

Instrumentenkunde Zusammenfassung  
Sommersemester 2014  
Prof. Dr. Kottmeier

7. September 2016

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Messfehler</b>	<b>4</b>
1.1	Fehler von Messgrößen . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Temperaturmessung</b>	<b>5</b>
2.1	Temperatureinheiten . . . . .	5
2.2	Messgeräte . . . . .	5
2.2.1	Quecksilberthermometer . . . . .	5
2.2.2	Flüssigkeitsthermometer . . . . .	6
2.2.3	Bimetallthermometer . . . . .	6
2.2.4	Thermoelemente . . . . .	6
2.2.5	Widerstandsthermometer . . . . .	6
2.3	Messanordnungen . . . . .	8
2.4	Brückenmessung nach der Nullmethode . . . . .	8
2.5	Strahlungsfehler . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Windmessung</b>	<b>10</b>
3.1	Theorie des Schalenkreuzanemometers . . . . .	10
3.1.1	Stationärer Fall ohne Reibung: $\sum M = 0$ . . . . .	10
3.1.2	Ansatz zur Verallgemeinerung . . . . .	11
3.1.3	Instationärer Fall, ohne Reibung . . . . .	11
3.1.4	Einfluss der Reibung . . . . .	12
3.2	Propelleranemometer . . . . .	12
3.3	Windmessung über Staudruck . . . . .	13
3.4	Windmessung mit Hitzdrahtanemometer . . . . .	13

3.5	Windrichtungsmessung: Theorie der Windfahne . . . . .	14
3.6	Ultraschallanemometer . . . . .	15
3.6.1	Messprinzip . . . . .	15
3.6.2	Funktionsweise von Ultraschallanemometern . . . . .	16
3.6.3	Fehlerquellen Ultraschallanemometers . . . . .	17
<b>4</b>	<b>Feuchte</b>	<b>17</b>
4.1	Definition von Feuchtemaßen, Umrechnungsformeln . . . . .	17
4.1.1	Wasserdampfdruck, Sättigungsdampfdruck . . . . .	17
4.1.2	Absolute Fehler . . . . .	18
4.1.3	Spezifische Feuchte . . . . .	18
4.1.4	Mischungsverhältnis . . . . .	18
4.1.5	Relative Feuchte . . . . .	18
4.1.6	Taupunktstemperatur . . . . .	19
4.2	Feuchtemessung und Messgeräte . . . . .	19
4.2.1	Psychrometer . . . . .	19
4.2.2	Haarhygrometer, Hygrograph . . . . .	21
4.2.3	Lyman- $\alpha$ -Hygrometer . . . . .	21
4.2.4	Das Infrarothygrometer . . . . .	23
4.2.5	Weitere Feuchtemessgeräte . . . . .	23
<b>5</b>	<b>Strahlungsmessung</b>	<b>24</b>
5.1	Strahlung in verschiedenen Spektralbereichen . . . . .	24
5.2	Definition . . . . .	25
5.2.1	Solare Strahlung oder kurzwellige Strahlung . . . . .	25
5.2.2	Terrestrische Strahlung . . . . .	25
5.2.3	Strahlungsbilanz . . . . .	25
5.3	Klassifikation der Messgeräte . . . . .	26
5.4	Energiebilanzgleichung einer Oberfläche für reale $2\pi$ -Geräte . . . . .	26
5.5	Ideale $2\pi$ -Geräte . . . . .	27
5.5.1	Ideale Pyranometer . . . . .	27
5.5.2	Ideale Pyrgeometer . . . . .	27
5.5.3	Ideale Pyrradiometer . . . . .	27
5.6	Reale Pyrradiometer . . . . .	27
5.7	Berechnung Strahlungsbilanz . . . . .	27
5.8	Lambertsches Gesetz . . . . .	28
<b>6</b>	<b>Niederschlagsmessung</b>	<b>28</b>
6.1	Niederschlagsmesser nach Hellmann . . . . .	29
6.2	Disdrometer . . . . .	29
6.2.1	Theoretische Grundlagen . . . . .	30

6.2.2	Messprinzip des Joss-Waldvogel-Disdrometers . . . . .	31
6.3	Niederschlagsradar . . . . .	31
<b>7</b>	<b>Aerologie</b>	<b>32</b>
7.1	Meteorologische Vertikalsondierungen mit Radiosonden . . . . .	32
7.1.1	Messungen . . . . .	32
7.1.2	Berechnete Größen . . . . .	32
7.2	Höhenwindmessung . . . . .	32
7.2.1	Pilotballonmethode . . . . .	32
7.2.2	Radarwindmessung . . . . .	32
7.2.3	Radiotheodolitmethode . . . . .	33
7.3	GPS . . . . .	33

# 1 Messfehler

- Jede Messung ist mit Fehler behaftet.

- Relativer Fehler:  $\frac{Istwert - Sollwert}{Sollwert}$  oder  $\frac{Istwert - Sollwert}{Messbereichendwert}$
- Zufälliger Fehler: unvorhersehbare Änderungen an Messgeräten, Umwelt, Beobachter (sind immer unterschiedlich groß)
- durch Beeinflussung der Messgröße durch Messeinrichtung

## 1.1 Fehler von Messgrößen

- Linearitätsfehler: Max. Abweichung einer nicht linearen Nennkennlinie  
Linearitätsfehler werden nach...
  - ...Festpunktmethode: Anfangswert und Endwert des Ausgangssignals so justiert, dass sie sich mit richtigen Wert decken.
  - ...Minimummethode: Anfangswert des Ausgangssignals fällt mit richtigem Wert zusammen.
  - ...Toleranzbandmethode: Lage der ausgegebenen Kennlinie so justiert, dass Summe der Quadrate der Abweichungen von linearen Nennkennlinie ein Minimum ist.
  - Nullpunktfehler: Abweichung des ausgegebenen Anfangswertes des Ausgangsbereichs vom Nennwert. Absolute Fehler auf Eingangssignal bezogen. Relative Fehler auf Messende.
  - ...Empfindlichkeitsfehler: Abweichung der gemessenen Empfindlichkeit von Nennempfindlichkeit.
  - ...Quantisierungsfehler: Quantisierung eines analogen Messsignals verursacht und beträgt  $\pm 1$  *Quantisierungsstufe*
  - ...Hysteresefehler: Max. Abweichung der Messwerte, wenn man gleichen Wert einmal von kleineren Werten her, einmal von größeren Werten her einstellt.  
ermittelt.
  - Fehler unter Wiederholungsbedingung: Durch wiederholtes Messen einer bestimmten Messgröße.
  - Fehlergrenzen: vom Hersteller garantierte Grenzen für Gesamtfehler

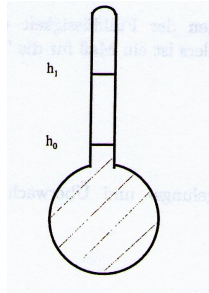


Abbildung 1: Quecksilberthermometer

## 2 Temperaturmessung

Temperatur ist als Maß für innere Energie eines Körpers eine wichtige Zustandsgröße.

### 2.1 Temperatureinheiten

Kelvin(T), Grad Celsius( $\vartheta$ ), Grad Fahrenheit( $T_f$ )  
 $T = \vartheta + 273,15$       $\vartheta = \frac{5}{9}(T_f - 32)$

### 2.2 Messgeräte

#### 2.2.1 Quecksilberthermometer

Hg ist im meteorologischen Bereich lange flüssig.

$$dV = \frac{\partial V}{\partial T} dT + \underbrace{\frac{\partial V}{\partial p} dp}_{=0 \text{ für } p=\text{const.}}$$

Volumenausdehnungskoeffizient:  $\gamma = \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$

Längenausdehnungskoeffizient:  $\gamma_l = \frac{1}{l} \left( \frac{\partial L}{\partial T} \right)_p$

$$\rightarrow V(T) - V(T_0) = \underbrace{V_0(T) - V_0(T_0)}_{\text{Gefäß}} + \underbrace{q(t)[h_1 - h_0] - q(T_0)[h_1 - h_0]}_{\text{Faden}}$$

$V_0 = \text{Gefäßvolumen}$

$q = \text{Kapillarquerschnitt}$

### 2.2.2 Flüssigkeitsthermometer

Tauchrohr ausgebildeten Temperaturfühler F, elastisches Messglied M (Rohr und Schneckenfeder) mit Anzeigetafel, die mit Kapillarrohr K verbunden sind. Anwendung: Reglungs- und Überwachungsgeräte

