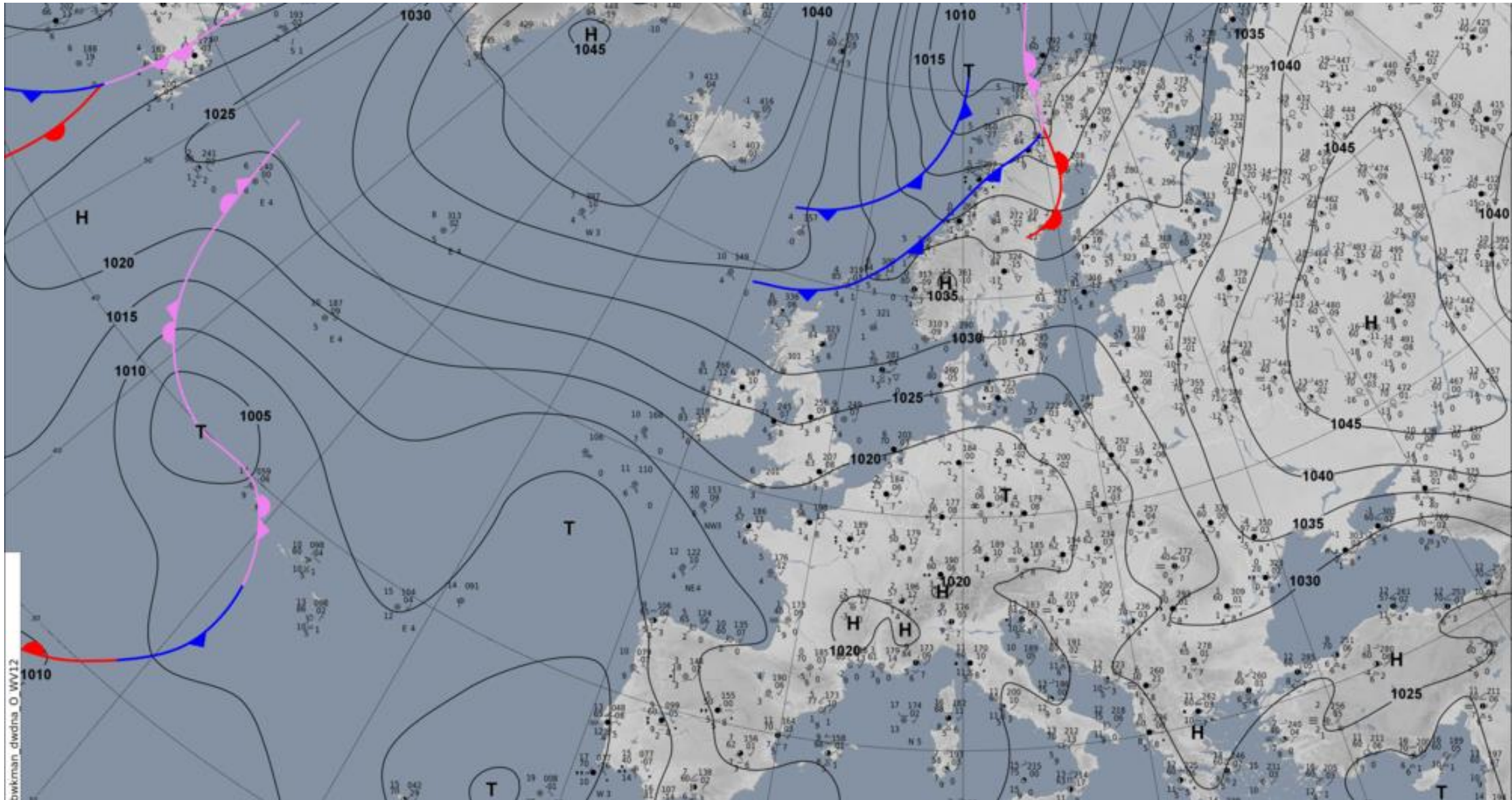
Vorlesung „Allgemeine Meteorologie“

Prof. Michael Kunz

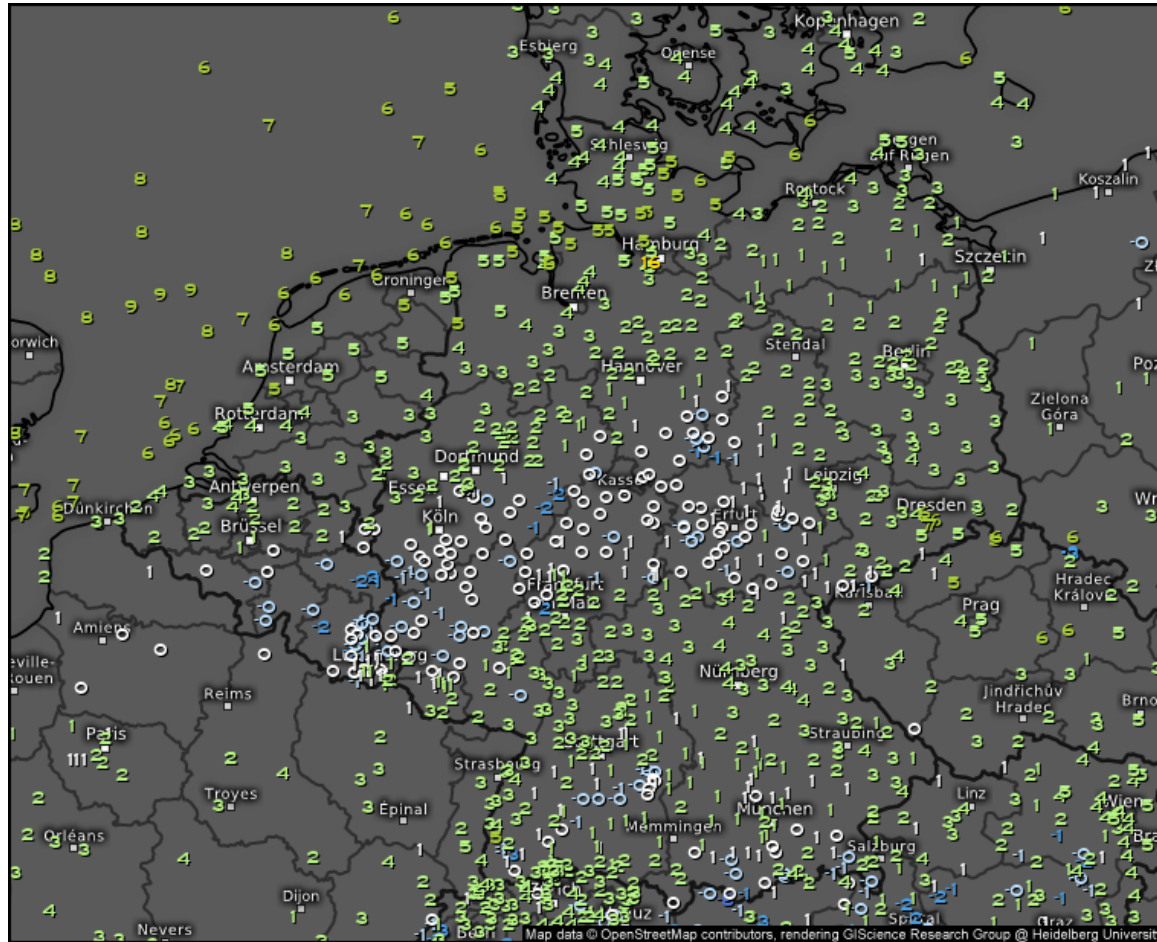


Das Wetter...



