Karlsruhe Institute of Technology

Institut für Technik der Informationsverarbeitung

ITIV

Dipl.-Ing. J. Heißwolf

heisswolf@kit.edu

Karlsruher Institut für Technologie (**KIT**)

# Digitaltechnik

# Fragestunde

# Entwicklungssatz

- $f\big|_{x_i=1}$ und $f\big|_{x_i=0}$ werden als **Restfunktionen** oder **Kofaktoren** bezeichnet
- der nach $x_i$ entwickelte Ausdruck lässt sich nach den weiteren Variablen entwickeln

**Beispiel einer Funktion mit zwei Variablen:**

$$y = f(x_2, x_1) = x_1 \,\&\, f(x_2,1) \vee \overline{x_1} \,\&\, f(x_2,0)$$

**Entwicklung nach $x_1$**

$$= x_2 \,\&[x_1 \,\&\, f(1,1) \vee \overline{x_1} \,\&\, f(1,0)] \vee \overline{x_2} \,\&[x_1 \,\&\, f(0,1) \vee \overline{x_1} \,\&\, f(0,0)]$$

**Entwicklung nach $x_2$**

$$= \underbrace{x_2 \,\&\, x_1}\,\&\, f(1,1) \vee x_2 \,\&\, \overline{x_1} \,\&\, f(1,0) \vee \overline{x_2} \,\&\, x_1 \,\&\, f(0,1) \vee \overline{x_2} \,\&\, \overline{x_1} \,\&\, f(0,0)]$$

$$= m_3 \,\&\, f_3 \vee m_2 \,\&\, f_2 \vee m_1 \,\&\, f_1 \vee m_0 \,\&\, f_0$$

**Minterme**

$$= \bigvee_{j=0}^{3} (m_i \,\&\, f_i)$$

**DNF**

# Entwicklungssatz

*Klausuraufgabe SS2008*

**Gegeben ist folgende Schaltfunktion F:**

$$F(d,b,c,a) = (\bar{c}b\bar{a}) \vee (cb) \vee (d\bar{c}\bar{b}a) \vee (dc\bar{b}) \vee (c\bar{b}\bar{a})$$

Realisieren Sie diese Schaltfunktion mit Hilfe eines Multiplexer Schaltnetzes.

A) Entwickeln Sie Hierzu die gegebene Funktion F nacheinander nach den Variablen b, c, und d. Geben Sie dazu alle Zwischenschritte an.

# Entwicklungssatz

$$F(d,b,c,a)=(\bar{c}b\bar{a})\vee(cb)\vee(d\bar{c}\bar{b}a)\vee(dc\bar{b})\vee(c\bar{b}\bar{a})$$

A) Entwickeln Sie Hierzu die gegebene Funktion F nacheinander nach den Variablen b, c, und d. Geben Sie dazu alle Zwischenschritte an.

**Entwicklung nach b:**

$f(d,c,b,a) = b\cdot f_b(d,c,1,a) + \bar{b}\cdot f_{\bar{b}}(d,c,0,a)$

$= b\cdot(\bar{c}\bar{a}+c) + \bar{b}\cdot(a\bar{c}d+cd+c\bar{a})$

$f_b(d,c,1,a) = (\bar{c}\bar{a}+c);$ $\quad f_{\bar{b}}(d,c,0,a) = (a\bar{c}d+cd+c\bar{a})$

**Entwicklung nach *c*:**

$f_b(d,c,1,a)=c(1)+\bar{c}(\bar{a}) \Rightarrow f_{bc}(d,1,1,a)=1;$ $\quad f_{b\bar{c}}(d,0,1,a)=\bar{a}$

$f_{\bar{b}}(d,c,0,a)=c(d+\bar{a})+\bar{c}(ad) \Rightarrow f_{\bar{b}c}(d,1,0,a)=(d+\bar{a});$ $\quad f_{\bar{b}\bar{c}}(d,0,0,a)=(ad)$

**Entwicklung nach d:**

$f_{\bar{b}c}(d,1,0,a)=d(1)+\bar{d}(\bar{a}) \Rightarrow f_{d\bar{b}c}(1,1,0,a)=1;$ $\quad f_{\bar{d}\bar{b}c}(0,1,0,a)=\bar{a}$

$f_{\bar{b}\bar{c}}(d,0,0,a)=d(a)+\bar{d}(0) \Rightarrow f_{d\bar{b}\bar{c}}(1,0,0,a)=a;$ $\quad f_{\bar{d}\bar{b}\bar{c}}(0,0,0,a)=0$

# Entwicklungssatz

$$F(d,b,c,a)=(\overline{c}b\overline{a})\vee(cb)\vee(d\overline{c}\overline{b}a)\vee(dc\overline{b})\vee(c\overline{b}\overline{a})$$

A) Entwickeln Sie Hierzu die gegebene Funktion F nacheinander nach den Variablen b, c, und d. Geben Sie dazu alle Zwischenschritte an.

**Alternative Entwicklung:**

**Entwicklung nach b:**

$$\boldsymbol{F(d,c,b,a)=(\overline{c}b\overline{a})\vee(cb)\vee(d\overline{c}\overline{b}a)\vee(dc\overline{b})\vee(c\overline{b}\overline{a})}$$

$$\boldsymbol{F(d,c,b,a)=b[(\overline{c}\overline{a})\vee(c)]\vee\overline{b}[(d\overline{c}a)\vee(dc)\vee(c\overline{a})]}$$

**Entwicklung nach c:**

$$\boldsymbol{F(d,c,b,a)=b[c(1)\vee\overline{c}(\overline{a})]\vee\overline{b}[c(d\vee\overline{a})\vee\overline{c}(da)]}$$

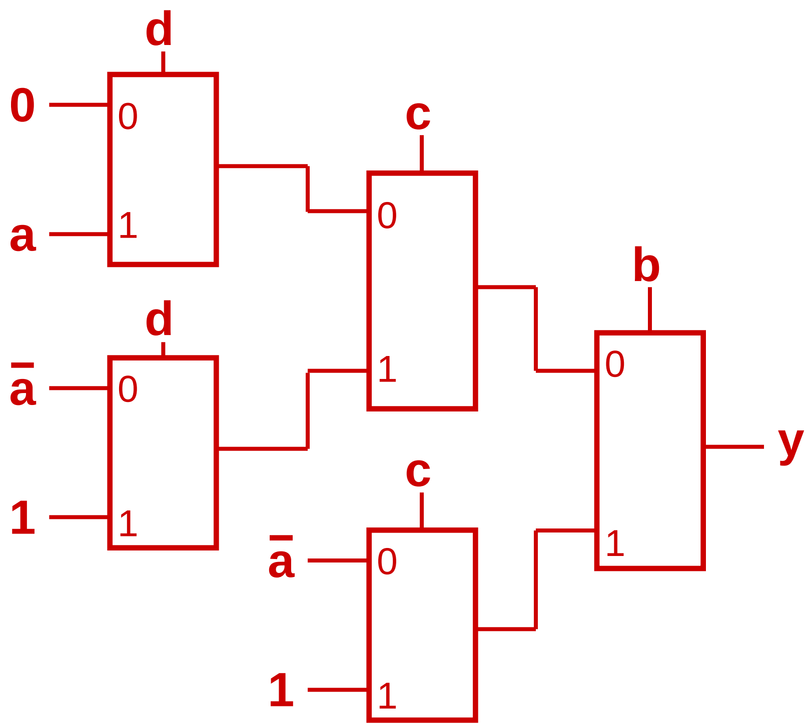
**Entwicklung nach d:**

$$\boldsymbol{F(d,c,b,a)=b[c(1)\vee\overline{c}(\overline{a})]\vee\overline{b}[c\big(d(1)\vee\overline{d}(\overline{a})\big)\vee\overline{c}\big(d(a)\vee\overline{d}(0)\big)]}$$

# Entwicklungssatz

B) Zeichnen Sie das zugehörige Multiplexerschaltnetz in drei Stufen. Setzen sie hierzu zunächst nur 2:1 Multiplexer ein.

$$F(d,c,b,a) = b[c(1) \lor \bar{c}(\bar{a})] \lor \bar{b}[c\big(d(1) \lor \bar{d}(\bar{a})\big) \lor \bar{c}\big(d(a) \lor \bar{d}(0)\big)]$$



# Entwicklungssatz

## Übertragen der Ergebnisse einer Entwicklung in ein Symmetriediagram, DNF oder KNF

**Entwicklung nach b:**

$$f(d,c,b,a) = b\cdot f_b(d,c,1,a) + \bar{b}\cdot f_{\bar{b}}(d,c,0,a)$$

$$= b\cdot(\bar{c}\bar{a}+c) + \bar{b}\cdot(a\bar{c}d+cd+c\bar{a})$$

$$f_b(d,c,1,a) = (\bar{c}\bar{a}+c); \qquad f_{\bar{b}}(d,c,0,a) = (a\bar{c}d+cd+c\bar{a})$$

**Entwicklung nach *c*:**

$$f_b(d,c,b,a) = c(1)+\bar{c}(\bar{a}) \Rightarrow \boxed{f_{bc}(d,1,1,a) = 1;} \qquad \boxed{f_{b\bar{c}}(d,0,1,a) = \bar{a}}$$

$$f_{\bar{b}}(d,c,b,a) = c(d+\bar{a})+\bar{c}(ad) \Rightarrow f_{\bar{b}c}(d,1,0,a) = (d+\bar{a}); \qquad f_{\bar{b}\bar{c}}(d,0,0,a) = (ad)$$

**Entwicklung nach d:**

$$f_{\bar{b}c}(d,1,0,a) = d(1)+\bar{d}(\bar{a}) \Rightarrow \boxed{f_{d\bar{b}c}(1,1,0,a) = 1;} \qquad \boxed{f_{\bar{d}\bar{b}c}(0,1,0,a) = \bar{a}}$$

$$f_{\bar{b}\bar{c}}(d,0,0,a) = d(a)+\bar{d}(0) \Rightarrow \boxed{f_{d\bar{b}\bar{c}}(1,0,0,a) = a;} \qquad \boxed{f_{\bar{d}\bar{b}\bar{c}}(0,0,0,a) = 0}$$

a

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0 $_0$ | 0 $_1$ | 0 $_5$ | 1 $_4$ |
| 1 $_2$ | 0 $_3$ | 1 $_7$ | 1 $_6$ |
| 1 $_{12}$ | 0 $_{13}$ | 1 $_{17}$ | 1 $_{16}$ |
| 0 $_{10}$ | 1 $_{11}$ | 1 $_{15}$ | 1 $_{14}$ |

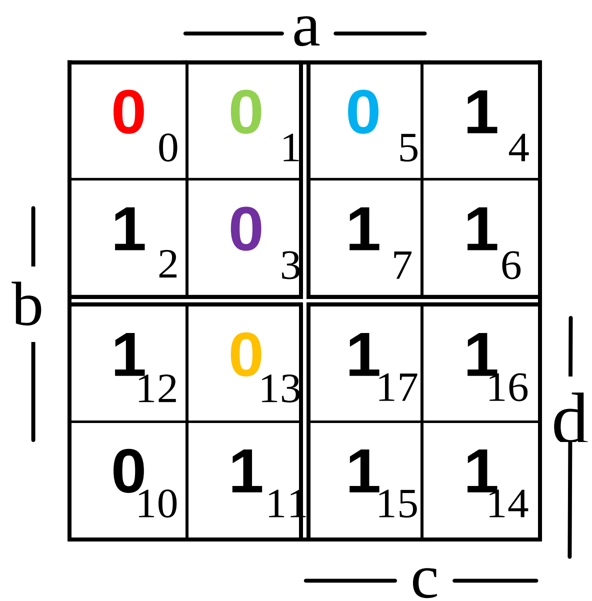
b

d

c

# Maxterme

## Bilden Sie alle Maxterme




## Maxterme:

$(a + b + c + d)$, $(\overline{a} + b + c + d)$, $(\overline{a} + b + \overline{c} + d)$,