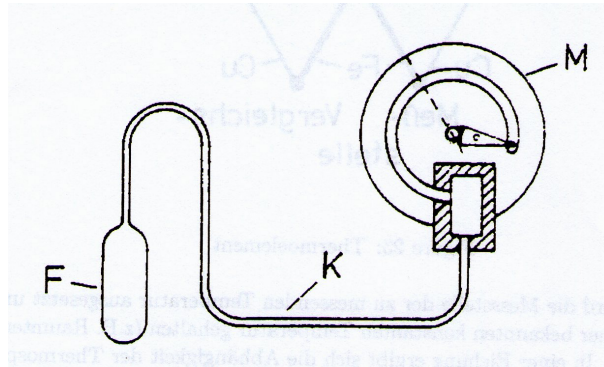


Abbildung 2: Flüssigkeits-Feder-Thermometer

### 2.2.3 Bimetallthermometer

Zwei fest verbundenen Schichten aus Werkstoffen mit unterschiedlichen thermischen Ausdehnungseigenschaften. Bei Temperaturänderung → Krümmung  
Anwendung: Temperatur-Zeitpunktreglern

### 2.2.4 Thermoelemente

Verlöten von zwei Drähte aus verschiedenen Metallen. An den freien Enden temperaturabhängiges Kontaktpotenzial. Bilden von Leiterschleifen und aufschneiden von Cu-Teil. Bei verschiedenen Temperaturen → Anschlussstellen zeigt elektromotorische Kraft, die Thermospannung. Thermospannungen kann man durch hochohmige Zeigergalvanometer messen (Ausschlagverfahren)

### 2.2.5 Widerstandsthermometer

Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstandes als Maß der Temperatur metallischer Werkstoffe vorallem Platin, Nickel.

$$R_{\Theta} = R_0(1 + K_1\Theta + K_2\Theta^2)$$

$R_{\Theta,0}$  = Widerstand bei Temperatur  $\Theta$  bzw. 0 Grad Celsius

$K_{1,2}$  = Materialkonstanten

Vorteile: gute Reproduzierbarkeit und Genauigkeit

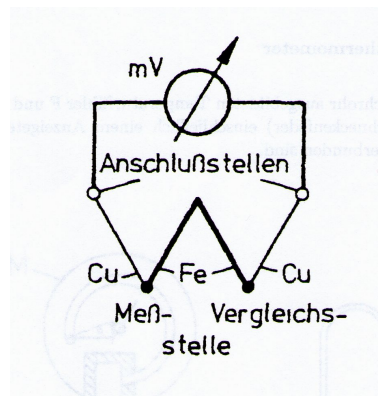


Abbildung 3: Thermoelement

- Halbleiterwiderstandsthermometer: höhere Temperaturbeiwert und negativer Temperturbeiwert

$$R_T = R_0 e^{B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)} \quad B = \text{Materialkonstante}$$

Messung der Widerstandsänderung über Brückenschaltung oder Kreuzspulinstrument

$$R_T = R_0(1 + \alpha T + bT^2 + c(T - 100)T^3)$$

$$\frac{dR_T}{dT} = R_0(a + 2bT) = 0,39803 - 1,16035 * 10^{-4}T$$

$R_0 = \text{Widerstand bei } 0 \text{ Grad Celsius}$ ,  $R_T = \text{Widerstand bei } T \text{ in } ^\circ\text{C}$ ,  $T = \text{Sensortemperatur}$

## 2.3 Messanordnungen

Kirchhoffsche Regeln:

$\sum I_i = 0$ : Knotenregel für die Zweige, die in einem Knoten münden

$\sum U_i = 0$ : Maschenregel für die Masche, d.h. Spannungsabfälle an den einzelnen Elementen

## 2.4 Brückenmessung nach der Nullmethode

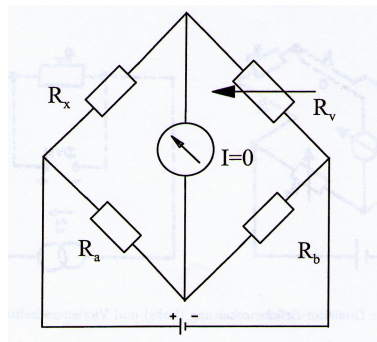


Abbildung 4: Einfache Brückenschaltung

Wheatstonesche Brückenschaltung:

$$\begin{aligned}
 R_v &= \frac{U_v}{I_v} & R_b &= \frac{U_b}{I_b} \\
 R_a &= \frac{U_a}{I_a} & R_x &= \frac{U_x}{I_x} \\
 I_v &= I_x & ; & & I_a &= I_b \\
 \frac{R_a}{R_b} &= \frac{U_a}{I_a} \frac{I_b}{U_b} = \frac{U_a}{U_b} \\
 \frac{R_v}{R_x} &= \frac{U_v}{I_v} \frac{I_x}{U_x} = \frac{U_v}{U_x} = \frac{U_b}{U_a} \\
 \rightarrow \frac{R_a}{R_b} &= \frac{R_x}{R_v} \rightarrow R_x = R_v \frac{R_a}{R_b}
 \end{aligned}$$



## 2.5 Strahlungsfehler

Wärmehaushaltsgleichung:  $L + B + S = 0$

S= Strahlungsbilanz des Messfühlers und setzt sich wie folgt zusammen:

I: Strahlung der Sonne

H: Himmelsstrahlung

R: Reflexstrahlung benachbarter Oberflächen im kurz- und langwelligen Spektralbereich

G: Wärmestrahlung der Atmosphäre und benachbarter Oberflächen

A: Ausstrahlung des Messfühlers

Entsprechend den Absorptionskoeffizienten des Messfühlers im kurz- und langwelligen Bereich,  $\epsilon_k$  und  $\epsilon_L$  wird ein Teil der Strahlung absorbiert, der Rest reflektiert:

$$S = \epsilon_K(I + H) + \epsilon_L(G - \sigma T^4)$$

Stationäres Gleichgewicht am Messfühler (B=0:  $S + L = S - \alpha_L(\vartheta - \vartheta_L) = 0$

und  $T = T_L + \frac{S}{\alpha_L}$  Klimahütte: Das Holz der Hütte und das Thermometerglas verhalten sich im langwelligen Bereich wie schwarze Körper, d.h.  $\epsilon_L \approx 1$ ,

Strahlungsbilanz ist mit I=0:

$$S = G - A = \sigma T_H^4 - \sigma T^4 \approx 4\sigma T_L^3(\vartheta_H - \vartheta) = \alpha_S(\vartheta_H - \vartheta)$$

$\vartheta$  = mittlere Temperatur der Hüttenteile  $\alpha_S = 4\sigma T_L^3$  = Strahlungsübergangszahl

Wärmebilanzgleichung des Hüttenthermometers:  $\alpha_S(\vartheta_H - \vartheta) - \alpha_L(\vartheta - \vartheta_L) = 0$

Temperatur des Thermometers:  $\vartheta = \vartheta_L + \frac{\alpha_S}{\alpha_L + \alpha_S}(\vartheta_H - \vartheta_L)$

Instationärer Fall für verstrahltes Thermometer:

Wärmebilanzgleichung:  $S + L + B = 0 = S - \frac{c\rho V}{A} \frac{d\vartheta}{dt} - \alpha_L(\vartheta - \vartheta_L)$

Temperaturänderung:  $\frac{d\vartheta}{dt} = -\frac{1}{\tau} \left[ \vartheta - \left( \vartheta_L + \frac{S}{\alpha_L} \right) \right]$  mit  $\tau = \frac{c\rho V}{A\alpha_L} = \frac{cm}{a\alpha_L}$

### 3 Windmessung

#### 3.1 Theorie des Schalenkreuzanemometers

##### 3.1.1 Stationärer Fall ohne Reibung: $\sum M = 0$

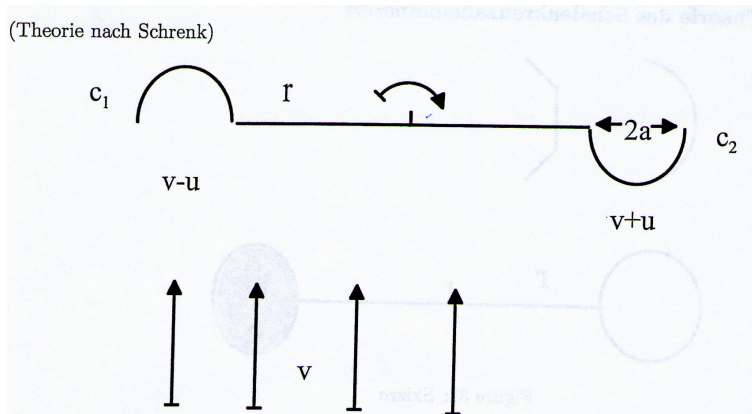


Abbildung 5: Schalenanemometer (Theorie von Schenk)