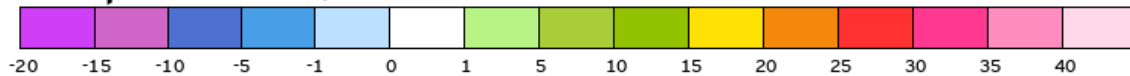


Beobachtungen aktuell

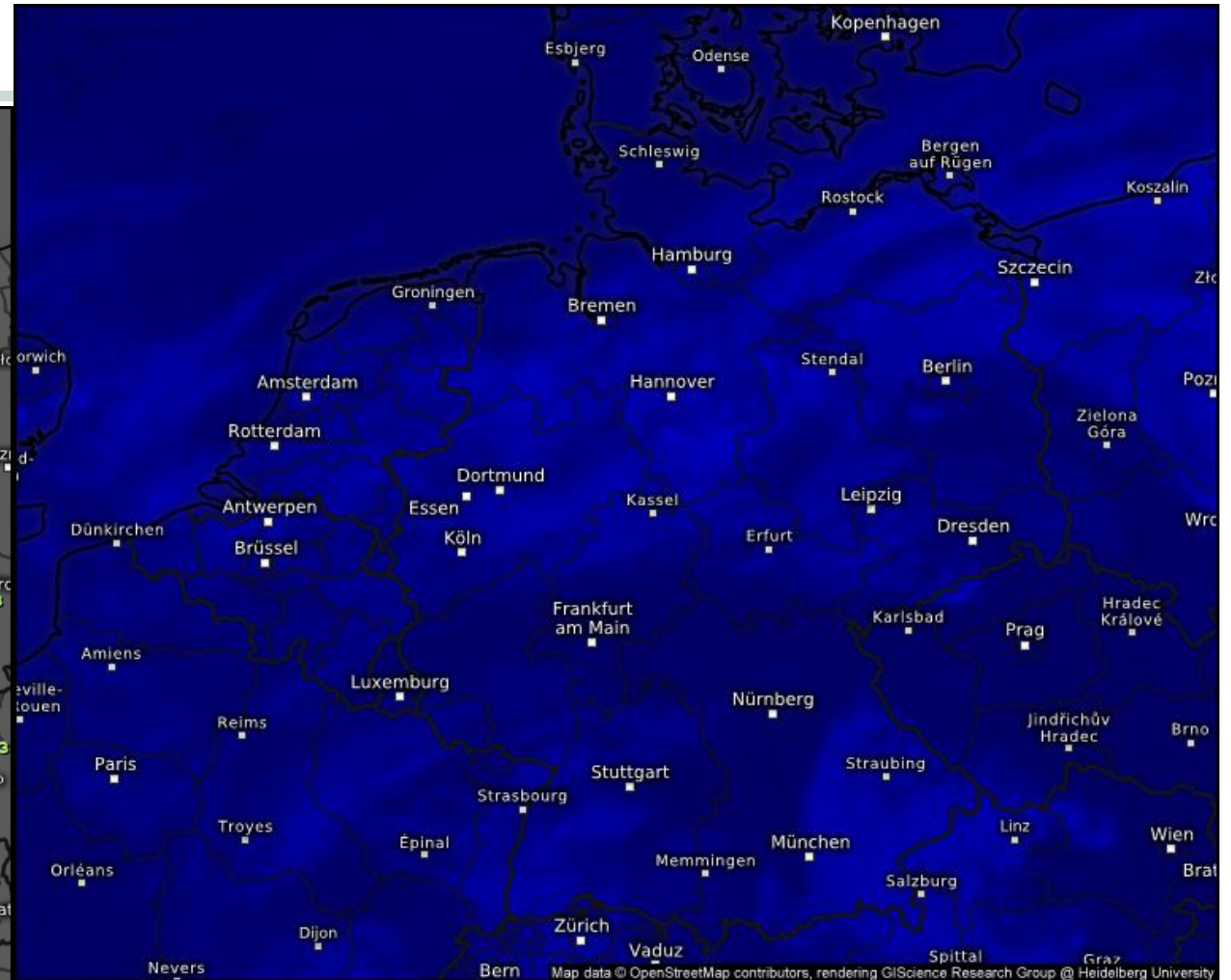


Temperatur 2m, 10min (°C)

Mo. 05.12.2022, 06:00 Uhr MEZ



Deutschland, 1.277 Stationen im Kartenausschnitt



Satellit HD

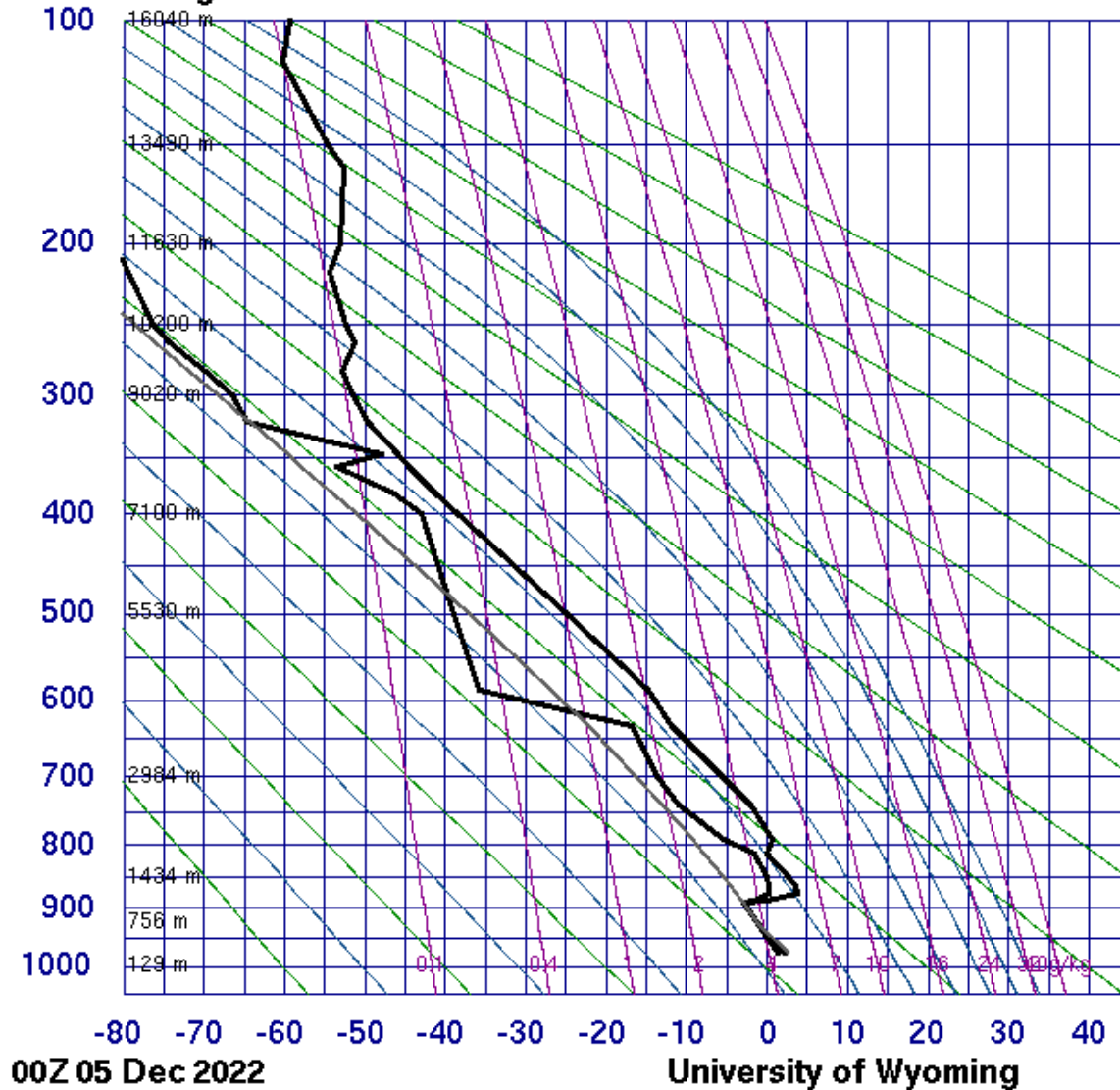
Mo. 05.12.2022, 07:00 Uhr MEZ

© Kachelmann GmbH - Download nur für den privaten Gebrauch!
Bitte benutzen Sie zum Teilen die Share-Buttons oben rechts

Deutschland

Beobachtungen aktuell

10739 Stuttgart



SLAT 48.83
SLON 9.20
SELV 321.0
SHOW 2.68
LIFT 12.04
LFTV 12.03
SWET 120.4
KINX 19.50
CTOT 24.90
VTOT 27.50
TOTL 52.40
CAPE 0.05
CAPV 0.05
CINS 0.00
CINV 0.00
EQLV 908.6
EQTV 909.8
LFCT 930.5
LFCV 930.5
BRCH 0.00
BRCV 0.00
LCLT 272.9
LCLP 940.9
LCLE 289.0
MLTH 277.8
MLMR 4.04
THCK 5401.
PWAT 12.15

je stärker Linien auseinanderlaufen,
desto trockener ($T - T$)

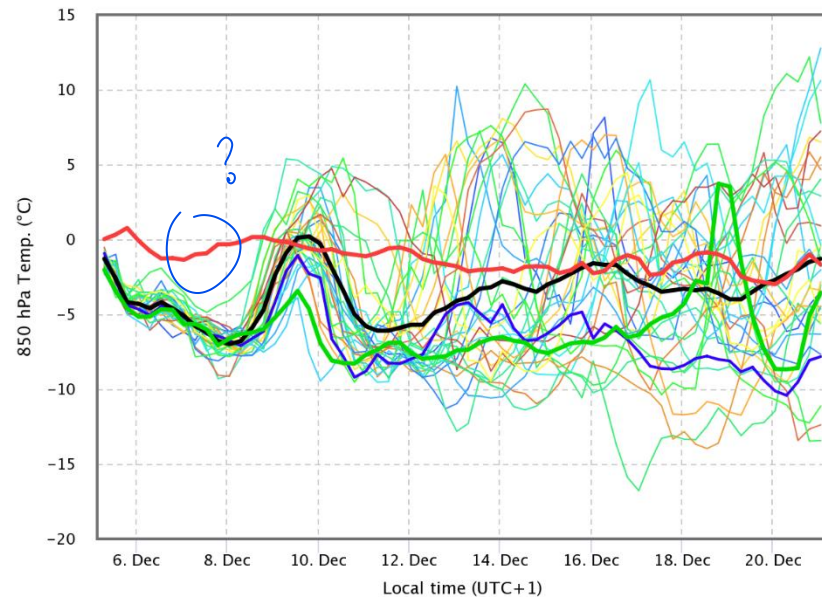
wärmer geworden in der Höhe, am
Boden nicht

Nähe-schichten getrennt voneinander anschauen!
(nicht v. Auswirkung Boden)
starke Inversion → entkoppelt

Vorhersage: Ensembles

- Modell GFS (Global Forecast System) des amerik. Wetterdienstes NOAA
- 30 Ensemble Läufe
- Gitterpunkt Karlsruhe