$(\overline{a} + \overline{b} + c + d)$, $(\overline{a} + \overline{b} + c + \overline{d})$

# Fließkommazahlen

**Wertigkeit der einzelnen stellen der Mantisse:**

16-Bit-Exponentialzahl = $-1^{V} \cdot 2^{(E - 31)} \cdot (1,M)$

| V | E5 | E4 | E3 | E2 | E1 | E0 | M8 | M7 | M6 | M5 | M4 | M3 | M2 | M1 | M0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | $2^{-1}$ | $2^{-2}$ | $2^{-3}$ | $2^{-4}$ | $2^{-5}$ | $2^{-6}$ | $2^{-7}$ | $2^{-8}$ | $2^{-9}$ |

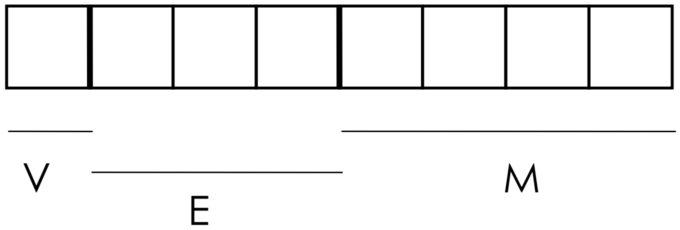
| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | *0,5* | *0,25* | *,125* | *,0625* | *….* | | | | |


KIT – Universität des Landes Baden-Württemberg und nationales Forschungszentrum in der Helmholtz-Gemeinschaft
**Institut für Technik der Informationsverarbeitung**

# Fließkommazahlen

*Klausuraufgabe SS2009*

Zur Verwendung in einem Microcontroller wurde eine platzsparende Darstellung von Fließkommazahlen in einem einzigen Byte entwickelt. Das höchstwertige Bit stellt das Vorzeichen V dar, die vier niederwertigsten Bits die Mantisse M und die drei Bits in der Mitte den Exponenten E (siehe Abbildung).




Für alle möglichen binären Belegungen ergibt sich der Dezimalwert Z aus nachstehender Formel (vgl. IEEE-Fließkommazahl):

$$Z_D = (-1)^V \cdot 2^{E-3} \cdot (1{,}M)$$

# Fließkommazahlen

A) Berechnen Sie den Dezimalwert der Belegung 10011000.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *1* | *0* | *0* | *1* | *1* | *0* | *0* | *0* |
| V | E | | | M | | | |

$$Z_D = (-1)^V \cdot 2^{E-3} \cdot (1,M)$$

$$Z = (-1) \bullet 2^{(1-3)} \bullet 1,5 = (-1) \bullet 2^{(-2)} \bullet 1,5$$

$$= (-1) \bullet 0,25 \bullet 1,5$$

$$= -\ 0,375$$

# Fließkommazahlen

B) Konvertieren Sie die Zahl **3,625$_D$** aus dem Dezimalsystem in Fließkomma. (keine *Klausuraufgabe)*

| V | E | E | E | M | M | M | M |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

$$Z_D = (-1)^V \cdot 2^{E-3} \cdot (1{,}M)$$

Umwandeln in Dualzahl: $+3{,}625_D = +11{,}101_B$

Normalisieren: $11{,}101_B = 1{,}1101_B \cdot 2^1$

Exponent berechnen: $2^{E-3} = 2^1 \Rightarrow E = 3+1 = 4$

Fließkommazahl angeben:

| V | E | E | E | M | M | M | M |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *0* | *1* | *0* | *0* | *1* | *1* | *0* | *1* |

# Zweierkomplement

*Klausuraufgabe WS2011/12, Aufgabe 7.3*

Subtrahieren Sie die im Dezimalsystem gegebene Zahl $213_D$ von $174_D$. Führen Sie diese Rechnung komplett im binären Zahlensystem durch. Stellen Sie ihren Lösungsweg – inklusive aller notwendigen Schritte – ausführlich dar. Geben Sie anschließend das Ergebnis im dezimalen Zahlensystem an.

# Zweierkomplement

Subtrahieren Sie die im Dezimalsystem gegebene Zahl $213_D$ von $174_D$.

Konvertierung:

$213_D = 0\ 1101\ 0101_B$
$174_D = 0\ 1010\ 1110_B$

Zweierkomplementdarstellung von $-213_D$:

$1\ 0010\ 1010_B + 1_B = 1\ 0010\ 1011_B$

***ACHTUNG:*** *Negative Zahlen im Zweierkomplement benötigen immer eine führende „1“. => Falls nötig muss die Zahl daher im eine Stelle erweitert werden.*

# Zweierkomplement

Subtrahieren Sie die im Dezimalsystem gegebene Zahl $213_D$ von $174_D$.

Addieren des Zweierkomplements von $-213_D$ zu $174_D$:

$$
\begin{array}{cccccccccc}
 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
+ & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\
 & & & {\scriptstyle 1} & & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & & \\
\hline
 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1
\end{array}
$$

Das Ergebnis ist negativ. Den Betrag des Ergebnisses erhält man durchs Bilden des Zweierkomplements des Ergebnisses:

$$0\ 0010\ 0110_B + 1_B = 0\ 0010\ 0111_B$$

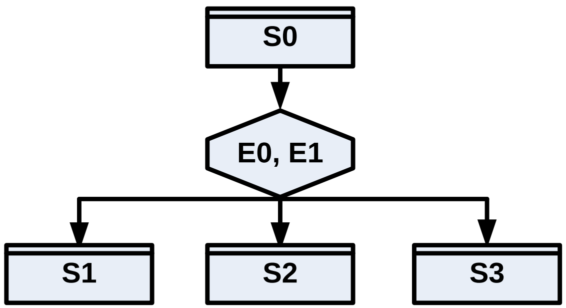
Das Ergebnis lautet somit $-39_D$.

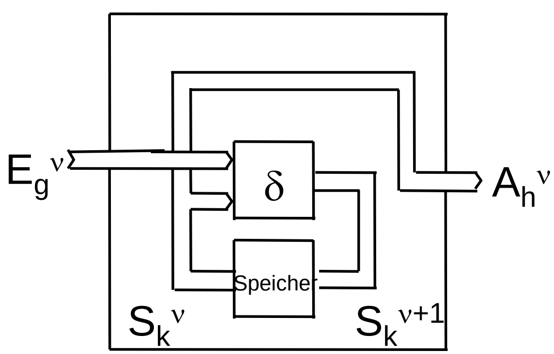
# Automaten

**Es gibt drei Typen von Automaten:**

## Medwedew-Automat

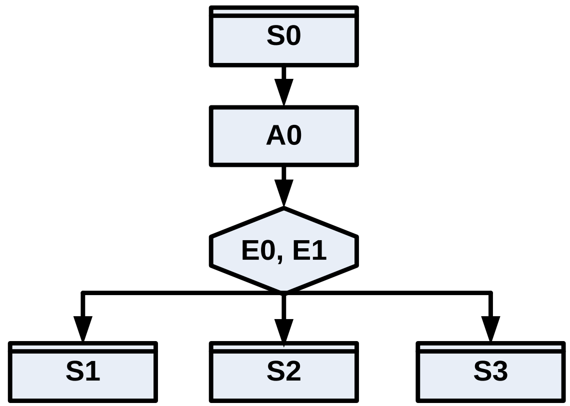
$A_h^\nu = S_k^\nu$

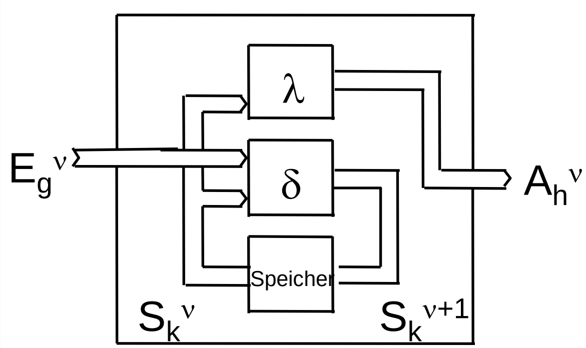



## Moore-Automat

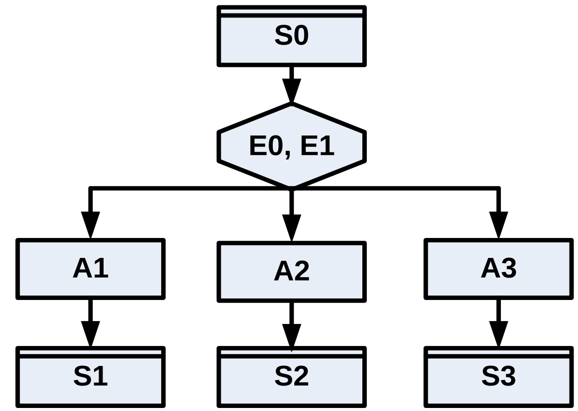
$A_h^\nu = \lambda ( S_k^\nu )$

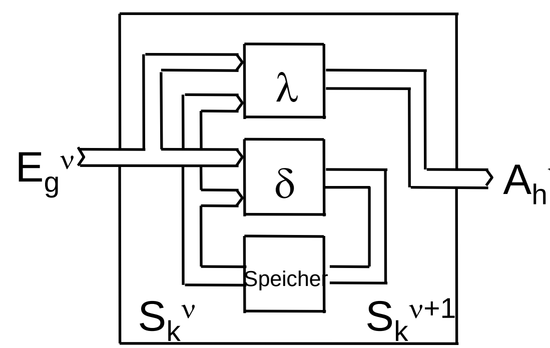



## Mealy-Automat

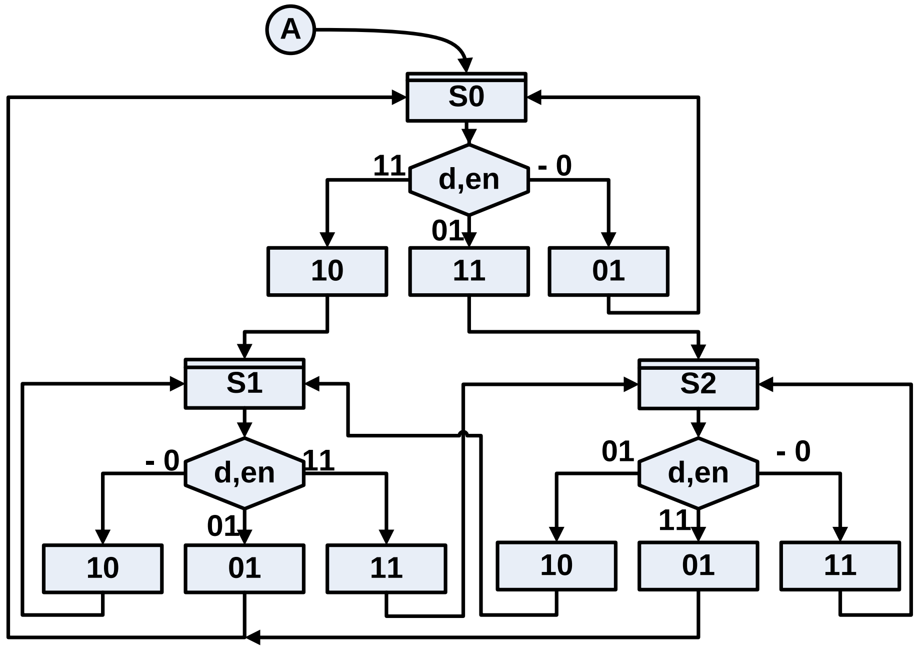
$A_h^\nu = \lambda ( E_g^\nu, S_k^\nu )$