$c_1, c_2 = \text{Widerstandsbeiwerte}; A = \text{Querschnittsfläche}$

$$\begin{aligned}
 c_1 \frac{\rho}{2} (v - u)^2 Ar - c_2 \frac{\rho}{2} (v + u)^2 Ar &= 0 \\
 c_1 (v - u)^2 &= c_2 (v + u)^2 \\
 \frac{v + u}{v - u} = + \frac{\sqrt{c_1}}{\sqrt{c_2}} = q &\rightarrow v = \underbrace{\frac{q + 1}{q - 1}}_k u
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

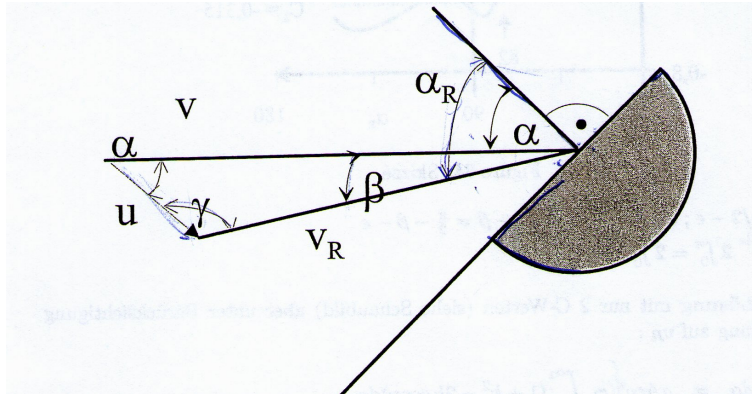
- Auslauf:  
Wind abgestellt ( $v=0$ ):  $\left(\frac{I}{r} \frac{du}{dt}\right)_A \text{ usl.} = \frac{1}{2} \rho Ar [c_1 u^2 + c_2 u^2] = \frac{\rho}{2} Ar u^2 (c_1 + c_2)$
- Anlauf ( $u=0$ ):  $\left(\frac{I}{r} \frac{du}{dt}\right)_A \text{ nl.} = \frac{1}{2} \rho Ar v^2 (c_1 - c_2)$

### 3.1.2 Ansatz zur Verallgemeinerung

Andere Gleichung für stationären Fall:  $\int_0^{2\pi} M(\alpha) d\alpha$

Drehmoment muss für jeden Arm im Mittel 0 sein:  $M(\alpha) = C(\alpha_R) \frac{1}{2} \rho v_R^2 Ar$

$\alpha = \text{Winkel}; \alpha_R = f(\alpha); u = \text{Tangentialgeschwindigkeit}, v = \text{Wind } u =$



$$\frac{v}{k}; k = \frac{1}{k'}; u = kv; k = \frac{u}{v}; \alpha_R = \alpha + \beta$$

- Cosinussatz:  $v_R^2 = v^2 + u^2 - 2uv \cos \alpha = v^2(1 + k^2 - 2k \cos \alpha)$

- Sinussatz:

$$\sin \beta = \frac{u}{v} \sin \gamma$$

$$\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta) = 180^\circ - \alpha_R$$

$$\sin(180 - \alpha_R) = \sin \alpha_R$$

$$\rightarrow \sin \gamma = \sin \alpha_R$$

$$\sin \beta = \frac{u}{v} \sin \alpha_R = k \sin \alpha_R$$

$$\rightarrow \alpha_R = \alpha + \arcsin(k \sin \alpha_R)$$

$$\rightarrow \int_0^{2\pi} M(\alpha) d\alpha = \frac{1}{2} \rho v^2 Ar \int_0^{2\pi} C(\alpha_R) (1 + k^2 - 2k \cos \alpha) d\alpha = 0$$

### 3.1.3 Instationärer Fall, ohne Reibung

Mittlere Drehmoment aller N Schalen:

$$\frac{I}{r} \frac{du}{dt} = \frac{N}{2\pi} \int_0^{2\pi} M(\alpha) d\alpha$$

$$= \frac{N}{2\pi} \rho v^2 Ar (c_1 + c_2) \left( \left( \frac{\pi}{2} \frac{c_1 - c_2}{c_1 + c_2} + \epsilon \right) \frac{u^2}{v^2} - \left( 3 - \epsilon^2 \right) \frac{u}{v} + \left( \frac{\pi}{2} \frac{c_1 - c_2}{c_1 + c_2} - \epsilon \right) \right)$$

$N = \text{Anzahl der Schalen}$

$$\text{Riccati'sche DGL der Art: } y' + \underbrace{p(x)}_c y^2 + \underbrace{q(x)}_{f(t)} y + \underbrace{r(x)}_{f(t)} = 0$$

Vereinfachungen (für v Ansatz):

- Sprungfunktion
- Vernachlässigung des mit u quadratischen Gliedes  $\frac{u}{v} < 0,5$

### 3.1.4 Einfluss der Reibung

$$\frac{I}{r} \frac{du}{dt} = \frac{N}{2\pi} \int_0^{2\pi} M(\alpha) d\alpha - M_R$$

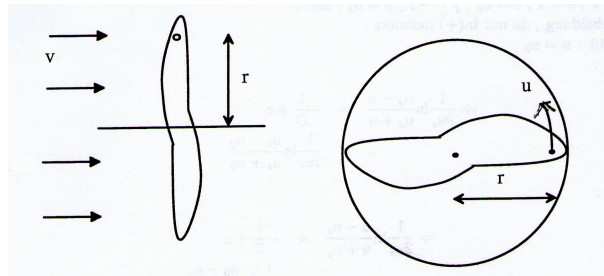
$M_R$  = negatives Moment

Haftreibung wichtig, Gleitreibung vernachlässigbar

Haftreibungsmoment für 3 Schalen:  $M_{RA} = \frac{\rho}{2} v_R^2 A (c(\alpha) + c(\alpha + 120) + c(\alpha + 240))$

$$\rightarrow v_A = \sqrt{\frac{2M_{RA}}{\rho A (c(\alpha) + c(\alpha + 120) + c(\alpha + 240))}} \quad v_A = \text{Anlaufgeschwindigkeit}$$

### 3.2 Propelleranemometer



- Stationärer Fall:

$$\begin{aligned} F_a = 0 &= N c_a \frac{1}{2} \rho v^2 A = N c_w \frac{1}{2} \rho u^2 A \\ \omega &= c_w \frac{1}{2} \rho v^2 A \\ c_a v^2 &= c_w u^2 \\ v &= \sqrt{\frac{c_w}{c_a}} u \quad k_p = \sqrt{\frac{c_a}{c_w}} \\ &\rightarrow v = \frac{u}{k_p} \end{aligned} \quad (2)$$

- Instationärer Fall

$$\begin{aligned} \frac{I}{r} \frac{du}{dt} &= N \frac{1}{2} \rho A r (c_a v^2 - c_w u^2) \\ \frac{du}{dt} &= \frac{1}{2} \frac{N}{I} \rho A r^2 c_w (u^2 - \frac{c_a}{c_w} v^2) \\ D_p &\equiv \frac{2I}{n \rho A r^2 c_w}; \tau_p \equiv \frac{D}{v} \end{aligned} \quad (3)$$

$I = \text{Trägheitsmoment}; D_p = \text{Trägheitslänge}$

$$\begin{aligned}
 & \rightarrow \frac{du}{dt} = -\frac{1}{D_p}(u^2 - k_p^2 v^2) \\
 & \rightarrow \frac{du}{dt} = -\frac{1}{D_p}(u^2 - u_s^2) \\
 & \rightarrow \int \frac{du}{u^2 - u_s^2} = -\int \frac{dt}{D_p} \\
 \rightarrow \text{BornsteinIntegration} & \int \frac{dx}{(ax+b)(fx+g)} = \frac{1}{bf-ag} \ln \frac{fx+g}{ax+b} \\
 & u = x; a = 1, b = u_s, f = -1; g = u_s
 \end{aligned} \tag{4}$$

Fallunterscheidung, da nur  $\ln(+)$  definiert...