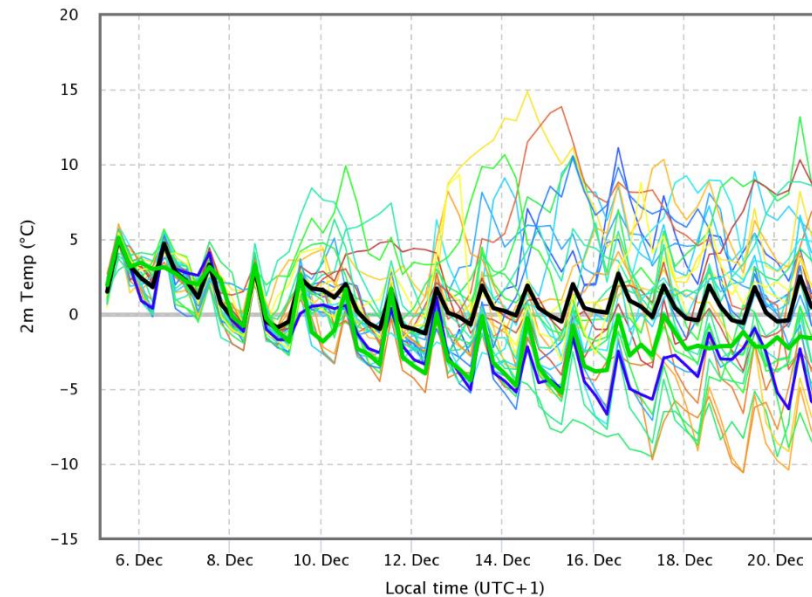
T850



P01 P02 P03 P04 P05 P06 P07 P08
P09 P10 P11 P12 P13 P14 P15 P16
P17 P18 P19 P20 P21 P22 P23 P24
P25 P26 P27 P28 P29 P30 CONTROL AVG
OPER LT MEAN 1981-2010

wetterzentrale.de

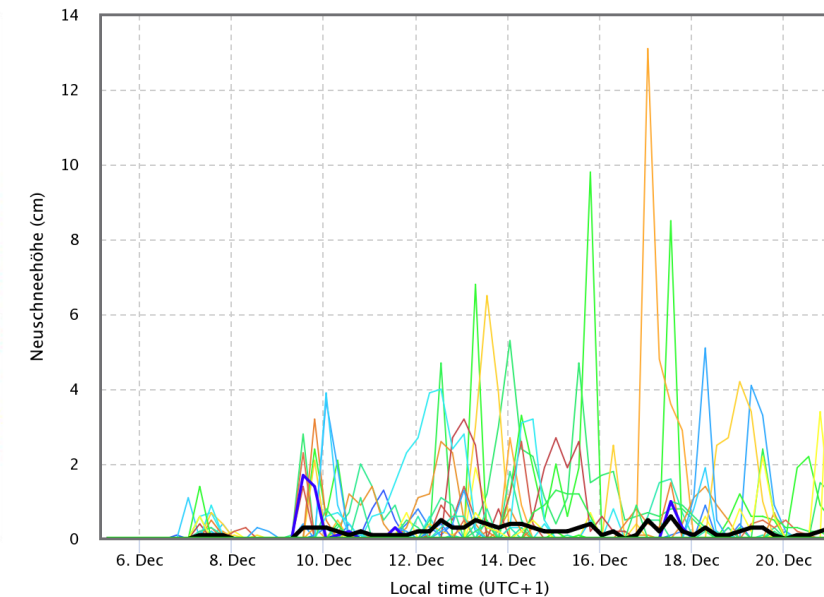
T 2m



P01 P02 P03 P04 P05 P06 P07 P08
P09 P10 P11 P12 P13 P14 P15 P16
P17 P18 P19 P20 P21 P22 P23 P24
P25 P26 P27 P28 P29 P30 CONTROL AVG
OPER

wetterzentrale.de

Schneehöhe



P01 P02 P03 P04 P05 P06 P07 P08
P09 P10 P11 P12 P13 P14 P15 P16
P17 P18 P19 P20 P21 P22 P23 P24
P25 P26 P27 P28 P29 P30 CONTROL AVG
OPER

wetterzentrale.de

Vorlesung „Allgemeine Meteorologie“

Prof. Michael Kunz

Kapitel 6: Strahlung



Letzte Vorlesung...

- **Verdunstung:** Nettostrom aus Flüssigphase in Gasphase; **Kondensation:** umgekehrt
(G & W) → Zunahme Feuchtigkeit bei zun. T (Klima!) + 1°C
- Integration **Clausius-Clapeyron-Gleichung:** Sättigungsdampfdruck $E(T)$ → + 7% Feucht. Energie! g
→ Gleichgewichtskurve ($\neq$ Zustandskurve; Zustand beliebig im Diagramm)

- Verringerung $E(T)$ über Eis; Schmelzkurve negative Steigung dE/dT

$$E_W(\vartheta) = 6,1070 \cdot \exp\left(\frac{17,15\vartheta}{\vartheta + 234,9}\right) \quad \vartheta \geq \vartheta_t \quad E_E(\vartheta) = 6,1064 \cdot \exp\left(\frac{21,88\vartheta}{\vartheta + 265,5}\right) \quad \vartheta < \vartheta_t$$

- **(Dichte)anomalie** Wasser: maximale Dichte bei ca. 4°C; Druckerhöhung → Schmelzen

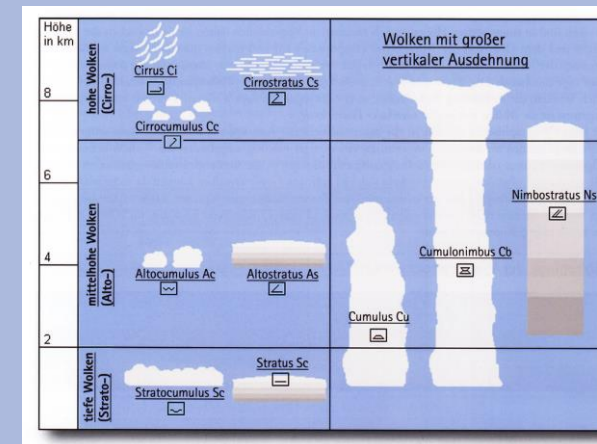
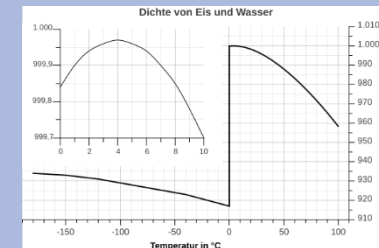
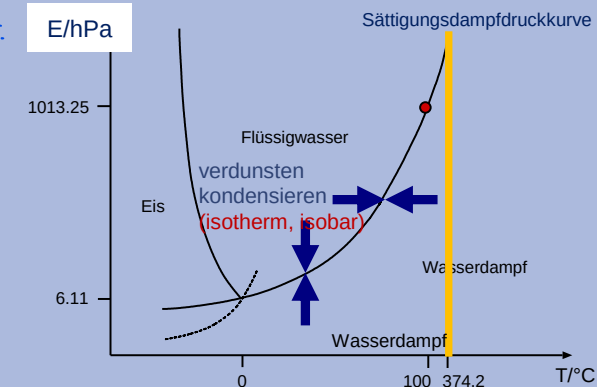
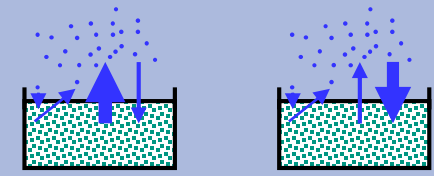
- **Dunst vs. Nebel:** Schwellenwert Sichtweite 1 km

- Dunst: Tröpfchenradius 0,1 - 1 μm ; z.T. Rayleighstreuung (bläulich)
- Nebel: Tröpfchenradius 5-10 μm ; Mie-Streuung (weißlich)

- **Nebelarten:** Strahlungsnebel; Advektionsnebel; Zufuhr Wasserdampf (z.B. Seerauch); Hochnebel

- **Wolkenklassifikation:** Deskriptiv nach Höhe, Art, Form, Aussehen

- 4 Wolkenfamilien (Klassifikation Höhe)
- 10 Wolkengattungen (Klass. Höhe und Art/Form)
- 14 Wolkenarten, viele Unterarten



6 Strahlung

6.1 Einführung und Definitionen

6.2 Schwarzkörperstrahlung und Strahlungsgesetze

6.2.1 Plancksches Strahlungsgesetz

6.2.2 Stefan-Boltzmann-Gesetz

6.2.3 Wiensches Verschiebungsgesetz

6.2.4 Graue Körper – Kirchhoffs Gesetz

6.3 Solare Strahlung

6.3.1 Solarkonstante

6.3.2 Albedo

6.3.3 Einfache Strahlungsmodelle

6.3.4 Streuung

6.3.5 Absorption

6.3.6 Extinktionsgesetz nach Beer / Bouguer-Lambert

6.3.7 Globalstrahlung

6.4 Terrestrische Strahlung

6.5 Strahlungs- und Energiebilanz

6.6 Geometrische Strahlungsgesetze und optische Phänomene

Fragen über Fragen...

- Welches sind die wirksamen **Strahlungskörper**, die für die Erdatmosphäre relevant sind? *Sonne, Erde, Wolken, Gase in Atm., Aerosole (Reflexion)*
- Ist das System Sonne – Erde im **Strahlungsgleichgewicht**? *nein (Treibhauseffekt)*
(schon langfristig ja)
- In welchem Wellenlängenbereich ist das Licht für den Menschen **sichtbar**? *400 – 780 nm*
- In welchem Wellenlängenbereich **strahlt die Erde** aus?
langwellig infrarot (Gase absorbieren einzelne Spektrallinien)
Sonne im Sichtbarbereich

$$\lambda \sim \frac{1}{T} \rightarrow IR$$

6.1 Einführung und Definitionen

Wichtige Strahlungs(körper) in der Atmosphäre

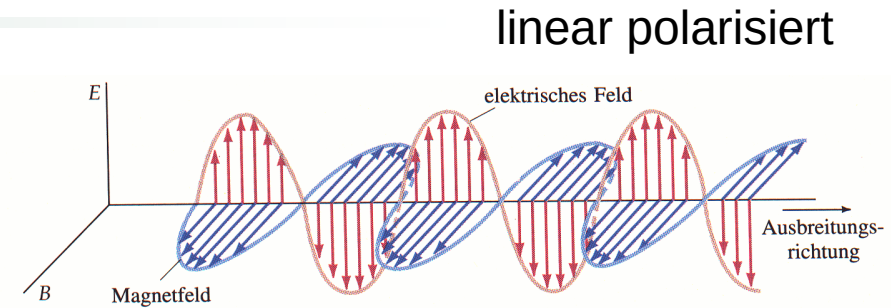
- **Sonnenoberfläche**
 - Strahlungstemperatur ca. 6000 K
 - kurzwellige Strahlung (sichtbar)
- **Erdoberfläche**
 - Strahlungstemperatur ca. 290 K
 - langwellige Strahlung (IR, unsichtbar)
- **Atmosphärische Gase**
 - Linienspektren
- **Wolken-, Niederschlags-, Aerosolteilchen**