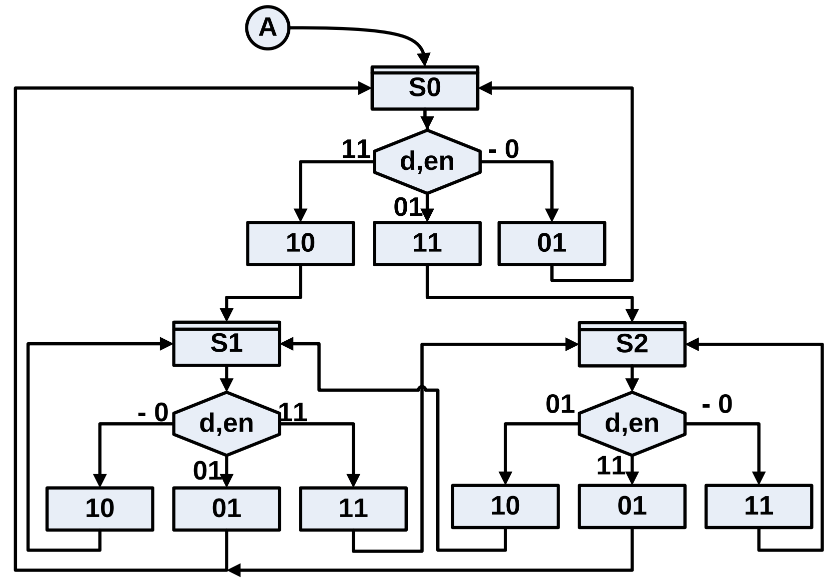
# Automaten

*Klausuraufgabe WS2009/2010*



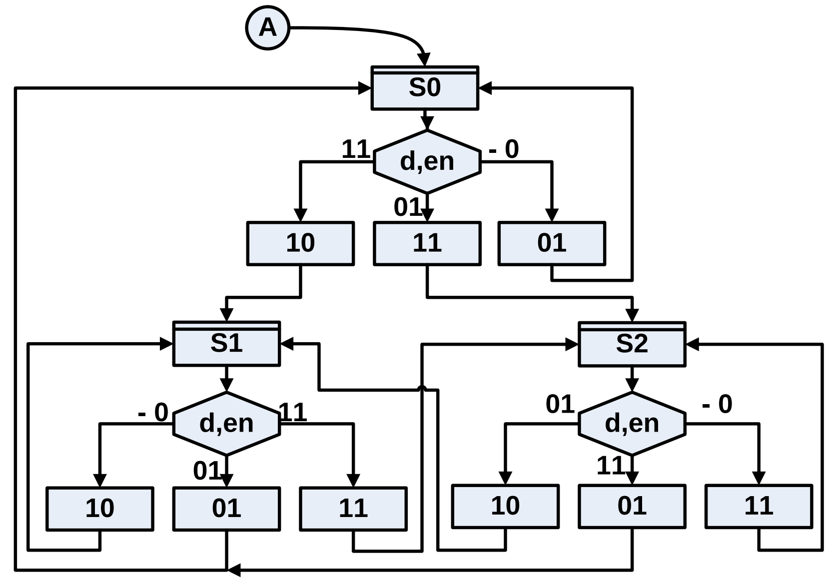

A) Das Ablaufdiagramm soll in eine Ablauftabelle übertragen werden. Vervollständigen Sie die Felder in der Tabelle und streichen Sie eventuell nicht notwendige Spalten (Q: Zustandskodierung, X: Eingangsgröße, Y: Ausgangssignale, Zustandsspeicherung über Toggle Flipflops). Verwenden Sie eine minimale Anzahl von Flip Flops.

# Automaten



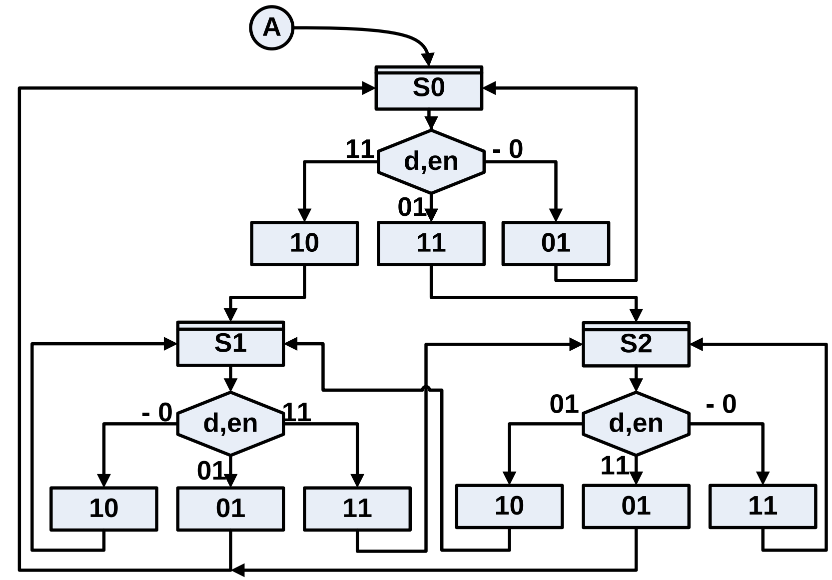

| | $Q^t$ | | | $X^t$ | | $Q^{t+1}$ | | | T-FF | | | $Y^t$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $q_2$ | $q_1$ | $q_0$ | d | en | $q_2$ | $q_1$ | $q_0$ | $t_2$ | $t_1$ | $t_0$ | $y_2$ | $y_1$ | $y_0$ |
| | | 1 | 0 | - | 0 | | | | | | | | | |
| | | | | 0 | 1 | | 0 | 1 | | | | | | |
| | | | | 1 | 1 | | | | | | | | | |
| | | 0 | 1 | - | 0 | | | | | | | | | |
| **S1** | | | | 0 | 1 | | 0 | 0 | | | | | | |
| | | | | 1 | 1 | | | | | | | | | |
| | | | | - | 0 | | | | | | | | | |
| | | | | 0 | 1 | | 1 | 0 | | | | | | |
| | | | | 1 | 1 | | | | | | | | | |

# Automaten



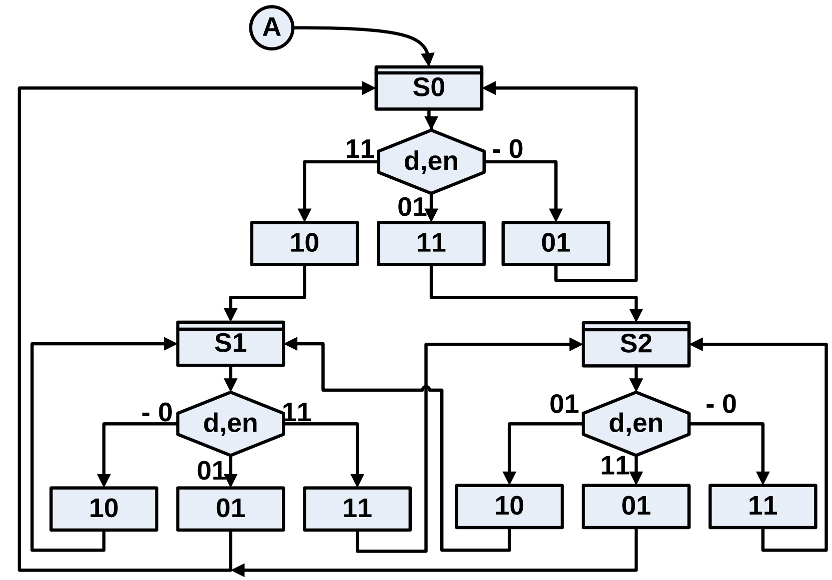

| | $Q^t$ | | | $X^t$ | | $Q^{t+1}$ | | | T-FF | | | $Y^t$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $q_2$ | $q_1$ | $q_0$ | d | en | $q_2$ | $q_1$ | $q_0$ | $t_2$ | $t_1$ | $t_0$ | $y_2$ | $y_1$ | $y_0$ |
| | | 1 | 0 | - | 0 | | | | | | | | | |
| | | | | 0 | 1 | | 0 | 1 | | | | | | |
| | | | | 1 | 1 | | | | | | | | | |
| | | 0 | 1 | - | 0 | | | | | | | | | |
| **S1** | | | | 0 | 1 | | 0 | 0 | | | | | | |
| | | | | 1 | 1 | | | | | | | | | |
| | | **0** | **0** | - | 0 | | | | | | | | | |
| | | | | 0 | 1 | | 1 | 0 | | | | | | |
| | | | | 1 | 1 | | | | | | | | | |

# Automaten




| | $Q^t$ | | | $X^t$ | | $Q^{t+1}$ | | | T-FF | | | $Y^t$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $q_2$ | $q_1$ | $q_0$ | d | en | $q_2$ | $q_1$ | $q_0$ | $t_2$ | $t_1$ | $t_0$ | $y_2$ | $y_1$ | $y_0$ |
| | | 1 | 0 | - | 0 | | | | | | | | | |
| | | | | 0 | 1 | | 0 | 1 | | | | | | |
| | | | | 1 | 1 | | | | | | | | | |
| | | 0 | 1 | - | 0 | | | | | | | | | |
| **S1** | | | | 0 | 1 | | 0 | 0 | | | | | | |
| | | | | 1 | 1 | | | | | | | | | |
| | | **0** | **0** | - | 0 | | | | | | | | | |
| **S0** | | | | 0 | 1 | | 1 | 0 | | | | | | |
| | | | | 1 | 1 | | | | | | | | | |