### 3.3 Windmessung über Staudruck

$$\begin{aligned}
 p_G &= p_{stat} + p_{stau} = p_{stat} + \frac{1}{2}\rho v^2 \\
 \Delta p &= p_G - p_{stat} = \frac{1}{2}\rho v^2 \quad \Delta p = \text{Messdifferenzdruck} \\
 v^2 &= \frac{\Delta p}{\frac{1}{2}\rho} \rightarrow v_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \\
 v_1 &= \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}
 \end{aligned} \tag{5}$$

### 3.4 Windmessung mit Hitzdrahtanemometer

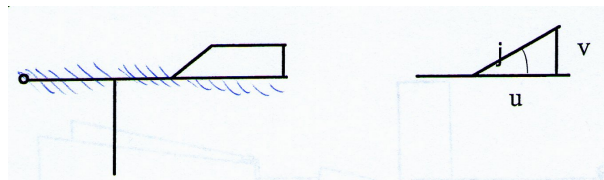
- Sensor besteht aus einem feinen (Platin, Platin-Iridium oder Tungsten) Widerstandsdraht
- Konstant Temperaturmessung: Draht innerhalb einer Wheatstonschen Brückenschaltung auf konstanter Temperatur gehalten. Änderung der Strömungsgeschwindigkeit  $\rightarrow$  Änderung der Wärmeübergang zur Umgebung und damit die elektrische Regelungsleistung.
  - Vom Hitzdraht wird pro Zeiteinheit eine Energiemenge abgegeben, die proportional zur Leitungslänge, Durchmesser  $d$  und Differenz

zwischen Temperatur des Leiters  $\Theta_w$  und des umgebenden Gases  $\Theta_g$

- Proportionalitätskonstante  $\alpha_\Theta$  ist Wärmeübergangszahl
- Statt Wärmeübergangszahl wird Nusseltzahl  $Nu$  benutzt:  $Nu = \frac{\alpha_g d}{\lambda_g}$   $\lambda_g$  = Wärmeleitfähigkeit des Gases bei Temperatur  $\Theta_g$ .
- Energiegleichung:  $I^2 R_w = \alpha_g \pi d l (\Theta_w - \Theta_g) = \pi l \lambda_g (\Theta_w - \Theta_g) Nu$
- Temperaturabhängigkeit des Platinfühlers konstant
- Zusammenhang zwischen Widerstandsänderung und Windgeschwindigkeit:  $\frac{I^2 R_w}{R_w - R_g} = A + bu^n$

- Konstantstrommethode: Sensorwiderstand gemessen

### 3.5 Windrichtungsmessung: Theorie der Windfahne



- Windrichtungsmessung = dynamisches System 2. Ordnung  $\sin \vartheta = \frac{v}{u} \approx \vartheta \rightarrow v = u \vartheta$   
 $\frac{d^2 y}{dt^2} + 2\beta \frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = f(t)$   
 $\omega_0 = \text{Eigenfrequenz}; \beta = \text{Dämpfungskonstante}; f(t) = \text{äußere Kraft}$
- $f(t) = 0 \rightarrow \text{harmonische Schwingung}$   $\beta = 0 \rightarrow \text{ungedämpft}$   
 $\frac{d^2 y}{dt^2} + \omega_0^2 y = 0 \rightarrow y = A \sin(\omega_0 t + \alpha)$   $\alpha = \text{Anfangsbedingung}$
- gedämpft  
 $\frac{d^2 y}{dt^2} + 2\beta \frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = 0$   
 Ansatz:  $y = e^{kt}$ , Bestimmung charakteristische Gleichung:  
 $k^2 + 2\beta k + \omega_0^2 = 0 \rightarrow k_{1,2} = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}$   
 $\beta^2 = \omega_0^2$  aperiodischer Grenzfall  
 $\beta^2 > \omega_0^2$  aperiodischer Kriechfall  
 $\beta^2 < \omega_0^2$   
 $f(t) = \text{Sprungfunktion: } y = \phi$   
 $\frac{d^2 \phi}{dt^2} + 2\beta \frac{d\phi}{dt} + \omega_0^2 \phi = \omega_0^2 \psi_S$
- Allgemeine Lösung:  $\phi = A \cos(\omega_S t - \alpha) + a e^{-\beta t} \sin(\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} t + \alpha)$

## 3.6 Ultraschallanemometer

### 3.6.1 Messprinzip

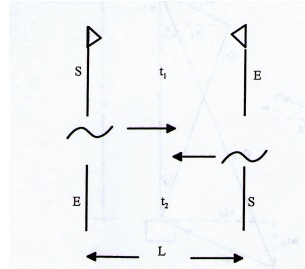


Abbildung 6: Prinzipieller Aufbau des Ultraschallanemometers mit Schallwandler E und S und unterschiedlichen Laufzeiten  $t_1$  und  $t_2$  bei Schallausbreitung mit und gegen den Wind

$$\begin{aligned}
 t_1 &= \frac{L}{c+u}; t_2 = \frac{L}{c-u}; u \parallel L \\
 \frac{L}{t_1} &= c+u; \frac{L}{t_2} = c-u \rightarrow \frac{L}{t_1} - \frac{L}{t_2} = 2u; \\
 \frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2} &= \frac{2u}{L}; c = \frac{1}{2} \left( \frac{L}{t_1} + \frac{L}{t_2} \right); \\
 c \text{ eliminieren: } \frac{L}{t_1} - u &= \frac{L}{t_2} + u \\
 \rightarrow u &= \frac{L}{2} \frac{t_2 - t_1}{t_1 t_2}
 \end{aligned} \tag{6}$$

Temperaturmessung

$$\begin{aligned}
 c &= 20,067 \left[ T \left( 1 + 0,3192 \frac{e}{p} \right) \right]^{1/2} \\
 T &= k \left( \frac{t_1 + t_2}{t_1 t_2} \right)^2 \\
 k &= \frac{L^2}{20,067^2 (1 + 0,3192 \frac{e}{p})}
 \end{aligned} \tag{7}$$

T= absolute Temperatur; p=Luftdruck; e=Wasserdruck

### 3.6.2 Funktionsweise von Ultraschallanemometern

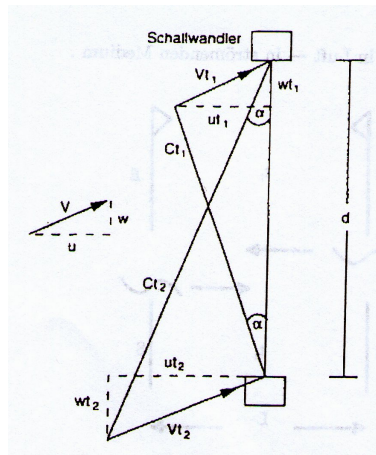


Abbildung 7: Darstellung des Funktionsprinzips eines Ultraschallanemometers nach Coppin und Taylor (1983)

- Windvektor  $\vec{V} \rightarrow$  in u und w Komponente zerlegen
- Schallimpuls vom unteren zum oberen Sender gesandt, Druckwelle benötigt die Zeit  $t_1$
- In zwei Anteile aufspalten:
  - Aufgrund der Schallausbreitung in der Zeit  $t_1$  zurückgelegter Weg  $Ct_1$
  - Durch vorherrschender Wind transportierte Strecke  $\vec{V}t_1$ , lässt sich in einen senkrecht zur Messstrecke  $ut_1$  und in Richtung der Messstrecke  $wt_1$  Anteil aufteilen.
- Laufzeit  $t_1 = \frac{d}{C \cos(\alpha) + w}$       $t_2 = \frac{d}{C \cos(\alpha) - w}$
- Zwei Möglichkeiten Kalibrierung für w Komponente zu entwickeln:
  - Differenz der Laufzeit:  $t_1 - t_2 = \frac{2dw}{C^2 - v^2} \approx \frac{2dw}{C^2}$
  - Kehrwert der Laufzeiten:  $\frac{1}{t_2} - \frac{1}{t_1} = \frac{2w}{d}$



### 3.6.3 Fehlerquellen Ultraschallanemometers

Nachteile:

- Abschattungseffekte durch Sender, Empfänger und durch zu deren Halterung notwendige Streben
- Veränderungen des Windfelds durch Einbringen des Sensors

## 4 Feuchte

### 4.1 Definition von Feuchtemaßen, Umrechnungsformeln

#### 4.1.1 Wasserdampfdruck, Sättigungsdampfdruck

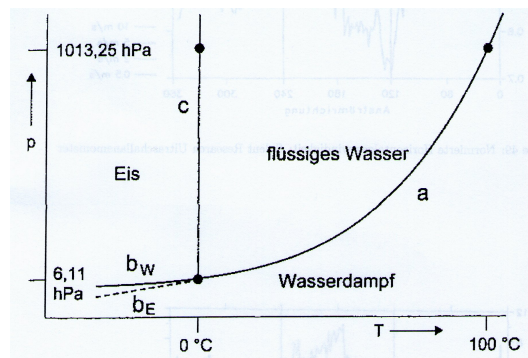


Abbildung 8: Phasendiagramm Wasser,  $p$ =Druck, unter dem die jeweilige Phase steht,  $T$ =Temperatur;  $a$ =flüssiges Wasser;  $b_w$  unterkühltes Wasser und Wasserdampf;  $b_E$ = Eis und Wasserdampf;  $c$ = Eis und flüssiges Wasser