6.1 Einführung und Definitionen

Elektromagnetische Wellen

- Gekoppelte Schwingungen elektrischer/ magnetischer Felder (E/B-Feld)
- Beschreibung Wellen durch
 - Wellenlänge λ (in m, μm , nm)
 - Frequenz ν (in Hz = s^{-1})
 - Wellenzahl k (in m^{-1} , μm^{-1} , nm^{-1})
 - Winkelfrequenz ω (in rad s)



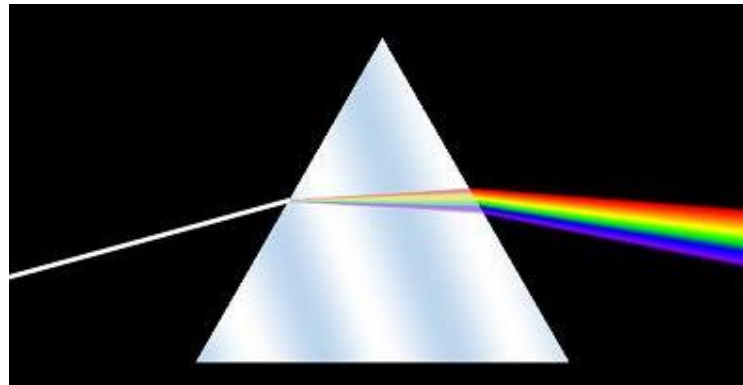
$$c = \lambda \nu \quad k = \frac{1}{\lambda} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \nu$$

c : Phasengeschwindigkeit Licht
= 299 792 458 m s^{-1} (im Vakuum)
 T : Periodenlänge



- Ausbreitungsgeschwindigkeit in Luft unabhängig von der Wellenlänge → aber: Refraktion wellenlängenabhängig

(Ablenkungswinkel)



6.1 Einführung und Definitionen

Spektrum elektromagnetischer Wellen

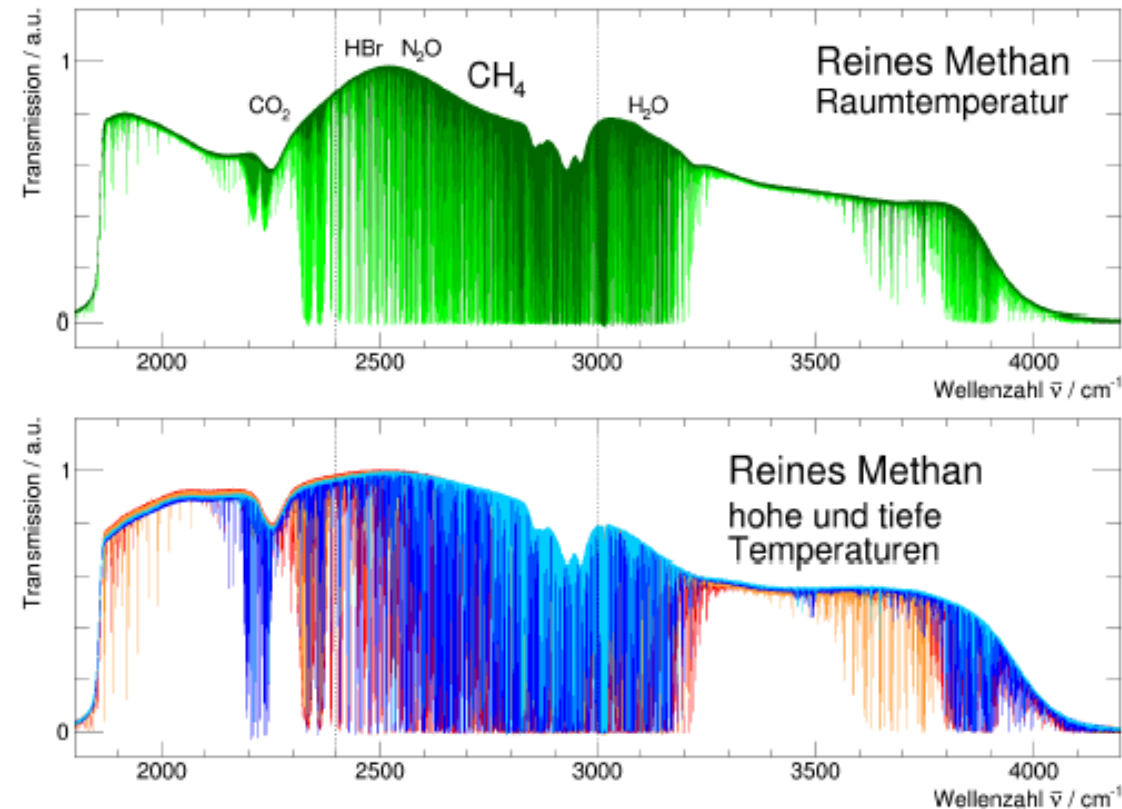
■ **Linienpektrum**: Strahlung definierter Wellenlängen; **einzelne, abgegrenzte Spektrallinien**

- Absorption/Emission von **Gasen** (z.B. Schwingungs-Rotationsbanden, Elektronenübergänge)
- spektrale Energiedichte I_λ ; beschreibt Energieverteilung für engen Bereich $d\lambda$

$$\lim_{\Delta\lambda \rightarrow 0} \frac{\Delta E_\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{dE_\lambda}{d\lambda} = I_\lambda$$

Linienpektrum mit nur kleinem Untergrund im blau-grünen Bereich (Kaltlichtlampe)

(Darko Dubravic, IMK-ASF, 2017a)



gas
mgl. Schwingungen
Freiheitsgrade
je mehr, desto mehr Absorption
CO₂ nicht so viel, CH₄ viel mehr

λ^{-1}

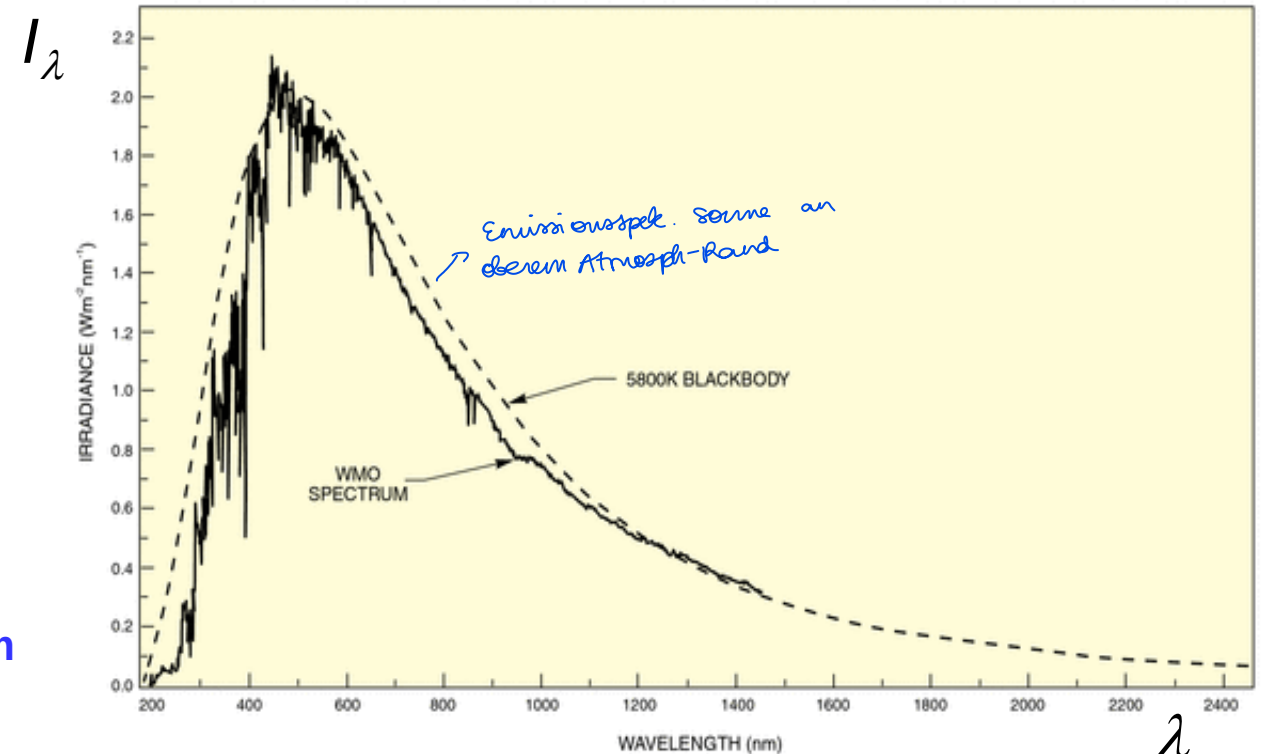
6.1 Einführung und Definitionen

Spektrum elektromagnetischer Wellen

■ **Kontinuierliches Spektrum:** Gesamtheit aller möglichen monochromatischen Bestandteile der Gesamtstrahlung *bei meisten Festkörpern*

- elektromagnetische Strahlung, am Ort der Entstehung im thermischen Gleichgewicht mit Materie; vielfache Abfolge *elementarer* Strahlungsprozesse; Absorption, Emission, Streuung *in der nat. Atmosph. von T*
- bei schwarzen Körpern: ausschließlich Funktion der Temperatur
- keine gegenseitige Beeinflussung der verschiedenen Wellenlängen