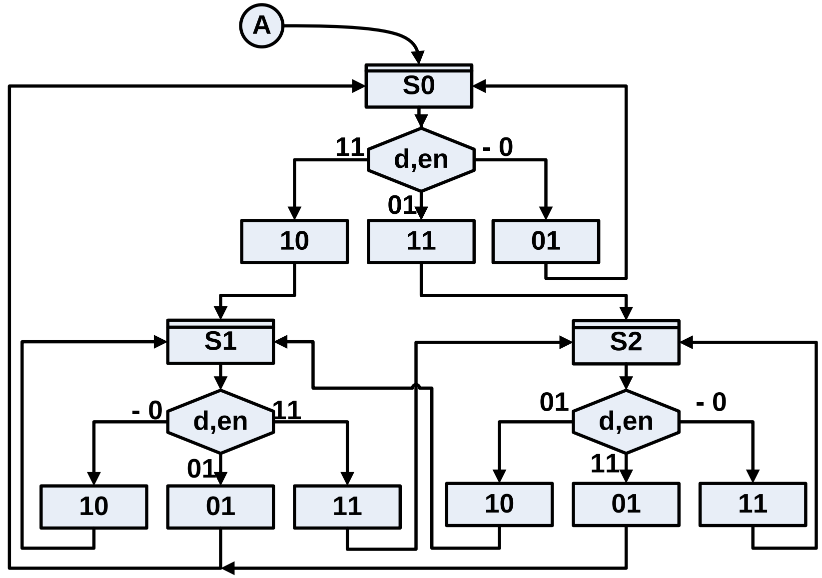
# Automaten




| | $Q^t$ | | | $X^t$ | | $Q^{t+1}$ | | | T-FF | | | $Y^t$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $q_2$ | $q_1$ | $q_0$ | d | en | $q_2$ | $q_1$ | $q_0$ | $t_2$ | $t_1$ | $t_0$ | $y_2$ | $y_1$ | $y_0$ |
| | | 1 | 0 | - | 0 | | | | | | | | | |
| **S2** | | | | 0 | 1 | | 0 | 1 | | | | | | |
| | | | | 1 | 1 | | | | | | | | | |
| | | 0 | 1 | - | 0 | | | | | | | | | |
| **S1** | | | | 0 | 1 | | 0 | 0 | | | | | | |
| | | | | 1 | 1 | | | | | | | | | |
| | | **0** | **0** | - | 0 | | | | | | | | | |
| **S0** | | | | 0 | 1 | | 1 | 0 | | | | | | |
| | | | | 1 | 1 | | | | | | | | | |

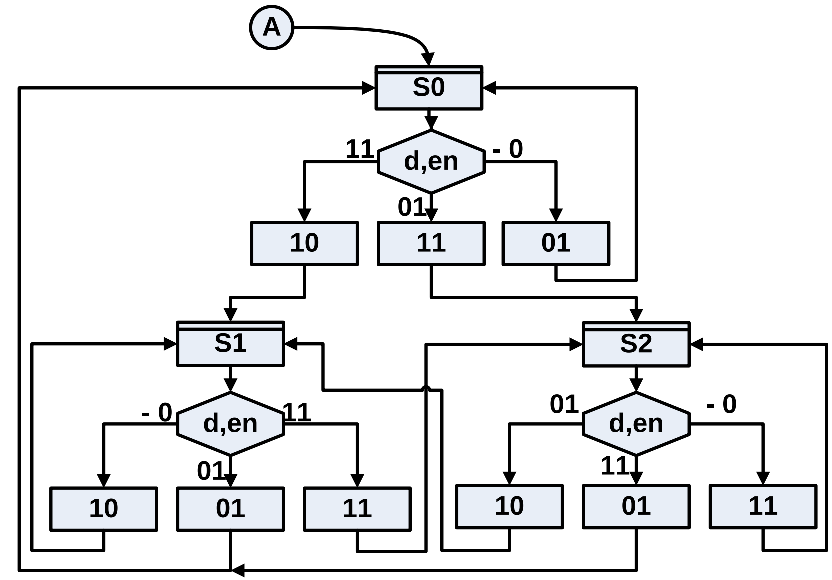
# Automaten





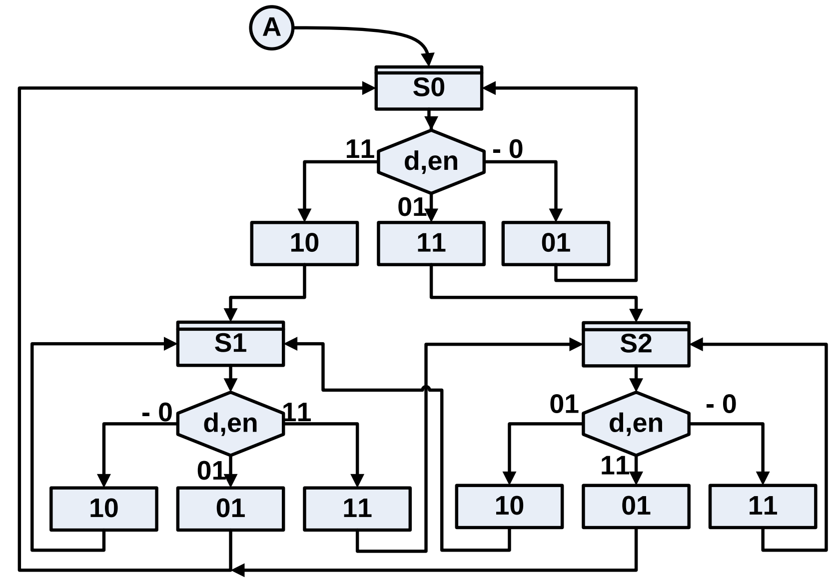

| | $Q^t$ | | | $X^t$ | | $Q^{t+1}$ | | | T-FF | | | $Y^t$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $q_2$ | $q_1$ | $q_0$ | d | en | $q_2$ | $q_1$ | $q_0$ | $t_2$ | $t_1$ | $t_0$ | $y_2$ | $y_1$ | $y_0$ |
| S2 | | 1 | 0 | - | 0 | | 1 | 0 | | | | | 1 | 1 |
| | | | | 0 | 1 | | 0 | 1 | | | | | | |
| | | | | 1 | 1 | | | | | | | | | |
| S1 | | 0 | 1 | - | 0 | | | | | | | | | |
| | | | | 0 | 1 | | 0 | 0 | | | | | | |
| | | | | 1 | 1 | | | | | | | | | |
| S0 | | 0 | 0 | - | 0 | | | | | | | | | |
| | | | | 0 | 1 | | 1 | 0 | | | | | | |
| | | | | 1 | 1 | | | | | | | | | |

# Automaten




| | $Q^t$ | | | $X^t$ | | $Q^{t+1}$ | | | T-FF | | | $Y^t$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $q_2$ | $q_1$ | $q_0$ | d | en | $q_2$ | $q_1$ | $q_0$ | $t_2$ | $t_1$ | $t_0$ | $y_2$ | $y_1$ | $y_0$ |
| **S2** | | 1 | 0 | - | 0 | | 1 | 0 | | | | | 1 | 1 |
| | | | | 0 | 1 | | 0 | 1 | | | | | 1 | 0 |
| | | | | 1 | 1 | | 0 | 0 | | | | | 0 | 1 |
| **S1** | | 0 | 1 | - | 0 | | 0 | 1 | | | | | 1 | 0 |
| | | | | 0 | 1 | | 0 | 0 | | | | | 0 | 1 |
| | | | | 1 | 1 | | 1 | 0 | | | | | 1 | 1 |
| **S0** | | **0** | **0** | - | 0 | | 0 | 0 | | | | | 0 | 1 |
| | | | | 0 | 1 | | 1 | 0 | | | | | 1 | 1 |
| | | | | 1 | 1 | | 0 | 1 | | | | | 1 | 0 |

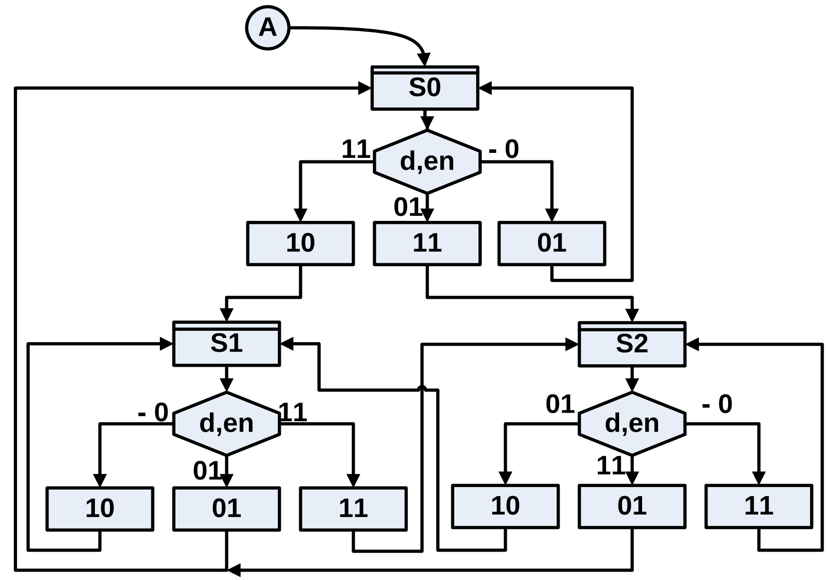
# Automaten




| *Q* | *T* | *Q(t+1)* |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

| | $Q^t$ | | | $X^t$ | | $Q^{t+1}$ | | | T-FF | | | $Y^t$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $q_2$ | $q_1$ | $q_0$ | d | en | $q_2$ | $q_1$ | $q_0$ | $t_2$ | $t_1$ | $t_0$ | $y_2$ | $y_1$ | $y_0$ |
| **S2** | | 1 | 0 | - | 0 | | 1 | 0 | | 0 | 0 | | 1 | 1 |
| | | | | 0 | 1 | | 0 | 1 | | | | | 1 | 0 |
| | | | | 1 | 1 | | 0 | 0 | | | | | 0 | 1 |
| **S1** | | 0 | 1 | - | 0 | | 0 | 1 | | | | | 1 | 0 |
| | | | | 0 | 1 | | 0 | 0 | | | | | 0 | 1 |
| | | | | 1 | 1 | | 1 | 0 | | | | | 1 | 1 |
| **S0** | | **0** | **0** | - | 0 | | 0 | 0 | | | | | 0 | 1 |
| | | | | 0 | 1 | | 1 | 0 | | | | | 1 | 1 |
| | | | | 1 | 1 | | 0 | 1 | | | | | 1 | 0 |

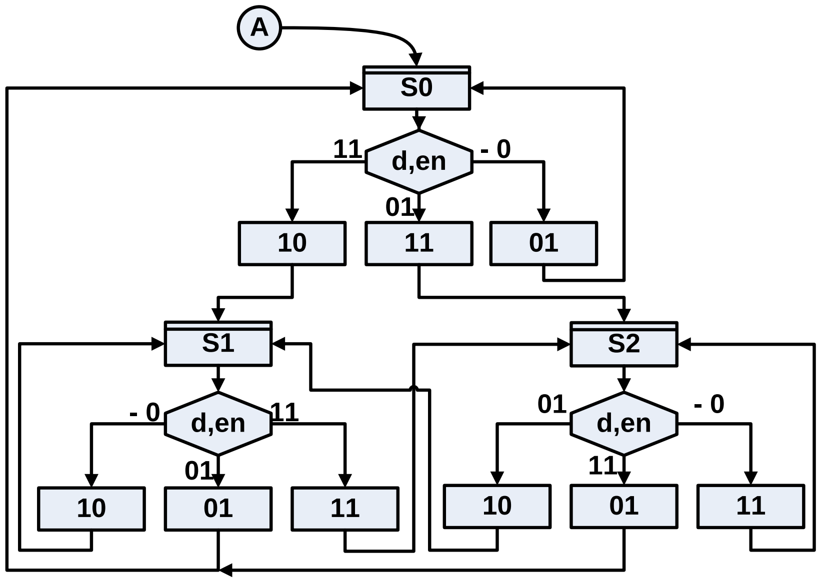
# Automaten




| Q | T | Q(t+1) |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

| | $Q^t$ | | | $X^t$ | | $Q^{t+1}$ | | | T-FF | | | $Y^t$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $q_2$ | $q_1$ | $q_0$ | d | en | $q_2$ | $q_1$ | $q_0$ | $t_2$ | $t_1$ | $t_0$ | $y_2$ | $y_1$ | $y_0$ |
| **S2** | | 1 | 0 | - | 0 | | 1 | 0 | | 0 | 0 | | 1 | 1 |
| | | | | 0 | 1 | | 0 | 1 | | 1 | 1 | | 1 | 0 |
| | | | | 1 | 1 | | 0 | 0 | | | | | 0 | 1 |
| **S1** | | 0 | 1 | - | 0 | | 0 | 1 | | | | | 1 | 0 |
| | | | | 0 | 1 | | 0 | 0 | | | | | 0 | 1 |
| | | | | 1 | 1 | | 1 | 0 | | | | | 1 | 1 |
| **S0** | | **0** | **0** | - | 0 | | 0 | 0 | | | | | 0 | 1 |
| | | | | 0 | 1 | | 1 | 0 | | | | | 1 | 1 |
| | | | | 1 | 1 | | 0 | 1 | | | | | 1 | 0 |