- Wasserdruck  $e$  ist Partialdruck der gasförmigen Phase des Wassers in der Atmosphäre [Einheit: hPa]
- Bei gegebener Temperatur maximal mögliche Partialdruck heißt Sättigungsdampfdruck  $e_w$
- Psychrometerformel nach Sprung für den Dampfdruck:  $e = e_{w,i} - Ap(t - t_w)$  mit  $A = 6,6 * 10^{-4} \frac{1}{K}$  für Wasser und  $A = 5,8 * 10^{-4} \frac{1}{K}$  für Eis  $e_{w,i}$ =Sättigungsdampfdruck in hPa über Wasser bzw. Eis, bei Temperatur  $t_w$ ;  $t$ =Temperatur des trockenen Thermometers in  $^{\circ}C$ ;  $t_w$ =Temperatur des befeuchteten Thermometers in  $^{\circ}C$

- Magnusformel für Sättigungsdampfdruck:  $e_{w,i} = C_1 e^{\left(\frac{C_2 t}{C_3 + t}\right)}$   
mit  $C_1, C_2, C_3 =$  Konstanten,  $t =$  Lufttemperatur in  $^{\circ}C$

#### 4.1.2 Absolute Fehler

- Absolute Feuchte  $a$  ist die Masse des Wasserdampfes je Volumeneinheit [Einheit  $\frac{g}{m^3}$ ]
- $a = \frac{e}{R_w T}$  mit  $e =$  Dampfdruck in hPa, bei Temperatur  $T$  in K

#### 4.1.3 Spezifische Feuchte

- Spezifische Feuchte  $q$  ist das Verhältnis der Masse des Wasserdampfes zur Masse der feuchten Luft in derselben Volumeneinheit. [Einheit:  $\frac{g}{kg}$ ]

$$\begin{aligned} \bullet \quad q &= \frac{\rho_w}{\rho_l + \rho_w} = \frac{\frac{e}{R_w T}}{\frac{p_l}{R_l T} + \frac{e}{R_w T}} = \frac{e \frac{R_l}{R_w}}{p_l + e \frac{R_l}{R_w}} \\ &= \frac{0,622e}{p - e + 0,622e} = \frac{0,622e}{p + e(0,622 - 1)} \\ &\rightarrow q = \frac{0,622e}{p - 0,378e} \approx 0,622 \frac{e}{p} \end{aligned}$$

mit  $q =$  spezifische Feuchte in  $\frac{kg}{kg}$ ;  $e =$  Dampfdruck in hPa;  $p =$  Luftdruck in hPa

#### 4.1.4 Mischungsverhältnis

- Mischungsverhältnis  $r$  ist das Verhältnis der Masse des Wasserdampfes zur Masse der wasserdampffreien Luft derselben Volumeneinheit [Einheit:  $\frac{g}{kg}$ ]

$$\begin{aligned} \bullet \quad r &= \frac{\rho_w}{\rho_l} = \frac{\frac{e}{(R_w T)}}{\frac{p_l}{(R_l T)}} = \frac{R_l e}{R_w p_l} = \frac{R_l e}{R_w (p - e)} \\ &\rightarrow r = 0,622 \frac{e}{p - e} \approx 0,622 \frac{e}{p} \end{aligned}$$

#### 4.1.5 Relative Feuchte

- Relative Feuchte  $U$  gibt das Verhältnis des aktuellen Wasserdampfdruckes zum bei der gegebenen Temperatur maximal möglichen (Sättigungs-)Dampfdruck an und wird als % relative Feuchte angegeben
- $U = \frac{e}{e_{w,i}} \cdot 100$  mit  $U =$  relative Feuchte in %;  $e =$  Dampfdruck in hPa, bei Temperatur  $P$ ;  $e_{w,i} =$  Sättigungsdampfdruck über Wasser bzw. Eis in hPa, bei Temperatur  $t$ .
- Bei Eis am Feuchtethermometer:  $e = e_i - Ap(t - t_w)$

### 4.1.6 Taupunktstemperatur

- Taupunktstemperatur  $t_d$  ist diejenige Temperatur, bei welcher der Sättigungsdampfdruck  $e_w$  gleich dem aktuellen Dampfdruck ist
- $t_d = \frac{C_3 \ln\left(\frac{e}{C_1}\right)}{C_2 - \ln\left(\frac{e}{C_1}\right)}$  mit  $t_d =$  Tautemperatur in  $^{\circ}C$ ;  $C_1, C_2, C_3 =$  Konstanten;  $e =$  Dampfdruck in hPa, bei Temperatur  $T$

## 4.2 Feuchtemessung und Messgeräte

Methoden zur Messung der Feuchte:

- Psychrometer
- hygroskopische Substanzen, z.B. Haare
- Taupunkt- oder Frostpunktshygrometer
- elektrische Methoden, z.B. Bestimmung Widerstand von Lithiumchlorid

Feuchtemessgröße	Abkürzungen	Einheit	messbar	Messgerät
relative Feuchte	U, f	1	ja	Haarhygrometer
absolute Feuchte	a	$\frac{g}{m^3}$	ja	Lyman- $\alpha$
spezifische Feuchte	q	$\frac{g}{kg}$	nein	
Mischungsverhältnis	r	$\frac{g}{kg}$	nein	
Dampfdruck	e	hPa	nein	
Taupunkt	$T_d$	$^{\circ}C$	ja	Taupunktspiegel
(Feuchtemessgerät)	$t_f$	$^{\circ}C$	ja	Psychrometer

### 4.2.1 Psychrometer

- Abhängigkeit des Verdunstung von den Feuchteverhältnissen der umgebenen Luft
- besteht aus zwei Thermometern, eines misst die Lufttemperatur  $T$ , das andere ist mit einem feuchten Strumpf überzogen und kühlt sich in Folge der Verdunstung unter die Lufttemperatur ab
- Temperatur  $T_f$  und  $T$  dient zur Berechnung der Feuchtegröße (Psychrometertafel)

Ideale Psychrometer:

- Wärmebilanzgleichung einer feuchten Oberfläche:  $Q + B + H + LV = 0$   
mit  $Q$ =Strahlungsbilanz ( $\approx 0$  Strahlenschutz);  $B$ = Wärmestrom aus dem Körperinneren (klein angenommen)
- Definition ideales Feucht-Thermometer: Enthält nicht  $Q+B$ , mit Kombination mit Thermometer zur Messung der Lufttemperatur ist es ein ideales Psychrometer
- $H + LV = 0$   
*Ansatz* :  $H = \frac{\alpha_L}{c_p}(T_f - T_L)$  mit  $\alpha_L$ =Wärmeübergangszahl;  $T_L$ = Lufttemperatur;  $T_f$  Temperatur des Messfühlers;  $c_p$  spezifische Wärmekapazität [ $\frac{J}{kgK}$ ];  $L$ = spezifische Verdampfungswärme [ $\frac{J}{kg}$ ]

Reale Psychrometer:

- Voraussetzung:  $Q=B=0$  des idealen Psychrometers
- kurzwellige Strahlung (Sonne) durch Strahlungsschutzröhre ausgeschaltet
- langwellige Strahlung wie schwarze Körper
- $Q = \sigma T_L^4 - \sigma T_f^4$  Taylorentwicklung um  $T_L$   
 $\rightarrow Q = -4\sigma T_L^3(T_f - T_L) = -\alpha_s(T_f - T_L)$  mit  $\alpha_s$ =Strahlungsübergangszahl

## 4.2.2 Haarhygrometer, Hygrograph

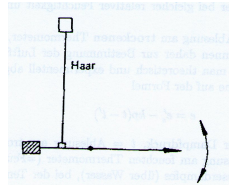


Abbildung 9: Prinzip des Haarhygrometers

- Veränderung Länge des Haars bei Veränderung der relativen Luftfeuchtigkeit
- Verwendung: Registrierung der relativen Feuchte