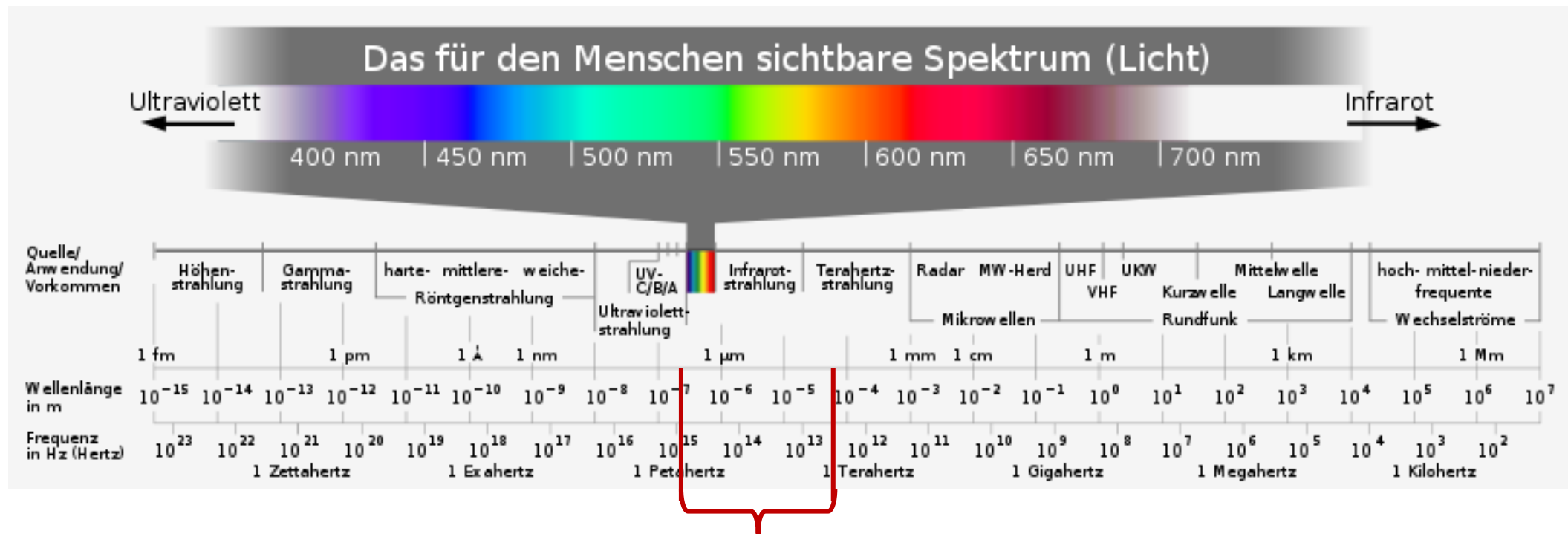
kontinuierliches Spektrum
(Solarstrahlung)



6.1 Einführung und Definitionen

Spektrum elektromagnetischer Wellen

- Wellenlängen erstrecken sich über viele Größenordnungen (Zehnerpotenzen); hier: von 10^{-15} bis 10^7 m
- Sichtbares Licht (Empfindlichkeit Retina Menschen): 380 – 780 nm (0,38 – 0,78 μ m)

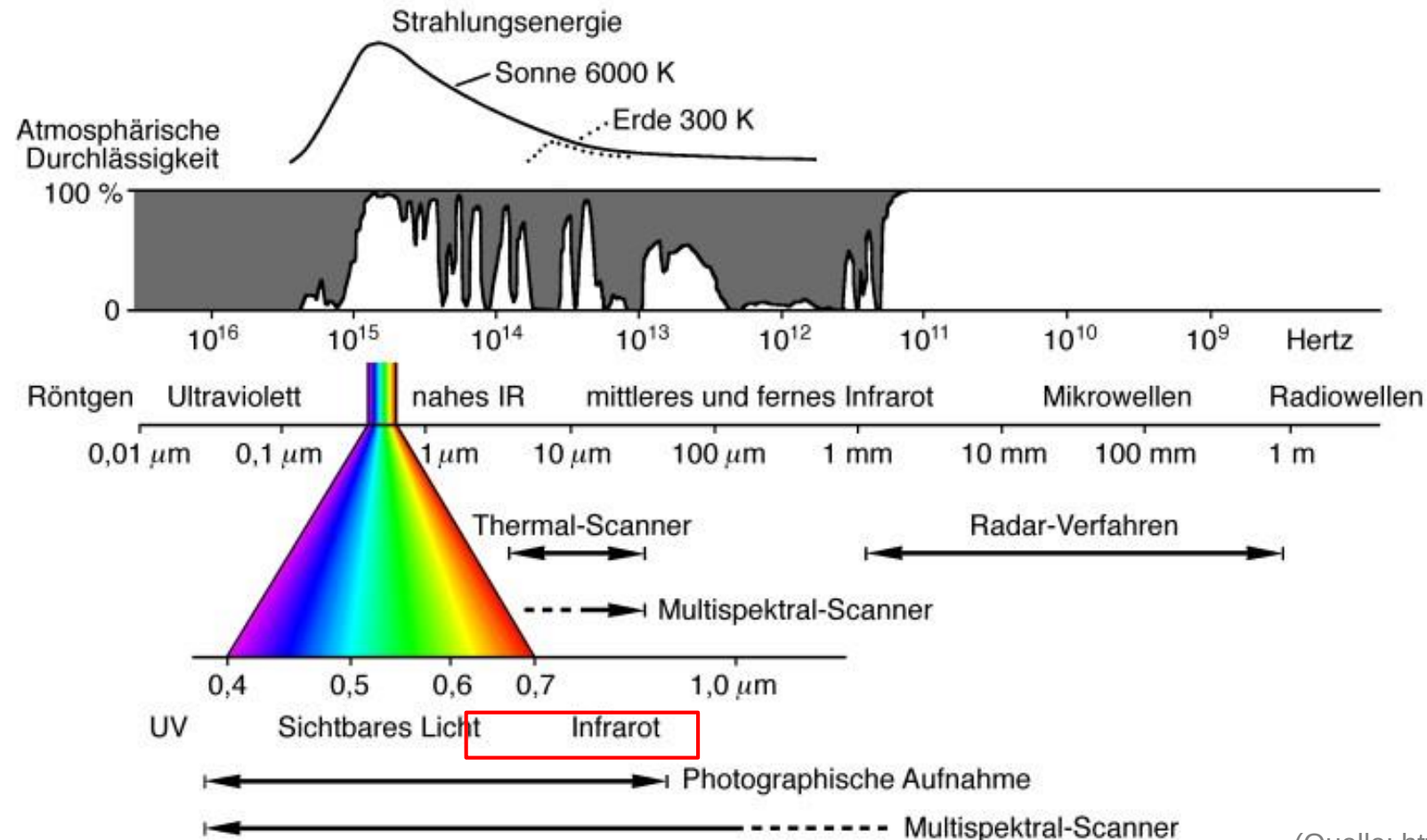


Bereich ~0,2 bis 100 μ m bedeutsam für **Atmosphäre** (außer: Hochatmosphäre)

6.1 Einführung und Definitionen

Spektrum elektromagnetischer Wellen

- Wellenlängenbereich, der für die Atmosphäre von Bedeutung ist



(Quelle: <http://www.demarine-umwelt.de>)

6.1 Einführung und Definitionen

Nomenklatur

- **Strahlung** (Energie):
durch Strahlung transportierte Energie, unabhängig von der Wellenlänge (spektral: ... einer bestimmten Wellenlänge)
- **Strahlungsfluss E** (Leistung):
Strahlung (Energie) pro Zeiteinheit
- **Strahlungsflussdichte F** :
Strahlung pro Zeit- und Flächeneinheit
(Dichte hier: Flächeneinheit)
- **Strahldichte B** : Strahlung pro Zeit- und Flächeneinheit und Raumwinkel
sr: Steradian; Einheit Raumwinkel
ges. Raumwinkel Ω Einheitskugel = 4π sr

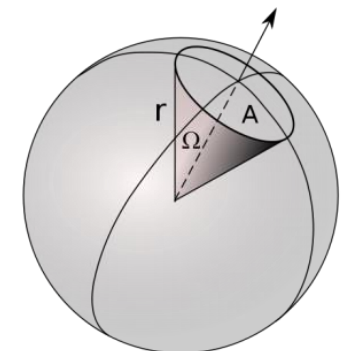
Einheiten

$$\text{J (Joule)} = \text{kg m}^2 \text{ s}^{-2} = \text{W s}$$

$$\text{W (Watt)} = \text{J s}^{-1} = \text{kg m}^2 \text{ s}^{-3}$$

$$\text{W m}^{-2} = \text{kg s}^{-3}$$

$$\text{W m}^{-2} \text{ sr}^{-1}$$



6.1 Einführung und Definitionen

■ Strahlungsflussdichte F :

→ Beide Kugeln R_1 und R_2 erhalten gleiche Menge an Strahlungs(fluss) auf ihrer gesamte Oberfläche

$$E = \iint_{A_1} F_1 dA_1 = 4\pi R_1^2 F_1 = 4\pi R_2^2 F_2$$

$$\Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2$$

Bsp: $R_1 = 5 \text{ km}$, $R_2 = 10 \text{ km} \Rightarrow F_1/F_2 = 4$

→ bei Verdoppelung Abstand folgt Verringerung Strahlungsflussdichte um Faktor 4

→ Strahlungsflussdichte ändert sich bei senkrecht orientierter Fläche umgekehrt proportional zum Abstand im Quadrat

→ $r_{\text{Erde/Sonne}}$ nicht konstant

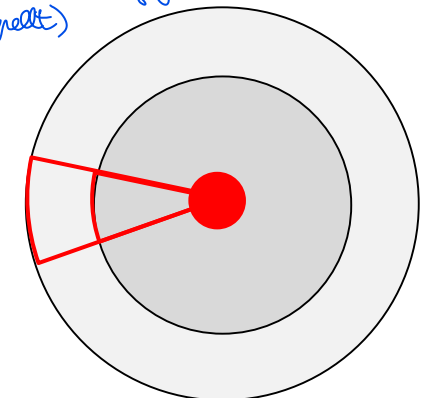
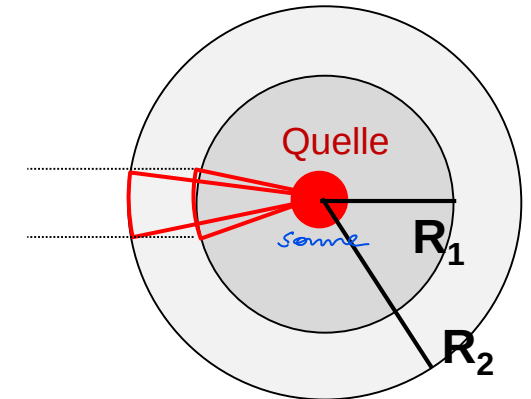
$r \cdot 2 \rightarrow \frac{F_1}{F_2} = 4$ (Verringerung Strahlungsflussdichte um 4-faches wenn r verdoppelt)