# Automaten

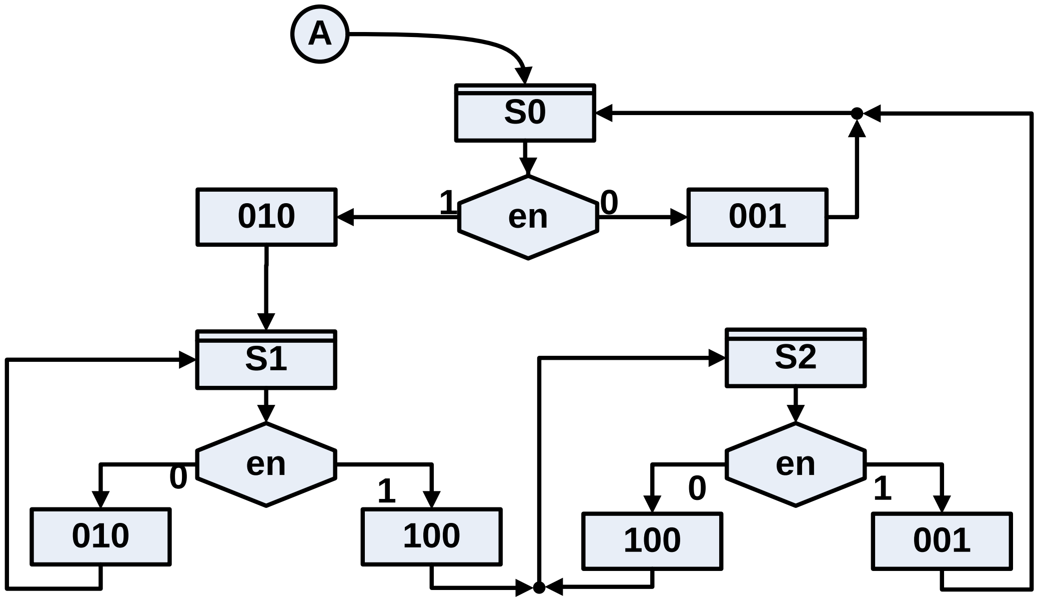



| Q | T | Q(t+1) |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

| | $Q^t$ | | | $X^t$ | | $Q^{t+1}$ | | | T-FF | | | $Y^t$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $q_2$ | $q_1$ | $q_0$ | d | en | $q_2$ | $q_1$ | $q_0$ | $t_2$ | $t_1$ | $t_0$ | $y_2$ | $y_1$ | $y_0$ |
| **S2** | | 1 | 0 | - | 0 | | 1 | 0 | | 0 | 0 | | 1 | 1 |
| | | | | 0 | 1 | | 0 | 1 | | 1 | 1 | | 1 | 0 |
| | | | | 1 | 1 | | 0 | 0 | | 1 | 0 | | 0 | 1 |
| **S1** | | 0 | 1 | - | 0 | | 0 | 1 | | 0 | 0 | | 1 | 0 |
| | | | | 0 | 1 | | 0 | 0 | | 0 | 1 | | 0 | 1 |
| | | | | 1 | 1 | | 1 | 0 | | 1 | 1 | | 1 | 1 |
| **S0** | | **0** | **0** | - | 0 | | 0 | 0 | | 0 | 0 | | 0 | 1 |
| | | | | 0 | 1 | | 1 | 0 | | 1 | 0 | | 1 | 1 |
| | | | | 1 | 1 | | 0 | 1 | | 0 | 1 | | 1 | 0 |

# Automaten

*Klausuraufgabe WS2009/2010*

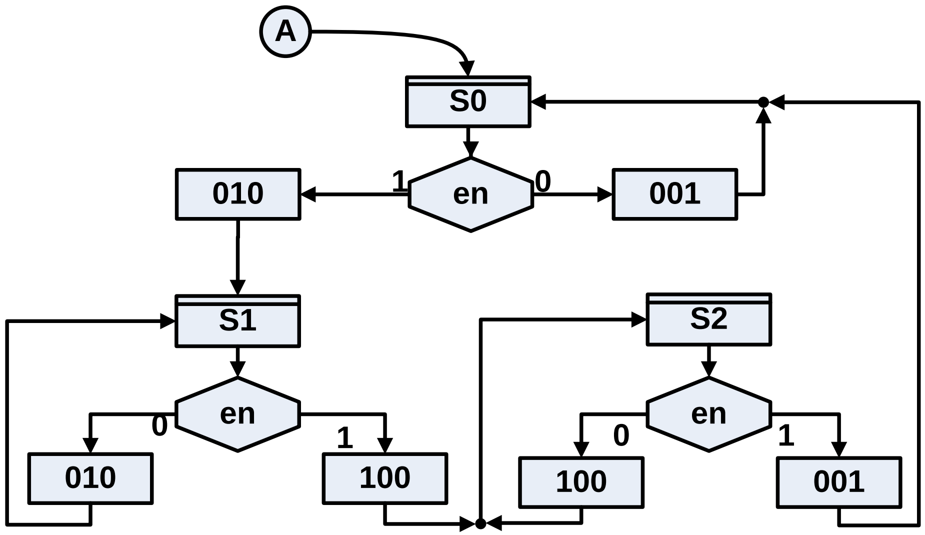



B) In der Abbildung ist eine vereinfachte Version eines Ablaufdiagramms gegeben. Die darin beschriebene Funktionalität soll als Medwedewautomat realisiert werden. Geben Sie die Kodierung der minimal notwendigen Zustände an wie sie sich aus dem Ablaufdiagramm oben ableiten lässt.

# Automaten

Karlsruhe Institute of Technology

B) In der Abbildung ist eine vereinfachte Version eines Ablaufdiagramms gegeben. Die darin beschriebene Funktionalität soll als Medwedewautomat realisiert werden. Geben Sie die Kodierung der minimal notwendigen Zustände an wie sie sich aus dem Ablaufdiagramm oben ableiten lässt.




Kodierung für Medwedewautomat:

**S0: 001**

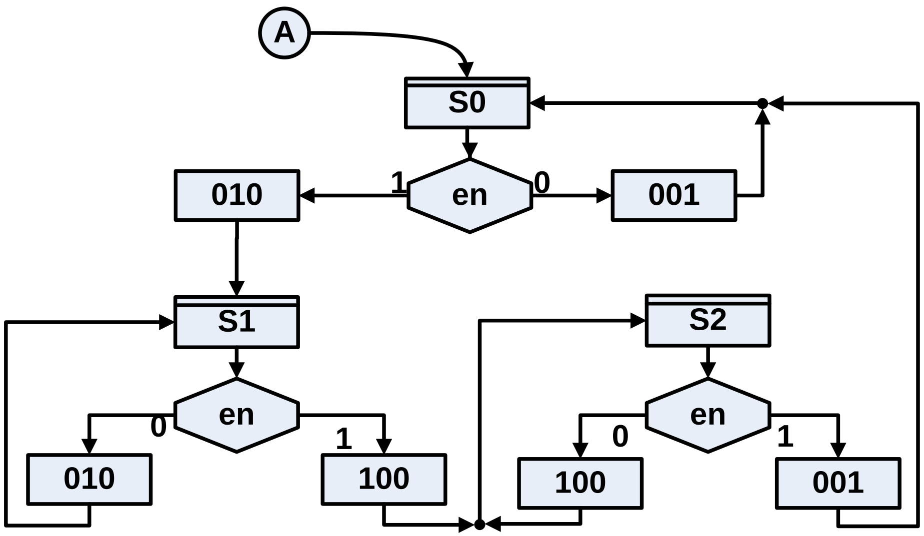
**S1: 010**

**S2: 100**

# Automaten

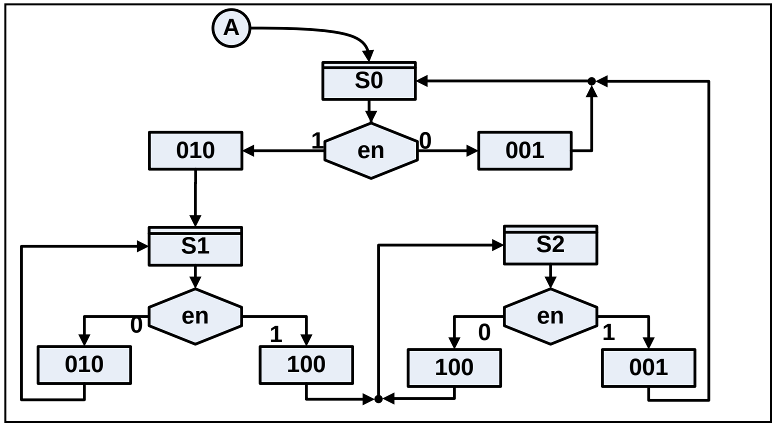
Karlsruhe Institute of Technology

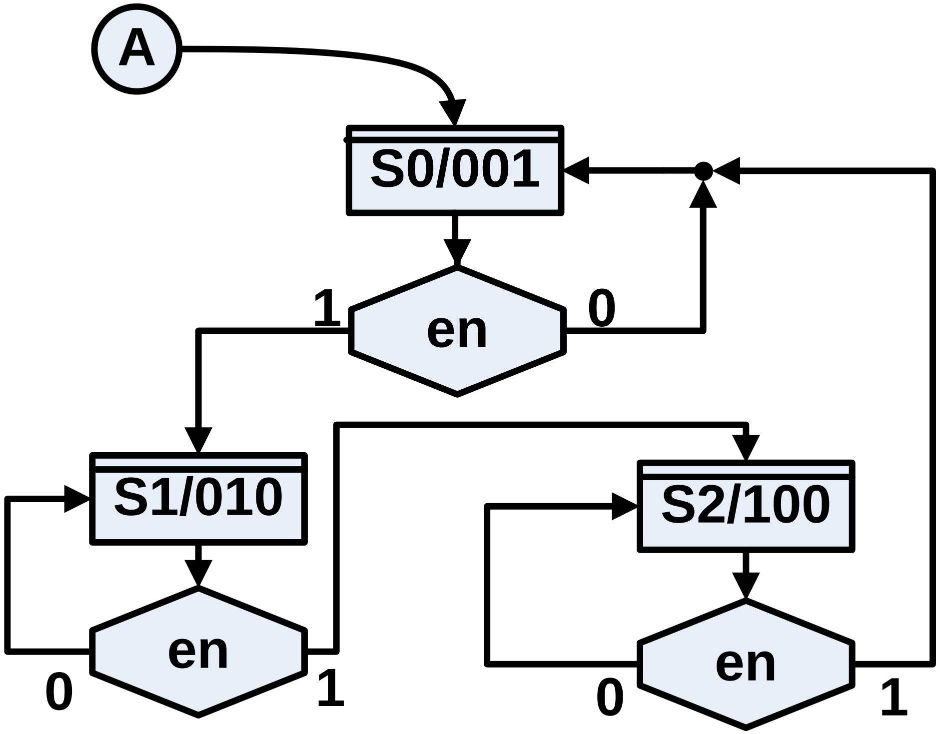
C) Zeichnen Sie den vereinfachten Automaten als Medwedewautomat. Verwenden Sie dabei eine minimale Anzahl von Zuständen