## 4.2.3 Lyman- $\alpha$ -Hygrometer

- Allgemeine Bemerkungen
  - selektive auf Frequenzen beschränkte Absorption von Strahlung durch den Wasserdampf
  - nur solche Spektralbereiche herausuchen, wo nur Wasserdampf absorbiert, damit Abhängigkeit zwischen Feutemessung und Änderung der Absorptionsstärke eindeutig ist
  - Wasserdampf hat Absorptionsbanden im ultravioletten(Lyman- $\alpha$ -Banden) und infraroten Spektralbereich
  - Messgeräte: Lyman- $\alpha$ -Hygrometer und Infrarothygrometer (Messung turbulenter Feuchteschwankungen)
- Lyman- $\alpha$ -Hygrometer (Messprinzip)
  - Wasserdampf absorbiert stark bei 121,6nm, Sauerstoff hat in diesem Bereich einen starken Einbruch
  - Wenn Streunungs- und Emissionsbeiträge vernachlässigt werden können, dann lautet Strahlungsbilanzgleichung:

$$\begin{aligned}
 dI_\lambda &= -k_\lambda \rho dx I_\lambda \\
 \rightarrow \frac{dI_\lambda}{I_\lambda} &= -k_\lambda \rho dx \\
 d \ln I_\lambda &= -k_\lambda \rho dx \\
 \text{Integration} \quad \ln \frac{I_\lambda(x)}{I_{0\lambda}} &= -k_\lambda \rho x
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

Beer-Bounger-Lambertsche Gesetz:  $I_\lambda(x) = I_{0\lambda} e^{(-k_\lambda \rho x)}$   $I_\lambda(x)$ =gemessene Strahlungsintensität an der Stelle x der Frequenz  $\lambda$ ,  $I_{0\lambda}$ =ausgesandte Strahlungsintensität der Frequenz  $\lambda$ ,  $k_\lambda$ = Absorbtionskoeffizient bei Frequenz  $\lambda$ ,  $x$ =Länge des Absorbergases,  $\rho$  Gasdichte des Absorbergases

- Vorteile
  - \* Gerät sich leicht konstruieren, minimal eine cm Strahlweg
  - \* Trägheitszeit ist sehr kurz und Gerät ist für Turbulenzmessungen geeignet
- Nachteile
  - \* Der zur Erkennung des UV-Lichtes notwendige Wasserstoff reagiert mit den Elektroden und der Ummantelung, d.h. die Quelle ist nicht stabil
  - \* Transmissionseigenschaften des Quellfensters ändern sich

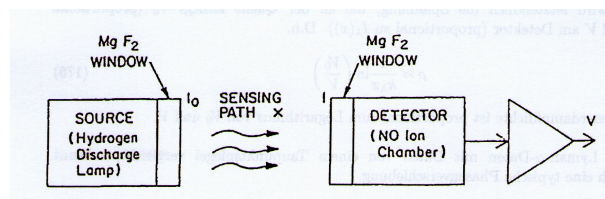


Abbildung 10: Blockdiagramm eines Lyman- $\alpha$  Absorptionshydrometers

- Realisierung des Lyman- $\alpha$  Gerätes (Konstruktion)
  - Lyman- $\alpha$  Strahlungsquelle
  - Fenster, mit hohem Transmissionseigenschaften im UV-Bereich (Magnesiumfluorid)
  - Ionsationskammer mit NO als Ionisationsgas

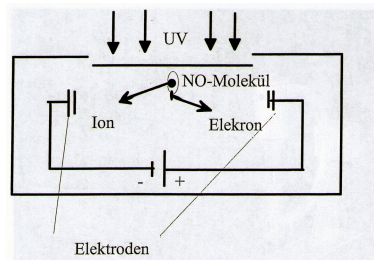


Abbildung 11: Skizze einer Ionisationskammer

#### 4.2.4 Das Infrarothygrometer

- Absorptionsbanden bei 1,4 , 1,9, 2,7 , 6,3  $\mu\text{m}$ . Normalerweise 2,7  $\mu\text{m}$
- Vorteil: höhere Lebensdauer der Infrarotquelle
- Nachteil: größere Wellenlängen 15cm-1m und damit größerer Störfaktor für Turbulenzmessungen

#### 4.2.5 Weitere Feuchtemessgeräte

- Hygrioren sind Sensoren, deren Ohmscher Widerstand sich durch hygroskopische Wasseraufnahme mit der Luftfeuchtigkeit ändert
- Taupunktspiegel:  
Geregt kühlbaren Spiegel, an dem beim Erreichen des Taupunktes ein Beschlag auftritt. Wird mit einer Leuchtdiode und einem Fototransistor erfasst

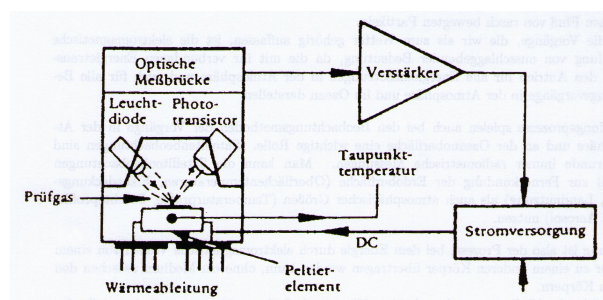


Abbildung 12: Funktionsweise des Taupunktspiegels

- Differential-Absorptions-Hygrometer nutzen die unterschiedliche Absorption nahegelegener Wellenlängen, von denen nur eine durch Was-

serdampfabsorbtion beeinflusst ist, die andere dagegen auch Absorbtion anderer Gase unterliegt

- Kapazitive Feuchtesensoren (Humicap) sind Polymere deren Kapazität sich durch Wasserdampfabsorbtion mit der Luftfeuchtigkeit ändert. Sie werden heute vielfach in Radiosonden eingesetzt

## 5 Strahlungsmessung

- Strahlung in der Physik:
  - einen Fluß von Photonen durch Ausbreitung elektromagnetischer Wellen (für Meteorologen am Wichtigsten)
  - einen Fluß von rasch bewegten Partikeln
- Prozess, bei dem Energie durch elektromagnetische Wellen von einem Körper zum anderen übertragen werden kann, ohne ein Medium zwischen den Körpern

Bezeichnung	Größe	Dimension
Strahlungsenergie	Q	J=Ws
Strahlungsfluss	$\frac{dQ}{dt}$	W
Strahlungsichte	$\frac{dQ}{(dA*dt)}$	$\frac{w}{m^2}$

### 5.1 Strahlung in verschiedenen Spektralbereichen

- Aufteilung unter anderem in solare Strahlung  $\lambda \leq 4\mu m$  und in terrestrische Strahlung  $\lambda \geq 4\mu m - 100\mu m$
- Zwischen Phasengeschwindigkeit von (Licht-)Wellen  $c$ , ihrer Wellenlänge  $\lambda$  und Frequenz  $\nu$  besteht die Beziehung:  $c = \lambda\nu$
- sichtbare Wellenlängenbereich  $400nm - 700nm$  Kürzerwellig  $\rightarrow$  ultraviolettes Licht, langwelliger  $\rightarrow$  infrarote Strahlung
- Gesetz, das die Emission thermischer Strahlung eines Körpers beschreibt, ist das Stefan-Boltzmann-Gesetz:  
 $M = \epsilon\sigma T^4$  (Einheit:  $\frac{W}{m^2}$ )  
 mit Stephan-Boltzmann-Konstante  $\sigma = 5,67 * 10^{-8} \frac{W}{m^2K^4}$   
 Gesetz besagt, dass die Emission, integriert über alle Wellenlängen, proportional zur 4. Potenz der absoluten Temperatur eines Körpers ist.