■ Strahldichte B :

→ Öffnungswinkel ändert sich mit Abstand nicht

→ Strahldichte bleibt mit Abstand zur Quelle konstant

(Annahme: keine Absorption / Streuung im Volumen)



6.2 Schwarzkörperstrahlung und Strahlungsgesetze

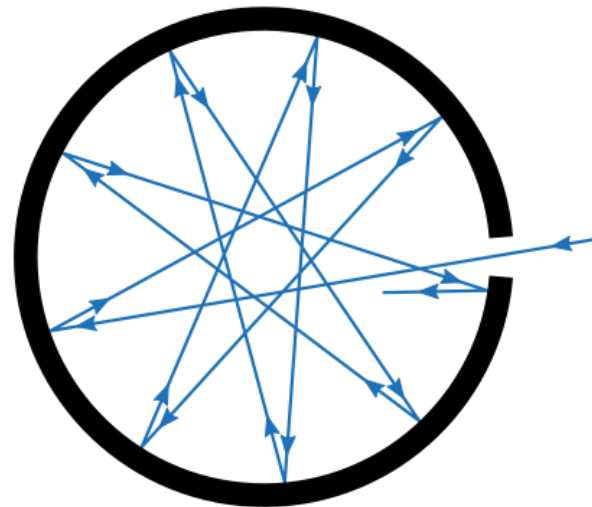
Schwarzer Körper

- **Definition:** idealisierter Körper, der die gesamte einfallende Strahlung vollständig absorbiert (und emittiert)
- **Strahlungsquelle**, die elektromagnetische Strahlung mit charakteristischem, nur von der Temperatur abhängigen Spektrum (Intensität in Abhängigkeit von Frequenz/Wellenlänge) emittiert
- Schwarzkörperstrahlung ist **isotrop**, d.h. unabhängig von der Raumrichtung
Emission in alle Richtungen
- Realisierung: **Hohlraumstrahlung**

Permanente Absorption
und Emission an
Wänden

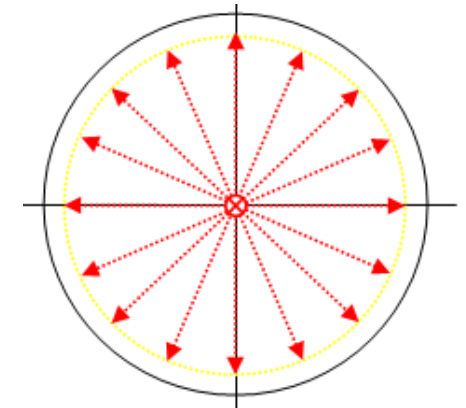
Strahlung im Inneren
im thermischen
Gleichgewicht mit
Wänden des Körpers

T überall gleich



möglichst geringe
Störung des
thermischen
Gleichgewichts,
daher nur kleine
Öffnung

(kleiner Eintrittswinkel)



6.2 Schwarzkörperstrahlung und Strahlungsgesetze

Wichtigste Untersuchungsergebnisse Planck

- Oszillatoren (quasielastisch gebundene Elektronen) können nur bestimmte Energien annehmen:

$$E = nh\nu$$

E : Energie

n : Quantenzahl (ganzzahlig)

h : Planck'sches Wirkumsquantum = $6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$

ν : Frequenz Oszillator

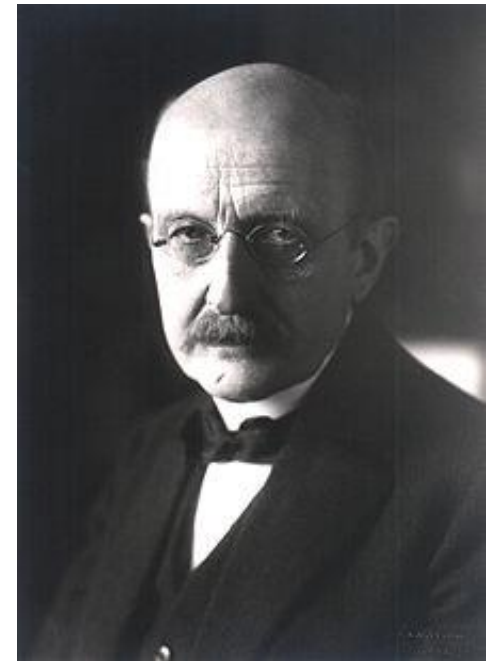
- Energie wird nicht kontinuierlich, sondern nur in Quanten abgestrahlt; z.B. Emission eines Quants, wenn Oszillator in einen anderen Energiezustand übergeht

1 Quant : kleinstmög. ΔE

Energie eines Quants

$$\Delta E = h\nu \quad (\text{bei } n = 1)$$

Energie quantisiert



Max Planck, 1858-1947
deutscher Physiker, Be-
gründer der Quantenphysik,
1918 Nobelpreis

6.2 Schwarzkörperstrahlung und Strahlungsgesetze

Plancksches Strahlungsgesetz *(nicht ab merken)*

$$B_\nu(T) = \frac{\partial B}{\partial \nu} = - \frac{2h\nu^3}{c^2 \left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \right)}$$

B_ν : spektrale Emission = spektrale Strahldichte

c : Lichtgeschwindigkeit = 299 792 458 m s⁻¹

h : Planck'sches Wirkungsquantum = 6,63 10⁻³⁴ J s

ν : Frequenz Strahlung

k : Boltzmann-Konstante = 1,38 10⁻²³ J K⁻¹ → auch bei kin. Gastheorie

T : Temperatur in K

$h\nu$: Energie Strahlungsquant

$\frac{1}{2} kT$: mittlere Energie pro Molekül und Freiheitsgrad

- **Spektrale Strahldichte B_ν** beschreibt die **pro Zeit-, Flächen- und Raumwinkel- und Frequenzeinheit** emittierte **Energie** unpolarisierter Strahlung eines schwarzen Körpers in Normalenrichtung
- B_ν hängt bei gegebenem ν allein von der **Temperatur T** ab !

6.2 Schwarzkörperstrahlung und Strahlungsgesetze

Plancksches Strahlungsgesetz

$$B_\nu(T) = \frac{\partial B}{\partial \nu} = - \frac{2h\nu^3}{c^2 \left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \right)}$$

B_ν : spektrale Emission = spektrale Strahldichte

c : Lichtgeschwindigkeit = 299 792 458 m s⁻¹

h : Planck'sches Wirkungsquantum = 6,63 10⁻³⁴ J s

ν : Frequenz Strahlung

k : Boltzmann-Konstante = 1,38 10⁻²³ J K⁻¹

T : Temperatur in K

■ mit $\nu = \frac{c}{\lambda}$ und $\partial \nu = -\frac{c}{\lambda^2} \partial \lambda$? folgt

$$B_\lambda(T) = -\frac{c}{\lambda^2} B_\nu \quad \text{und damit}$$

$$B_\lambda(T) = \frac{dB}{d\lambda} = \frac{2hc^2}{\lambda^5 \left(e^{\frac{hc}{\lambda T}} - 1 \right)}$$

■ Einheiten und Nomenklatur:

– B : = W m⁻² sr⁻¹

– B_λ : = W m⁻² sr⁻¹ m⁻¹

– B_ν : = W m⁻² sr⁻¹ Hz⁻¹

Strahldichte

spektrale Strahldichte

spektrale Strahldichte

← Prüfungsfrage

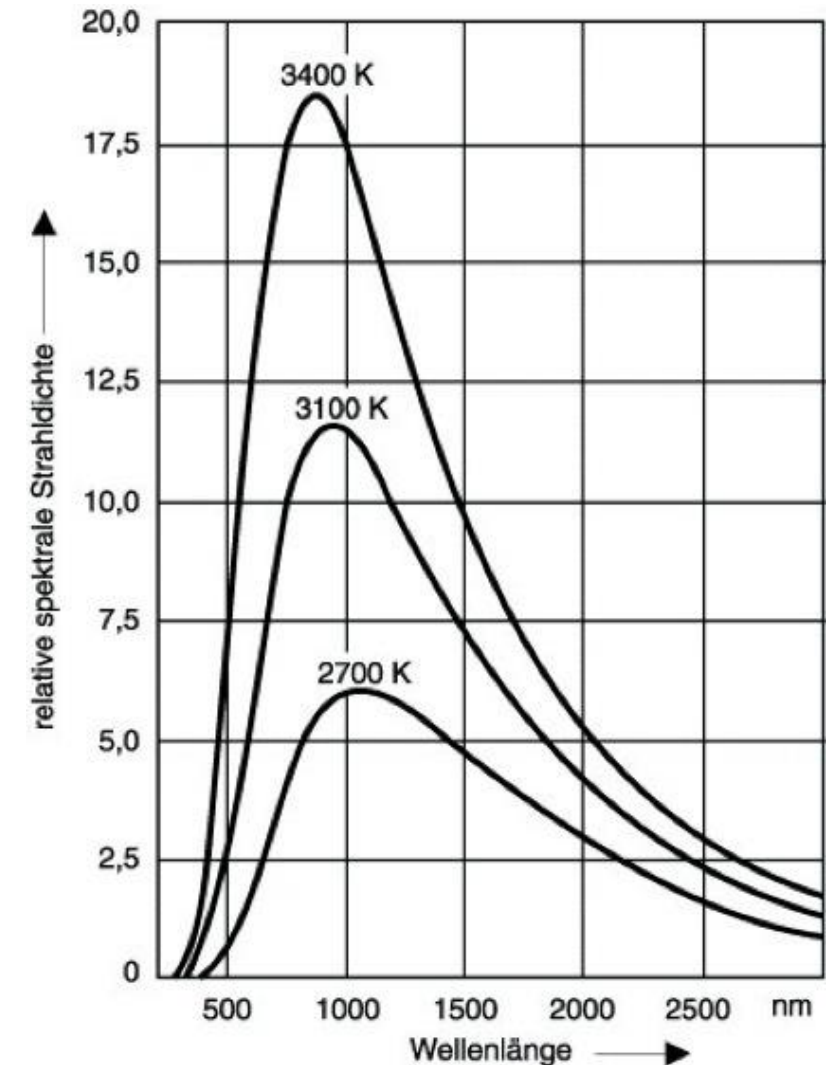
6.2 Schwarzkörperstrahlung und Strahlungsgesetze

Plancksches Strahlungsgesetz

$$B_{\lambda}(T) = \frac{\partial B}{\partial \lambda} = \frac{2hc^2}{\lambda^5 \left(e^{\frac{hc}{\lambda T}} - 1 \right)}$$

- Starke Zunahme der spektralen Strahldichte mit **Temperatur** wegen $\sim \exp(c/T)$
- Verschiebung der **Maxima** der Strahldichte zu kürzeren Wellenlängen bei höheren Temperaturen
- Planck-Kurven **schneiden sich nicht** (!)