# Automaten

C) Zeichnen Sie den vereinfachten Automaten als Medwedewautomat. Verwenden Sie dabei eine minimale Anzahl von Zuständen



# Fehlererkorrektur durch Blocksicherung

**Beispiel:** **Fehlerlokalisierung durch Blocksicherungsverfahren**

| Ziffer | Codewörter mit gerader Parität | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 4 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 3 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 9 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 8 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| Prüfwort | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |

Zeile mit Fehler (ungerade Parität)

Spalte mit Fehler (ungerade Parität)

- ***2 Fehler erkennbar***
- ***1 Fehler korrigierbar***

# Universell nutzbare Hardwarestrukturen

- Prinzipielle Unterscheidung in folgende beiden zweistufigen Klassen:
  - Minterm- bzw. Maxterm-orientiert (basierend auf DNF bzw. KNF)
  - blockorientiert (basierend auf DMF bzw. KMF)

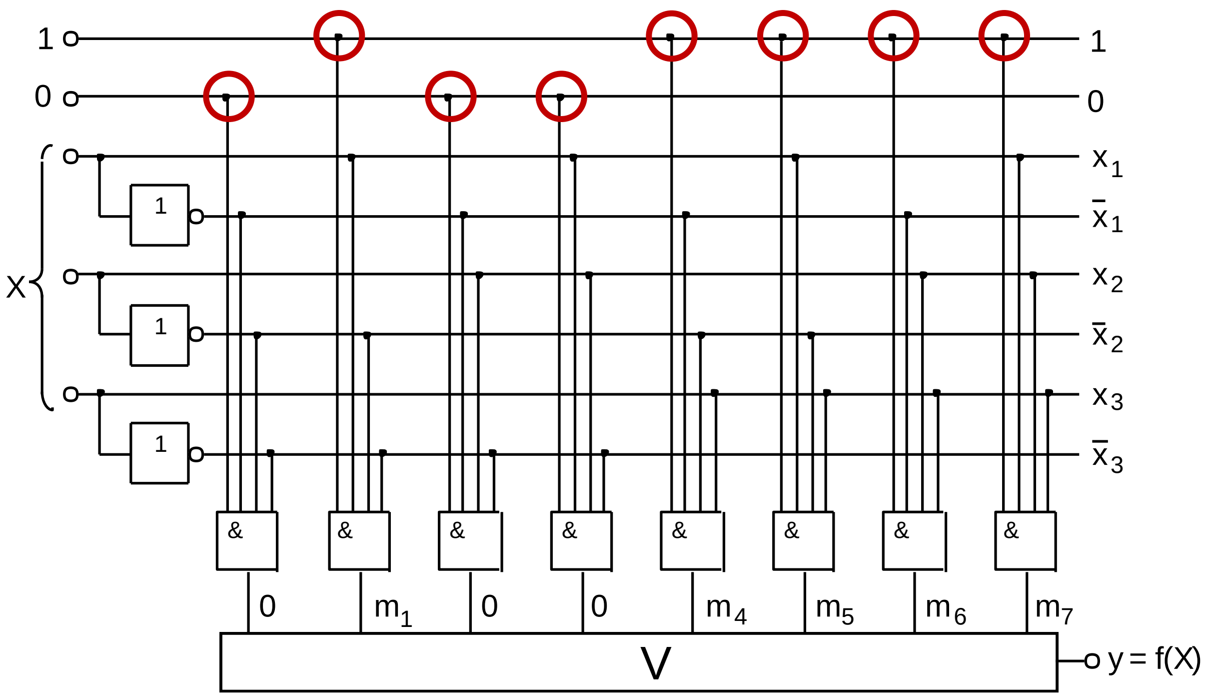
- Universelle Realisierungsmöglichkeit:
  - durch eine Matrixstruktur

# Normalformorientierte Strukturen: DNF

## Beispiel: ULA (Universal Logic Array)

- besteht aus **$2^n$ UND-Schaltgliedern**, zur Realisierung **jedes Minterms** in der **1. Stufe**
- einem oder mehreren **ODER-Schaltgliedern** in der **2. Stufe**
- **Personalisierung:** in 1. Stufe durch konjunktive Verknüpfung der Minterme mit 1 oder 0

**Beispiel:** dargestellte Funktion $y = m_1 \vee m_4 \vee m_5 \vee m_6 \vee m_7$

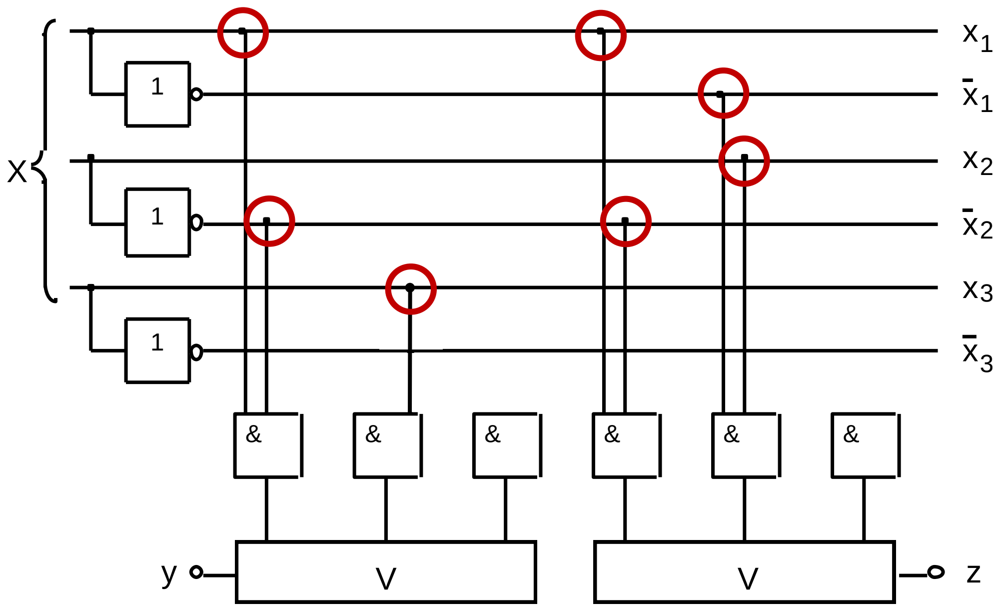


# Blockorientierte Strukturen: DMF

## Beispiel: PAL (Programmable Array Logic):

- besteht i.a. aus weniger als $2^n$ UND-Schaltgliedern in der 1. Stufe
- einem oder mehreren ODER-Schaltgliedern in der 2. Stufe
- die Personalisierung erfolgt in der 1. Stufe durch Festlegung der Primterme

**Beispiel:** dargestellte Funktion $y = (\overline{x_2} \,\&\, x_1) \vee (x_3), \quad z = (\overline{x_2} \,\&\, x_1) \vee (x_2 \,\&\, \overline{x_1})$



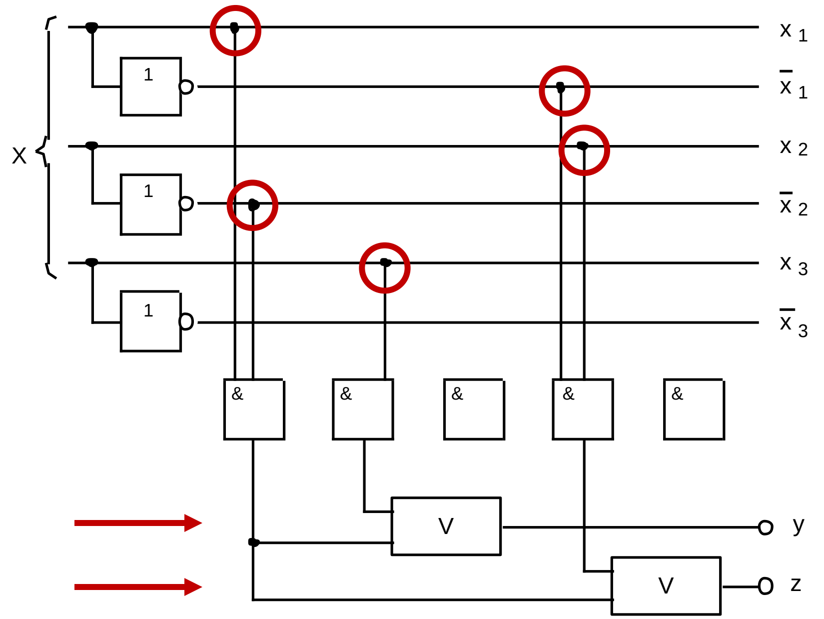
# Blockorientierte Strukturen: DMF

## Beispiel: PLA (Programmable Logic Array)

- Aufbau **ähnlich** zu **PALs**, jedoch **flexibler** in der **2. Stufe**
- **beide Matrizen** sind **programmierbar** (*personalisierbar*)

**Vorteil:** **mehrfache Ausnutzung** von **Primtermen**

**Beispiel:** dargestellte Funktion $y = (\overline{x_2} \,\&\, x_1) \vee (x_3), \quad z = (\overline{x_2} \,\&\, x_1) \vee (x_2 \,\&\, \overline{x_1})$



# Primimplikanten/-implikate

- **Nelson-Verfahren:** Bestimmung der **Menge aller Primimplikanten** (bzw.Primimplikaten)

- **Als Primterm oder Primimplikant einer Booleschen Funktion bezeichnet man solche Terme einer Disjunktion von Konjunktionstermen, die nicht mehr verkürzt werden können und folglich minimale Länge aufweisen**