## 5.2 Definition

### 5.2.1 Solare Strahlung oder kurzwellige Strahlung

- Messbare spektrale Energieverteilung der extraterrestrischen Sonnenstrahlung reicht von 200nm bis 3000nm
- Über ganzes Spektrum integrierter Wert, wird Solarkonstante bezeichnet [Wert:  $1366,4 \frac{W}{m^2} \pm 1\%$ ]
- Unterscheidung im solaren Bereich zwischen:
  - direkter solaren Strahlung S:  $S = I \sin h$  mit I=direkte Sonnenstrahlung pro Zeit- und Flächeneinheit senkrecht zur Einstrahlrichtung, h=Sonnenhöhenwinkel
  - diffuser solaren Strahlung D (Streu und Reflexstrahlung von Luft und Wolken, diffuse Himmelsstrahlung)
  - Globalstrahlung  $K \downarrow$  (Summe aus direkter Himmelsstrahlung und diffuser Himmelsstrahlung):  $K \downarrow = I \sin h + D$
  - kurzwelliger Reflexstrahlung  $K \uparrow$
- $\alpha$ =mittleren solaren Absorptionskoeffizienten der Erdoberfläche:  
 $K \uparrow = (1 - \alpha)K \downarrow = rK \downarrow$   $r = (1 - \alpha)$ = mittlerer Reflexionskoeffizienten oder Albedo der Oberfläche

### 5.2.2 Terrestrische Strahlung

Bereich von 6000nm bis 60000nm

- atmosphärischen Gegenstrahlung  $L \downarrow$
- Ausstrahlung der Erdoberfläche  $L \uparrow = \epsilon \sigma T^4$
- langwelligen Reflexstrahlung  $(1 - \epsilon)L \downarrow$

### 5.2.3 Strahlungsbilanz

Summe der solaren und terrestrischen Strahlungsflüsse ergibt sich die Strahlungsbilanz:

$$Q = K \downarrow - k \uparrow + L \downarrow - L \uparrow - (1 - \epsilon)L \downarrow = (1 - r)K \downarrow + \epsilon(L \downarrow - \sigma T^4)$$

Strahlungsbilanz gibt an, welche Strahlungsenergie in einem bestimmten Niveau der Atmosphäre zur Umsetzung in andere Energieformen zur Verfügung steht.

### 5.3 Klassifikation der Messgeräte

- Sonnenscheinschreiber: Erfasst und registriert die Dauer direkter Sonnenstrahlung
- Pyrradiometer: Misst aus dem Halbraum auf eine ebene Fläche fallende totale Strahlungsflussdichte
- Pyranometer: Misst aus dem Halbraum auf eine ebene Fläche fallende solare Strahlungsflussdichte
- Pyrheliometer: Misst die direkte solare Einstrahlung  $S$
- Pyrgeometer: Misst auf eine horizontale nach oben gerichtete schwarze Fläche fallende atmosphärische Gegenstrahlung bei jeweiliger Lufttemperatur
- Nettopyrradiometer (Strahlungsbilanzmesser): Misst die Nettostrahlungsflussdichte  $Q$ . Wichtiges Strahlungsmessgerät. Besteht aus zwei Pyrradiometern
- Nettopyranometer: Misst die solare Nettostrahlungsflussdichte  $K \downarrow - K \uparrow$
- Nettopyrgeometer: Misst die terrestrische Nettostrahlungsflussdichte  $L \downarrow - L \uparrow$
- Oberflächenthermometer: Oberflächentemperaturmessgerät,  $8 - 12 \mu m$

### 5.4 Energiebilanzgleichung einer Oberfläche für reale $2\pi$ -Geräte

- Verluste:  $\underbrace{\frac{\lambda}{l}(T_A - T_G)}_{(a)} + \underbrace{\alpha_A^l \sigma T_A^4}_{(b)} + \underbrace{\alpha_h(u)(T_A - T_G)}_{(c)}$

mit (a)=Bodenwärmestrom, (b)=langwellige Ausstrahlung, (c)=fühlbarer Wärmestrom  $\approx 0$ , da  $u=0$

- Gewinne:  $\tau_H^k \alpha_A^k K \downarrow + \tau_H^l \alpha_A^l L \downarrow + \alpha_A^l \underbrace{\alpha_H^l \sigma T_G^4}_{(d)} + r_H^l \alpha_A^l \underbrace{\alpha_A^l \sigma T_A^4}_{(e)}$

mit (d)= Lupolenhaubenstrahlung, (e)=Empfangsflächenausstrahlung wird an der Oberfläche reflektiert und dann wieder absorbiert;  $\frac{\lambda}{l} = h$ ,  $T_G$ =Gerätetemperatur,  $T_A$ =Temperatur der absorbierenden Fläche, Index 'l' (hochgestellt)=langwellig, Index 'k' (hochgestellt)= kurzwellig;

Index 'H' = Haube, Index 'A' = Absorberfläche,  $\tau$ ? Transmission,  $\alpha$  = Absorptionsvermögen

- im Gleichgewicht gilt: Gewinn = Verlust

## 5.5 Ideale $2\pi$ -Geräte

### 5.5.1 Ideale Pyranometer

$$\alpha_A^l = 0, r_A^l = 1; \tau_H^l = 0$$

$$\alpha_A^k = 1, r_A^k = 0, \alpha_H^k = 0$$

im langwelligeren weiß und im kurzwelligen schwarz.  $\alpha_a^l \tau_H^l$  = spektrale Empfindlichkeit

$$\rightarrow \Delta T = \frac{K \downarrow}{h}$$

### 5.5.2 Ideale Pyrgeometer

$$\alpha_a^l = 1, r_A^l = 0, \alpha_H^l = 0$$

$$\alpha_A^k = 0, r_A^k = 1, \alpha_H^k = 0$$

im langwelligeren schwarz und im kurzwelligen weiß

$$\rightarrow \Delta T = \frac{L \downarrow - \sigma T_G^4}{h + 4\sigma T_G^3}$$

### 5.5.3 Ideale Pyrradiometer

$$\alpha_A^l = 1, r_A^l = 0, \alpha_H^l = 0$$

$$\alpha_A^k = 1, r_A^k = 0, \alpha_H^k = 0$$

langwelligeren und im kurzwelligen schwarz

$$\rightarrow \Delta T = \frac{K \downarrow + L \downarrow - \sigma T_G^4}{h + 4\sigma T_G^3}$$

## 5.6 Reale Pyrradiometer

(siehe Skript S.105/106)

## 5.7 Berechnung Strahlungsbilanz

$$\text{Oben: } \Delta T = T_{oben} - T_G = \gamma(K \downarrow + L \downarrow - \sigma T_G^4)$$

$$\text{Unten: } \Delta T = T_{unten} - T_G = \gamma(K \uparrow + L \uparrow - \sigma T_G^4)$$

$$K \downarrow + L \downarrow = \frac{1}{\gamma}(T_{oben} - T_G) + \sigma T_G^4$$

$$\begin{aligned}
K \uparrow + L \uparrow &= \frac{1}{\gamma}(T_{\text{unten}} - T_G) + \sigma T_G^4 \\
Q_0 &= K \downarrow - K \uparrow + L \downarrow - L \uparrow \\
&= \frac{1}{\gamma}(T_{\text{oben}} - T_G) + \sigma T_G^4 - \left( \frac{1}{\gamma}(T_{\text{unten}} - T_G) + \sigma T_G^4 \right) = \frac{1}{\gamma}(T_{\text{oben}} - T_{\text{unten}})
\end{aligned}$$

Thermospannung:

$$Q_0 = \text{Einstr.} - \text{Ausstr.} = \frac{\Delta U}{k_1} - \frac{\Delta U}{k_2} - \sigma T_G^4 + \sigma T_G^4 = \Delta U \left( \frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} \right)$$

## 5.8 Lambertsches Gesetz

Die Strahlungsleistung eines Strahlers oder Reflektors ist proportional zum Cosinus der Flächenorientierung

Strahlungsstärke= Gesamtenergiemenge in eine Richtung

Wenn Strahlungsstärke  $J$  dem Lambert-Gesetz  $J = J_0 \cos \vartheta$  folgt, erscheint das Papier immer weiß mit gleicher Intensität

Bei Strahlungsmessgerät genauso: unabhängig von Richtung der Orientierung

$$J \downarrow = J_0 \downarrow \cos \vartheta$$

## 6 Niederschlagsmessung

Niederschlag entsteht aus der Gasphase in die flüssige Phase umgewandeltem Wasser

- Regen: Wassertropfen, Durchmesser 0,5 bis 6mm
- Sprühregen: Gleichmäßig und dicht fallend, kleine Wassertropfen, Durchmesser 0.05 bis 0,5mm
- Unterkühlter Regen/Sprühregen: Regen bzw. Sprühregen unter  $0^\circ\text{C}$
- Schnee: Einzelne oder aneinander haftende Eiskristalle
- Schneegriesel: Kleine weiße, undurchsichtige Eispartikel
- Reifgraupel: Kleine weiße, undurchsichtige Eispartikel, kugelförmig
- Frostgraupel: Durchscheinende Eispartikel, überwiegend kugelförmig
- Hagel: größere Eispartikel, unterschiedlich in Durchsichtigkeit und Gestalt, Durchmesser 5 bis 50mm

Nach dem zeitlichen Verlauf wird unterschieden zwischen:

- Schauer: Als Quellbewölkung fallender, kurzzeitiger Niederschlag
- Andauernder Niederschlag: Niederschlag ohne Unterbrechung mit unterschiedlichen Intensitätsschwankungen
- Niederschlag mit Unterbrechungen