$\uparrow T \rightarrow \uparrow \text{Emission}$, Max. nach links verschieben



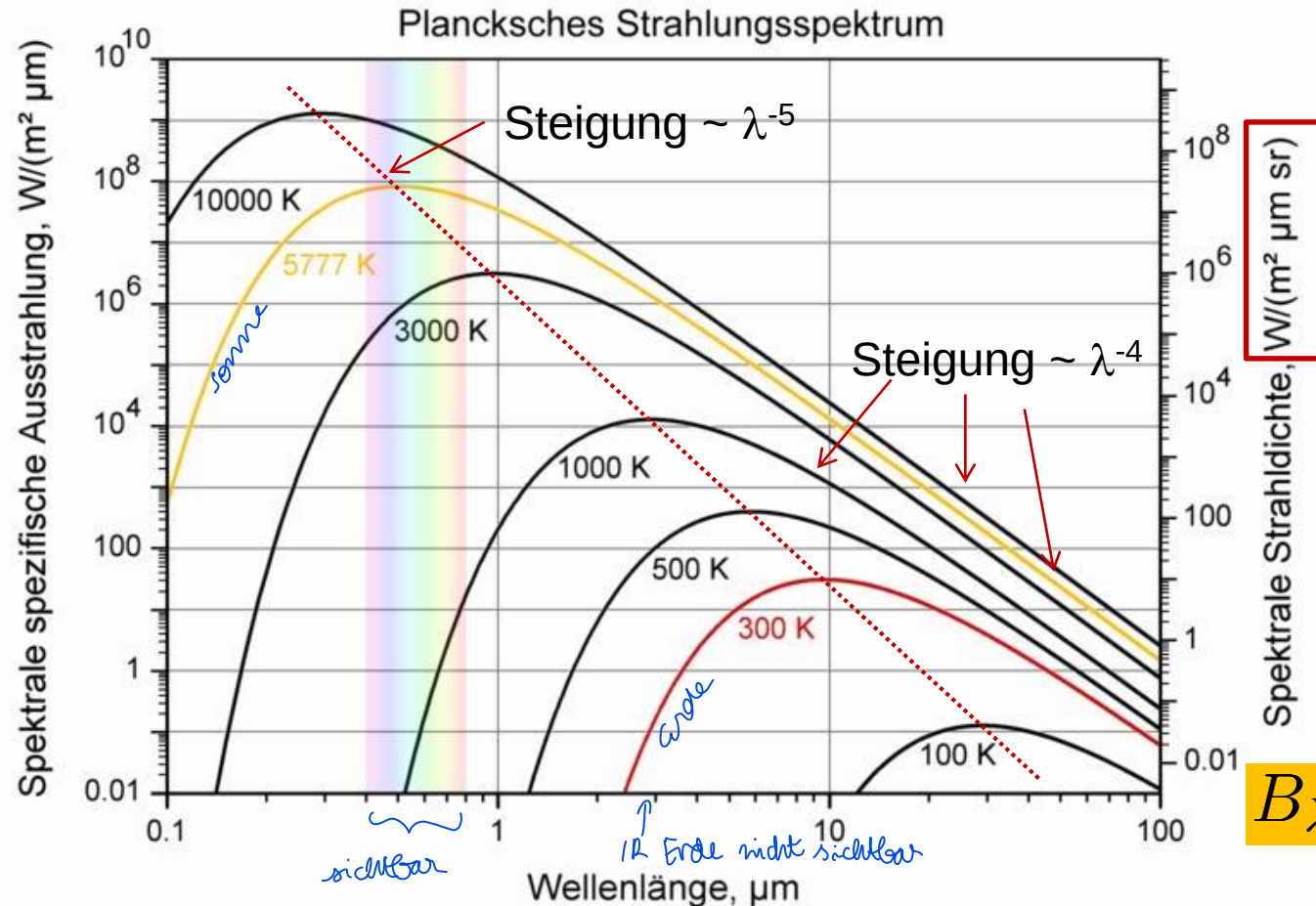
(Quelle: spektrum.de; Strahlungsgesetze)

6.2 Schwarzkörperstrahlung und Strahlungsgesetze

$$B_{\lambda}(T) = \frac{\partial B}{\partial \lambda} = \frac{2hc^2}{\lambda^5 \left(e^{\frac{hc}{\lambda T}} - 1 \right)}$$

Plancksches Strahlungsgesetz

- Doppelt-logarithmische Darstellung (wg. großen Wertebereichs B_{λ})



Emission_{sonne} > Em._{Erde}

je höher T, desto geringer
 λ von Maxima

Prüfung!

6.2 Schwarzkörperstrahlung und Strahlungsgesetze

Stefan-Boltzmann Gesetz

- Experimentell von Stefan entdeckt, von Boltzmann aus Gesetzen der Thermodynamik / Maxwell-Gleichungen hergeleitet
- Gesamter Strahlungsfluss eines schwarzen Körpers
 - Integriert über alle Wellenlängen (Frequenzen)
 - Ausstrahlung in Halbraum
- Integration Plank'sches Strahlungsgesetz

$$F(T) = \int_{\Omega} \int_0^{\infty} B_{\lambda}(T) \cos \vartheta d\Omega d\lambda$$



Josef Stefan (1835-1898)
öster. Mathematiker und Physiker



Ludwig E. Boltzmann (1844-1908)
öster. Physiker und Philosoph

↳ Entropie (kann nur zunehmen)

6.2 Schwarzkörperstrahlung und Strahlungsgesetze

Stefan-Boltzmann Gesetz: Integration über Halbraum

- Strahlungsflussdichte: Strahldichte B von Fläche C ausgehend in Normalenrichtung (Zenitwinkel $\vartheta = 0$; bei beliebigem Winkel: $B \cos \vartheta$) integriert über differentiellen Raumwinkel $d\Omega$: $F = \int_{\Omega} B \cos \vartheta d\Omega$

~? ■ Raumwinkel $\Omega = \frac{A}{r^2} \Rightarrow d\Omega = \frac{dA}{r^2} = \frac{1}{r^2} \underbrace{r \sin \vartheta d\varphi}_1 \underbrace{r d\vartheta}_2 = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$ (Einheit: sr; A = Teilfläche Kugeloberfl.)

- Daraus folgt für Strahlungsflussdichte

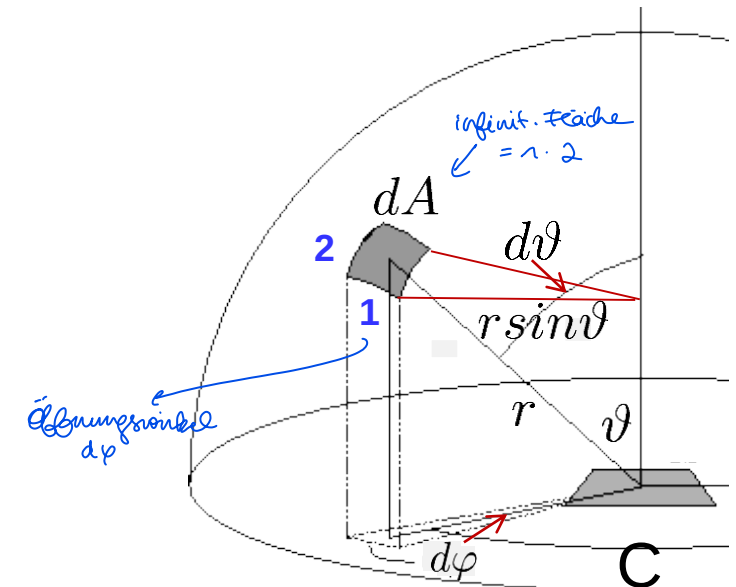
$$F = \int_{\Omega} B \cos \vartheta d\Omega = B \int_0^{2\pi} \int_0^{\vartheta_0} \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$$

nur von T abh. (2) (1)

$$= 2\pi B \left[\frac{1}{2} \sin^2 \vartheta \right]_0^{\vartheta_0} = \pi B \sin^2 \vartheta_0$$

■ Für Halbraum: $\vartheta_0 = \pi/2$? $\Rightarrow F = \pi B$

halbkugel?