  **=> Also die Terme einer disjunktiven Minimalform**

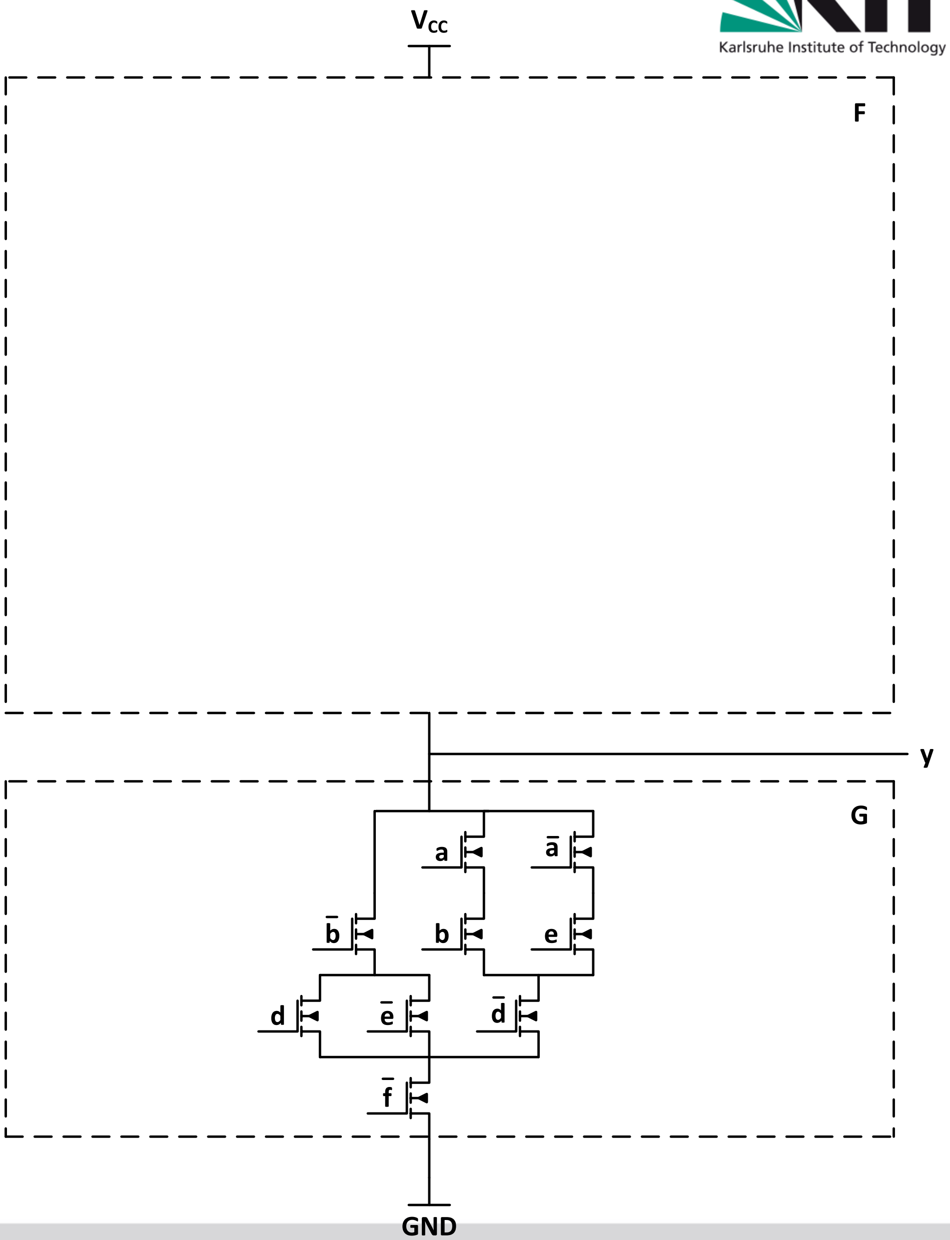
- **Als Primimplikaten bezeichnet man entsprechend die Konjunktion von Disjunktionstermen , die nicht mehr verkürzt werden können.**

  **=> Also die Terme einer konjunktiven Minimalform**

# CMOS

*Klausuraufgabe WS2009/2010*

**Ergänzen Sie die gegebene Schaltzung um ein wohldefiniertes, kurzschlussfreies Pull-Up Netz (F).**



# CMOS

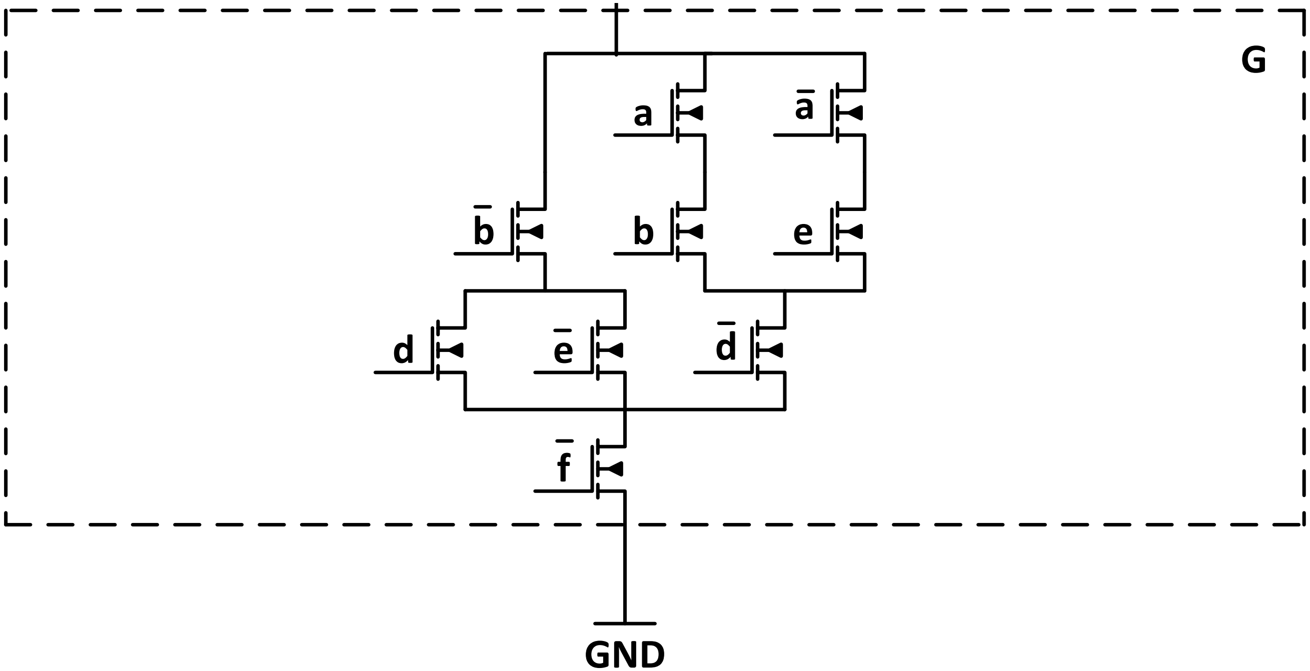
Ergänzen Sie die gegebene Schaltzung um ein wohldefiniertes, kurzschlussfreies Pull-Up Netz (F).

**<u>Systematisches Vorgehen:</u>**

1. **Algebraischer Ausdruck (G) des Pull-Down Netzes ermitteln**
2. **Pull-Up Netz (F) ermitteln**
3. **Pull-Up Netz zeichnen**

# CMOS

1. **Algebraischer Ausdruck (G) des Pull-Down Netzes ermitteln**




$$G = \bar{f} * [\, \bar{b} * (d + \bar{e}) + \bar{d} * (ab + \bar{a}e) \,] = 0$$

# CMOS

## 2. Pull-Up Netz (F) ermitteln

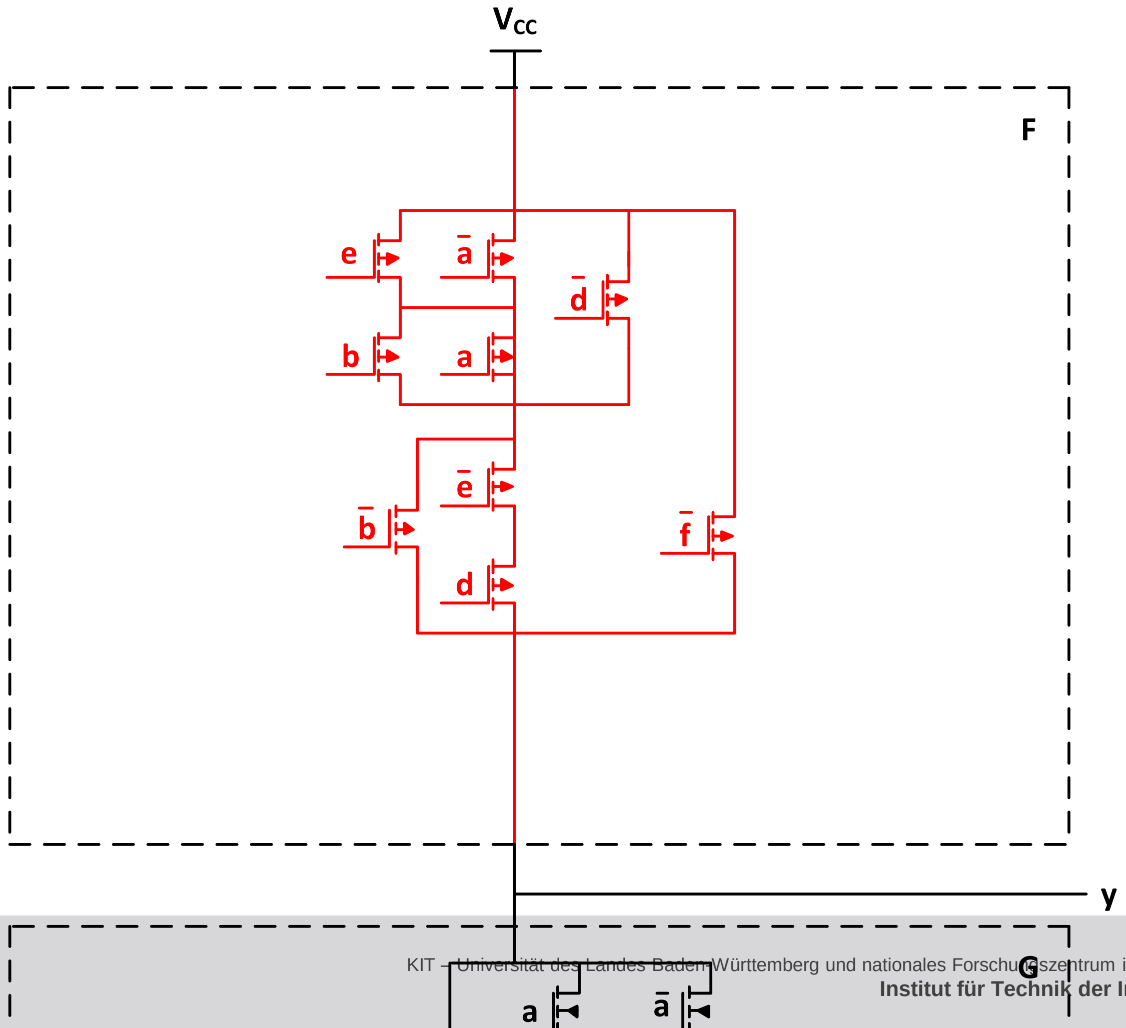
$$G = \overline{f} * [ \overline{b} * ( d + \overline{e} ) + \overline{d} * ( ab + \overline{a}e ) ] = 0$$

$$F = (b + \overline{d}e) * [ (\overline{b} + \overline{a} ) * ( a + \overline{e} ) + d ] + f = 1$$