Kennzeichnende Größe sind Höhe und Dauer des Niederschlags und Intensität  $R = \frac{\Delta V}{A \Delta t}$  mit  $\Delta V =$  Volumen gesammelten Niederschlags,  $A =$  Auffangfläche,  $\Delta t =$  Messdauer [Einheit:  $\frac{mm}{s}$ ]

## 6.1 Niederschlagsmesser nach Hellmann

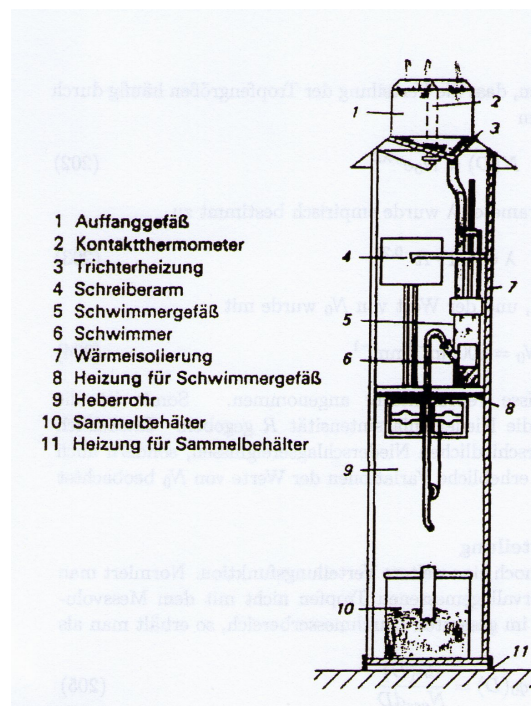


Abbildung 13: Registrierendes Niederschlagsmessgerät mit Schwimmer

## 6.2 Disdrometer

Bestimmung von Niederschlagsintensität und Tropfenspektrum des Niederschlags

## 6.2.1 Theoretische Grundlagen

- Mathematische Beschreibung von Tropfengrößenverteilungen  
 $N(D) = \frac{dn(D)}{V dD}$  mit  $N(D)$ =Anzahldichteverteilung,  $dn(D)$ =Tropfenanzahl im Durchmesserintervall  $[D - \frac{dD}{2}, D + \frac{dD}{2}]$ ,  $D$ =mittlerer Tropfendurchmesser im Durchmesserintervall  $dD$ ,  $V$ = Messvolumen,  $dD$ = Durchmesserintervallbreite
- Marshall-Palmer-Verteilung:  $N(D) = N_0 e^{-\lambda D}$  mit  $\lambda = 4,1 R^{-0,21}$  und  $N_0 = 8000 \frac{1}{m^3 mm}$
- Anzahl-bzw. Massendichteverteilung: Nomierung der Zahl der pro Durchmesserintervall gemessenen Tropfen durch die Tropfenanzahl im gesamten Durchmesserbereich  
 $\rightarrow$  Verteilerdichte :  $q_0(D) = \frac{dn(D)}{N_{ges} dD}$  mit  $q_0$ = normierte Verteilungsdichte,  $dn(D)$ =Tropfenanzahl im Durchmesserintervall,  $N_{ges}$ =Gesamttröpfenanzahl,  $dD$ =Durchmesserintervallbreite  
 Kumulative Verteilung durch Intergration:  $Q_0(D) = \int_{D_{min}}^D q_0(D) dD$
- Weiter Zusammenhänge
  - Tropfenanzahldichte  $N = \int_{D_{min}}^{D_{max}} N(D) dD$
  - Niederschlagsintensität:  $R = \int_{D_{min}}^{D_{max}} N(D) v(D) V(D) dD$
  - Flüssigwassergehalt:  $W = \frac{\pi}{6} \rho_{H_2O} \int D^3 N(D) dD$
  - Radarreflektivitätsfaktor:  $Z \int D^6 N(D) dD$

$N(D)$ =spektrale Anzahldichteverteilung,  $D$ =mittlere Tropfendurchmesser im Durchmesserintervall  $dD$ ,  $dD$ =Durchmesserintervallbreite,  $v(D)$ =Tropfenfallgeschwindigkeit
- Fallgeschwindigkeit eines Tropfens Alle auf Tropfen wirkende Kräfte:  
 $0 = \vec{F}_s + \vec{F}_a + \vec{F}_r$  mit  $\vec{F}_s = \rho_w V g$ =Schwerkraft,  $\vec{F}_a = -\rho_L V g$ =Auftriebskraft,  $\vec{F}_r = -3\pi D \eta \vec{v}$ =Reibungskraft

## 6.2.2 Messprinzip des Joss-Waldvogel-Disdrometers

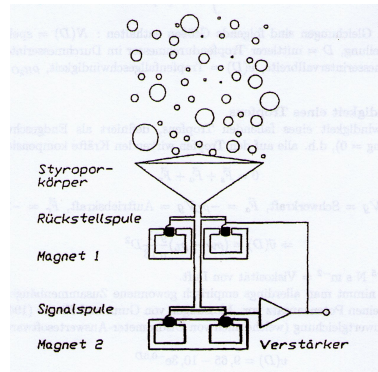


Abbildung 14: Schematischer Aufbau des Disdrometers

Zwei Spulenpaare sind in ein Dauermagnet eingebettet. Trifft Tropfen auf Styroporkörper wird Spannung induziert, die proportional zum Impuls  $p$  des Tropfens ist:  $p = m\vec{v} = \rho_W V\vec{v} = \rho_W \frac{\pi}{6} D^3 \vec{v}$   
Außerdem können Tropfenanzahldichte und Niederschlagsintensität berechnet werden.

## 6.3 Niederschlagsradar

Ziel:

- Regenrate
- Anzahl der Tropfen
- Bewegungszustand
- Aggregatzustand

Energiereicher Strahl wird von Antenne ausgestrahlt und durch Partikel reflektiert

Radargleichung:  $P_e = \frac{P_s G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4}$  Herleitung siehe Skript S.118/119

## 7 Aerologie

### 7.1 Meteorologische Vertikalsondierungen mit Radiosonden

#### 7.1.1 Messungen

- Druckmessung
- Temperatur
- Relative Feuchte

#### 7.1.2 Berechnete Größen

- Geopotenzial in Metern aus Druck und Temperaturmessung, berechnet aus der Barometrischen Höhenformel:  $Z_n = Z_0 + \frac{R_d}{g} \bar{T}_v \ln\left(\frac{p_i}{p_{i+1}}\right)$  mit  $Z_0$ =Ausgangshöhe,  $R_d$ =Gaskonstante für trockene Luft,  $\bar{T}_v = \frac{1}{2}(T_{v,i+1} + T_{v,i})$ =mittl. virtuelle Temperatur zwischen  $p_i$  und  $p_{i+1}$
- Virtuelle Temperatur  $T_v$ : Temperatur die trockene Luft haben muss, um bei gleichem Druck die gleiche Dichte zu haben wie feuchte Luft:  $T_v = T(1 + 0,608q)$  mit  $q$ =spezifische Feuchte:  $q = \frac{0,622e}{p-0,378e}$
- Sättigungsdampfdruck: Dampfdruck, der sich bei gegebenen Druck und Temperatur höchstens einstellen kann:  $e_s = 6,122e^{\left(\frac{17,67T}{T+243,5}\right)} hPa$   
T in °C
- Dampfdruck:  $e = \frac{e_s RH}{100} hPa$  mit RH=relative Feuchte
- Taupunktstemperatur:  $T_d = \frac{(237,3y)-186,527}{8,286-y} C$  mit  $y = \log_{10} e^{(\ln(e))}$

### 7.2 Höhenwindmessung

#### 7.2.1 Pilotballonmethode

Gummiballon mit Wasserstoff gefüllt. Verfolgung durch Ballontheodolit

#### 7.2.2 Radarwindmessung

Ballongespann mit Radargerät, das ausgehende Kurzwellen reflektiert



### **7.2.3 Radiotheodolitmethode**

elektrischer Theodolite, der den Azimutwinkel auch den Höhenwinkel misst

## **7.3 GPS**

Vier Satelliten müssen empfangen werden, um den genauen Ort bestimmen zu können

Vorteile der Verwendung von GPS bei der Höhenwindbestimmung:

- Traditionelle Navigationshilfen sind nicht global einsetzbar
- Traditionelle Navigationshilfen sind empfindlich gegenüber elektrischen Interferenzen, da lange Antennen in der Sonde benötigt werden
- Hohe Genauigkeit