über Fläche & Raumwinkel integriert

6.2 Schwarzkörperstrahlung und Strahlungsgesetze

Herleitung Stefan-Boltzmann Gesetz aus Planck Str.-Gesetz

(a) Integration über alle Wellenlängen

(b) Integration über Halbraum

$$F(T) = \int_0^\infty \int_\Omega B_\lambda(T) \cos \vartheta d\Omega d\lambda$$

$$B(T) = \int_0^\infty B_\lambda(T) d\lambda = \int_0^\infty \frac{2hc^2}{\lambda^5 \left(e^{\frac{hc}{k\lambda T}} - 1 \right)} d\lambda \quad (1) \text{ Planck. Strahlungsgesetz}$$

schwer zu integrieren

Substitution: $x = x(\lambda) = \frac{hc}{kT\lambda} \Rightarrow \lambda(x) = \frac{hc}{kTx}$ (2); *all.* Differential $d\lambda = -\frac{hc}{kTx^2} dx$ (3)

(1) unten gekürzt

(2) + (3) in (1): $B(T) = - \int_0^\infty \frac{2\cancel{h}^2}{e^x - 1} \underbrace{\frac{k^4 T^4 x^3}{h^3 c^2}}_{\lambda^{-5}} \underbrace{\frac{\cancel{h}}{kTx^2}}_{d\lambda} dx$

...und kürzen

Konstanten vor Integral ziehen: $= \frac{2k^4 T^4}{h^3 c^2} \underbrace{\int_0^\infty \frac{x^3}{1 - e^x} dx}_{\pi^4/15} = \frac{2(kT\pi)^4}{15h^3 c^2} = B(T)$

Integrationstafeln

6.2 Schwarzkörperstrahlung und Strahlungsgesetze

Herleitung Stefan-Boltzmann Gesetz aus Planck Str.-Gesetz

(a) Integration über alle Wellenlängen

(b) Integration über Halbraum

$$B(T) = \frac{2(k T \pi)^4}{15h^3 c^2}$$

$$F(T) = B \int_0^{2\pi} \int_0^{\vartheta_0} \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta d\varphi = \pi B(T)$$

$$= \underbrace{\frac{2k^4 \pi^5}{15h^3 c^2}} \cdot T^4 = \sigma T^4$$

$$= \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$$

Stefan-Boltzmann Gesetz:

Energieflussdichte eines schwarzen Körpers

$$F(T) = \sigma T^4 \quad (\text{W m}^{-2})$$

→ Planck. Kurven

Unterschied, ob Gase in unteren oder oberen Luftschichten emittieren (τ)

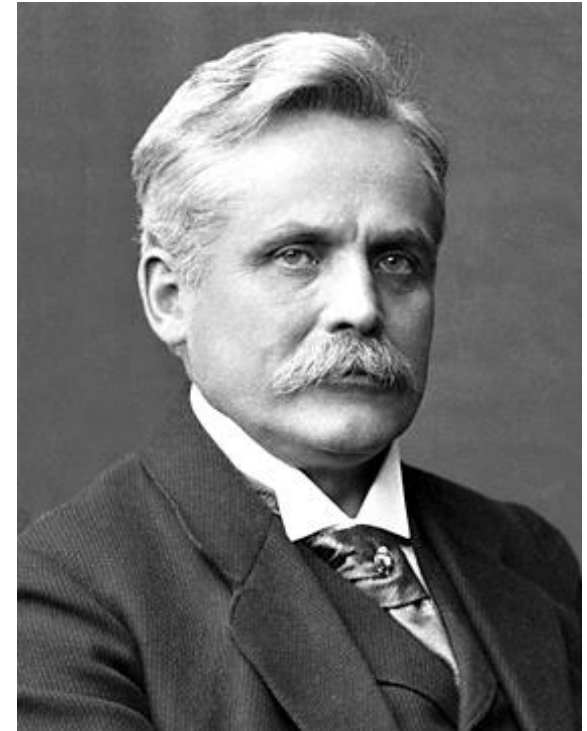
— v.l. bis hier —
5.12.

6.2 Schwarzkörperstrahlung und Strahlungsgesetze

Wiensches Verschiebungsgesetz

- Berechnung der Maxima der spektralen Verteilung
- Ansatz: Bestimmung Maximum der Planck-Kurve

$$\frac{dB_{\lambda}(T)}{d\lambda} = 0$$



Wilhelm Carl Werner Otto Fritz
Franz Wien (1864-1928); dt.
Physiker; 1911 Nobelpreis

6.2 Schwarzkörperstrahlung und Strahlungsgesetze

Wiensches Verschiebungsgesetz $\frac{dB_\lambda(T)}{d\lambda} = 0$

Planck mit Näherung $B_\lambda(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5 \underbrace{\left(e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1\right)}_{\gg 1}} \approx \boxed{\frac{2hc^2}{\lambda^5}} \cdot \exp\left(\boxed{-\frac{hc}{kT\lambda}}\right)$

Ableitung: $\frac{dB_\lambda(T)}{d\lambda} = 0 = -\frac{\cancel{5 \cdot 2hc^2}}{\cancel{\lambda^6}} \cdot \cancel{\exp()} + \frac{\cancel{2hc^2}}{\cancel{\lambda^5}} \cdot \cancel{\exp()}\frac{hc}{kT\cancel{\lambda^2}}$

(Produkt und Kettenregel!)

$$\Rightarrow 5 = \frac{hc}{kT\lambda} \Rightarrow T \cdot \lambda = \frac{hc}{5k} = 2898 \mu\text{m K}$$

$$\Leftrightarrow \lambda_{max} = \frac{2898 \mu\text{m K}}{T}$$

→ **Maximum** Emissionsenergie verschiebt sich mit höherer Temperatur zu kürzeren Wellenlängen

6.2 Schwarzkörperstrahlung und Strahlungsgesetze

Wiensches Verschiebungsgesetz

- Abschätzung Temperatur Strahlungsquelle

- Bsp: Temperatur Sonne $\lambda_{\max} = 0,475 \mu\text{m}$

$$T = \frac{2898 \mu\text{m K}}{\lambda_{\max}} = \frac{2898 \text{ K}}{0,475} = 6100 \text{ K}$$

- Wegen **Asymmetrie des Schwarzkörperspektrums** erscheint Sonne nicht blau-grün, sondern gelb
- Sterne, die kälter als die Sonne sind, emittieren Strahlung bei größeren Wellenlängen und erscheinen rötlich (und umgekehrt)
- **Solare Strahlung**: ultraviolett – sichtbar – Infrarot
- Strahlung **Erde und Atmosphäre**: Infrarot

6.2 Schwarzkörperstrahlung und Strahlungsgesetze

Kirchhoffsches Gesetz

- Graue Strahler: Absorptionsvermögen $\varepsilon(\lambda) < 1$
- Für eine gegebene Wellenlänge und gegebene Temperatur steht die Emission $E_\lambda(T)$ eines Körpers in einem ganz bestimmten Verhältnis zu seinem Absorptionsvermögen ε , wobei dieses **Verhältnis** unabhängig vom Material des Körpers und gleich der Schwarzkörperemission ist



Gustav Robert Kirchhoff
(1824-1887); dt. Physiker

6.2 Schwarzkörperstrahlung und Strahlungsgesetze

Kirchhoffsches Gesetz

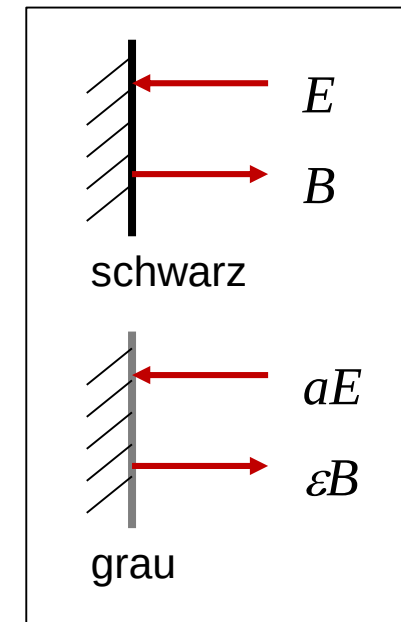
- Graue Strahler: Absorptionsvermögen $\varepsilon(\lambda) < 1$
- Für eine gegebene Wellenlänge und gegebene Temperatur steht die Emission $E_\lambda(T)$ eines Körpers in einem ganz bestimmten Verhältnis zu seinem Absorptionsvermögen ε , wobei dieses **Verhältnis** unabhängig vom Material des Körpers und gleich der Schwarzkörperemission ist

$$\frac{E_\lambda(T)}{\varepsilon(\lambda)} = B_\lambda(T)$$

spektraler Strahlungsfluss
grauer Körper (unabh. von Material)

spektraler Strahlungsfluss
schwarzer Körper

- Daraus folgt: $\varepsilon(\lambda) = a(\lambda)$
 - spektrales Emissionsvermögen = Absorptionsvermögen



Wir fassen zusammen...

- **Schwarzer Körper:** absorbiert (und emittiert) alle einfallende Strahlung
- **Strahlungsflussdichte F :** Energie / (Zeit x Fläche); W m^{-2} **Strahldichte I, B :** Energie / (Zeit x Fläche x Raumwinkel); $\text{W m}^{-2} \text{sr}^{-1}$
- **Planck'sches Gesetz:** berücksichtigt Quantennatur der Strahlung
- Plancksches Strahlungsgesetz: spektrale Strahldichte (Strahlung pro Steradian und Wellenlänge)
 - Starke Zunahme B mit Temperatur T
 - kürzere Wellenlängen bei zunehm. T
- Integration Planck über alle Wellenlängen und über Halbraum
→ Stefan-Boltzmann Gesetz
- Ableitung Strahlungsgesetz Planck → Wiensches Verschiebungsgesetz
- Kirchhoffsches Gesetz: berücksichtigt graue Körper

$$B_{\lambda}(T) = \frac{dB}{d\lambda} = \frac{2hc^2}{\lambda^5 \left(e^{\frac{hc}{\lambda T}} - 1 \right)}$$

$$F(T) = \int_{\Omega} \int_0^{\infty} B_{\lambda}(T) \cos \vartheta d\lambda d\Omega$$

$$F(T) = \sigma T^4 \quad \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$$

$$\frac{dB_{\lambda}(T)}{d\lambda} = 0 \quad \lambda_{max} T = 2898 \text{ } \mu\text{m K}$$

$$\frac{E_{\lambda}(T)}{\varepsilon(\lambda)} = B_{\lambda}(T)$$