# CMOS

## 3. Pull-Up Netz zeichnen

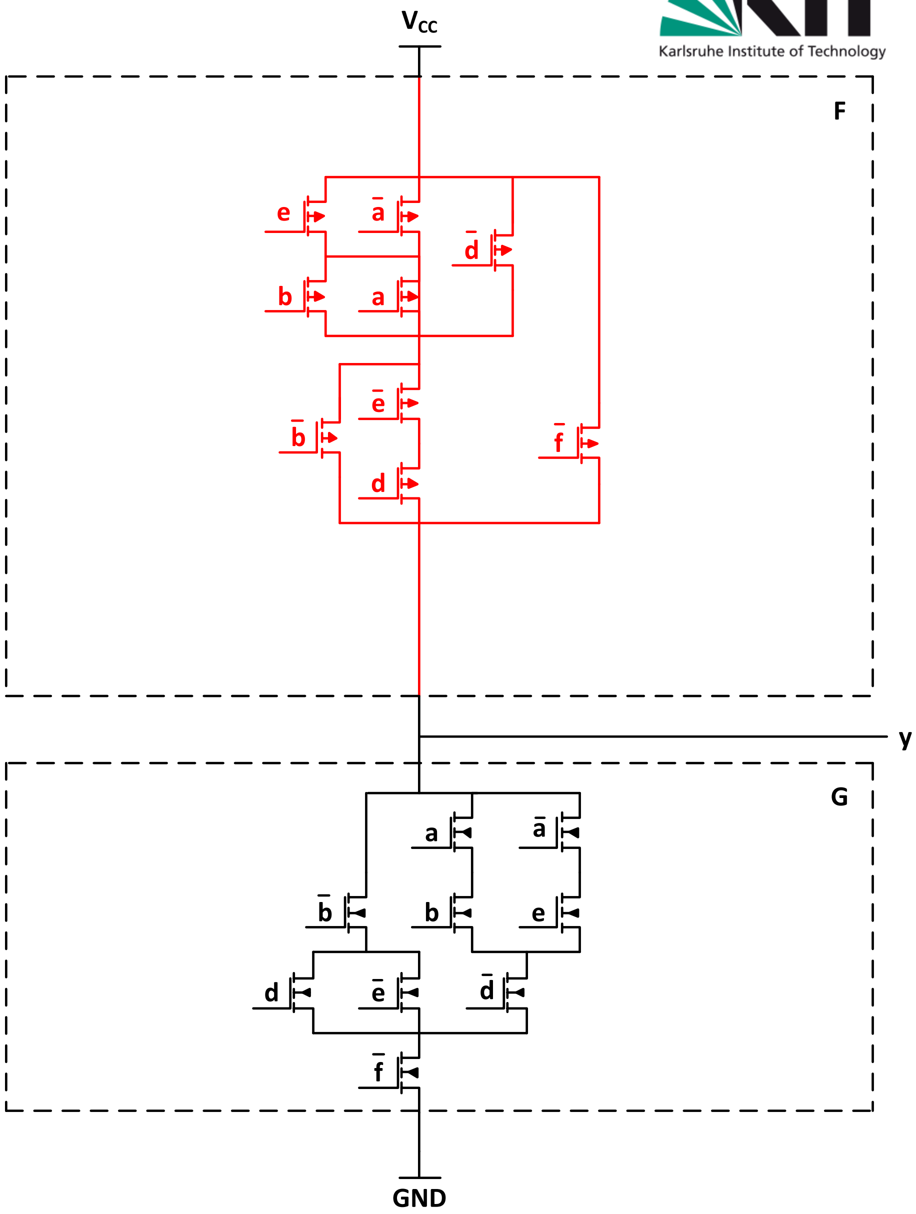
$$F = (b + \overline{d}e) * [ (\overline{b} + \overline{a}) * (a + \overline{e}) + d ] + f = 1$$



# CMOS

## Kurzlösung: Grafische Lösung

Serienschaltung im Pull-Down Netz wird zu Parallelschaltung im Pull-Up Netz (und umgekehrt).



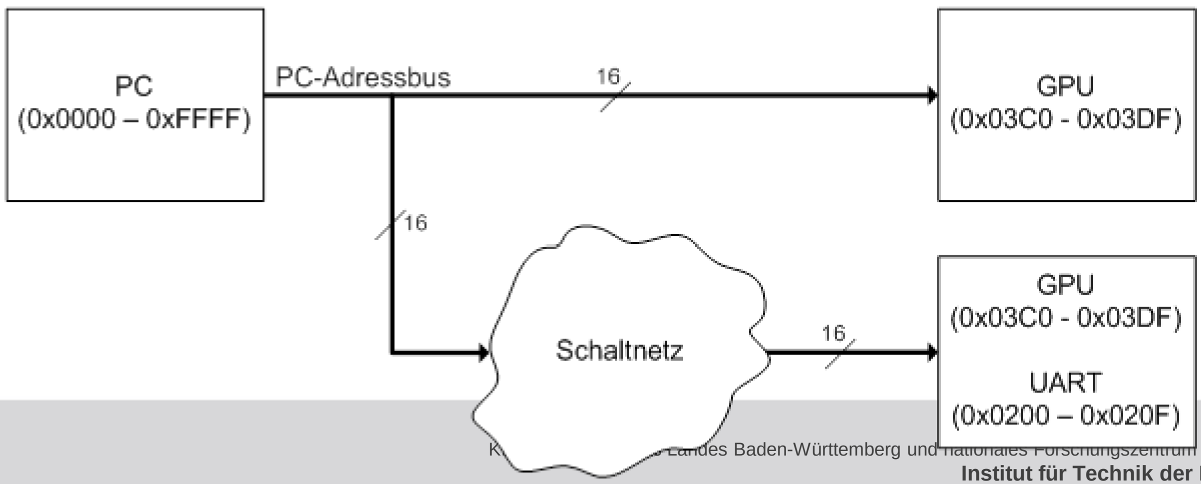
# **ISA-Bus** (Anwendungsaufgabe)

*Klausuraufgabe WS2009/2010*

Der Steuer-PC einer Industrieanlage soll um ein zusätzliches Touchscreen Display erweitert werden. Das neue Display wird, parallel zum alten Display des Steuer-PCs, über den vorhandenen ISA Bus angesprochen. Die 16 Adressleitungen des ISA Bus(A15 – A0) stellen Adressen in binärer Form dar.

Beide Displays reagieren auf die Adressen 0x03C0-0x03DF, so dass ein einfaches Einbauen der neuen Hardware zu einem Adresskonflikt zwischen den beiden Displays führen würde. Das neue Display soll nun vom PC aus mit den Adressen 0x11C0 - 0x11DF angesprochen werden.

Dazu wird ein Schaltnetz vor das neue Display geschaltet. Diese kodiert den Adressbereich 0x11C0 - 0x11DF auf den Bereich 0x03C0-0x03DF um.



# **ISA-Bus** (Anwendungsaufgabe)

A) Geben Sie die Adressen 0x11C0, 0x11DF, 0x03C0, 0x03DF in binärer Darstellung an.

**0x11C0 = 0001 0001 1100 0000**

**0x03C0 = 0000 0011 1100 0000**

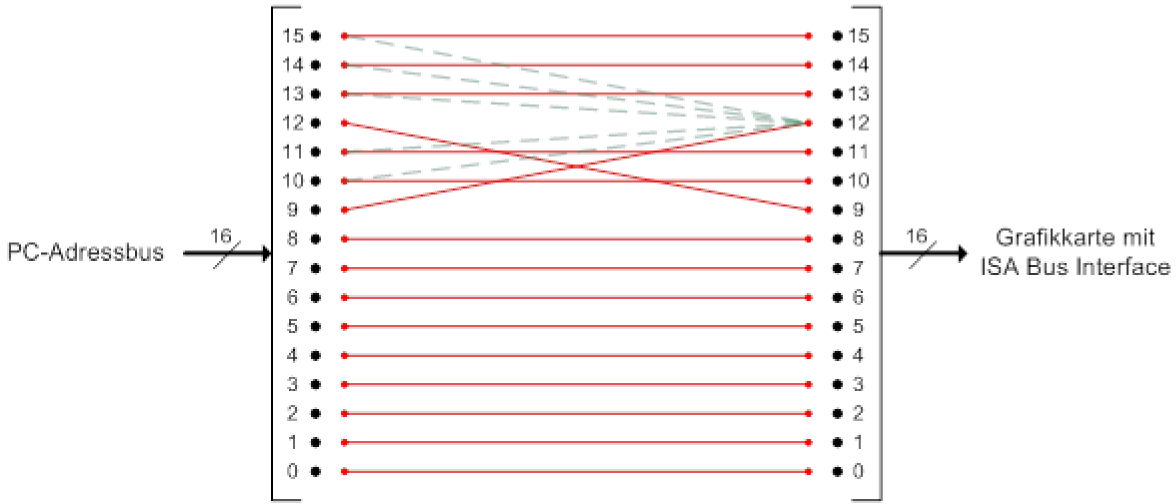
**0x11DF = 0001 0001 1101 1111**

**0x03DF = 0000 0011 1101 1111**

# ISA-Bus (Anwendungsaufgabe)

B) Geben Sie die minimal mögliche Umverdrahtung der Adressleitungen an, mit der die Adressen von 0x11C0 - 0x11DF in den Bereich 0x03C0-0x03DF überführt werden können.

*(Bemerkung: Sie können davon ausgehen, dass die Karte Zugriffe außerhalb ihres Adressbereichs ignoriert.)*




0x11C0 = 0001 0001 1100 0000
0x03C0 = 0000 0011 1100 0000

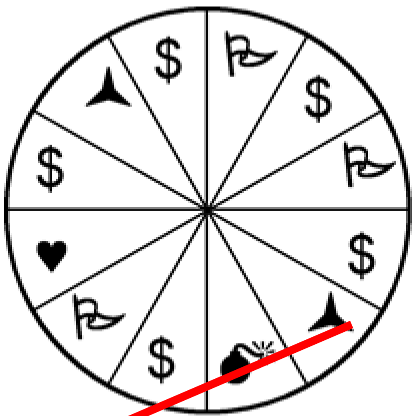
0x11DF = 0001 0001 1101 1111
0x03DF = 0000 0011 1101 1111


KIT – Universität des Landes Baden-Württemberg und nationales Forschungszentrum in der Helmholtz-Gemeinschaft
**Institut für Technik der Informationsverarbeitung**

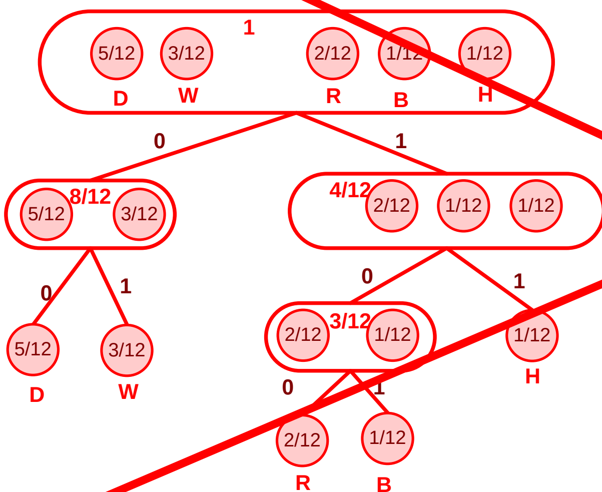
# **Spielautomat** (SHANNON-FANØ)

*Klausuraufgabe SS2009*

1.2 C) Entwickeln Sie jetzt eine SHANNON-FANØ-Codierung und tragen Sie diese in die Tabelle ein.



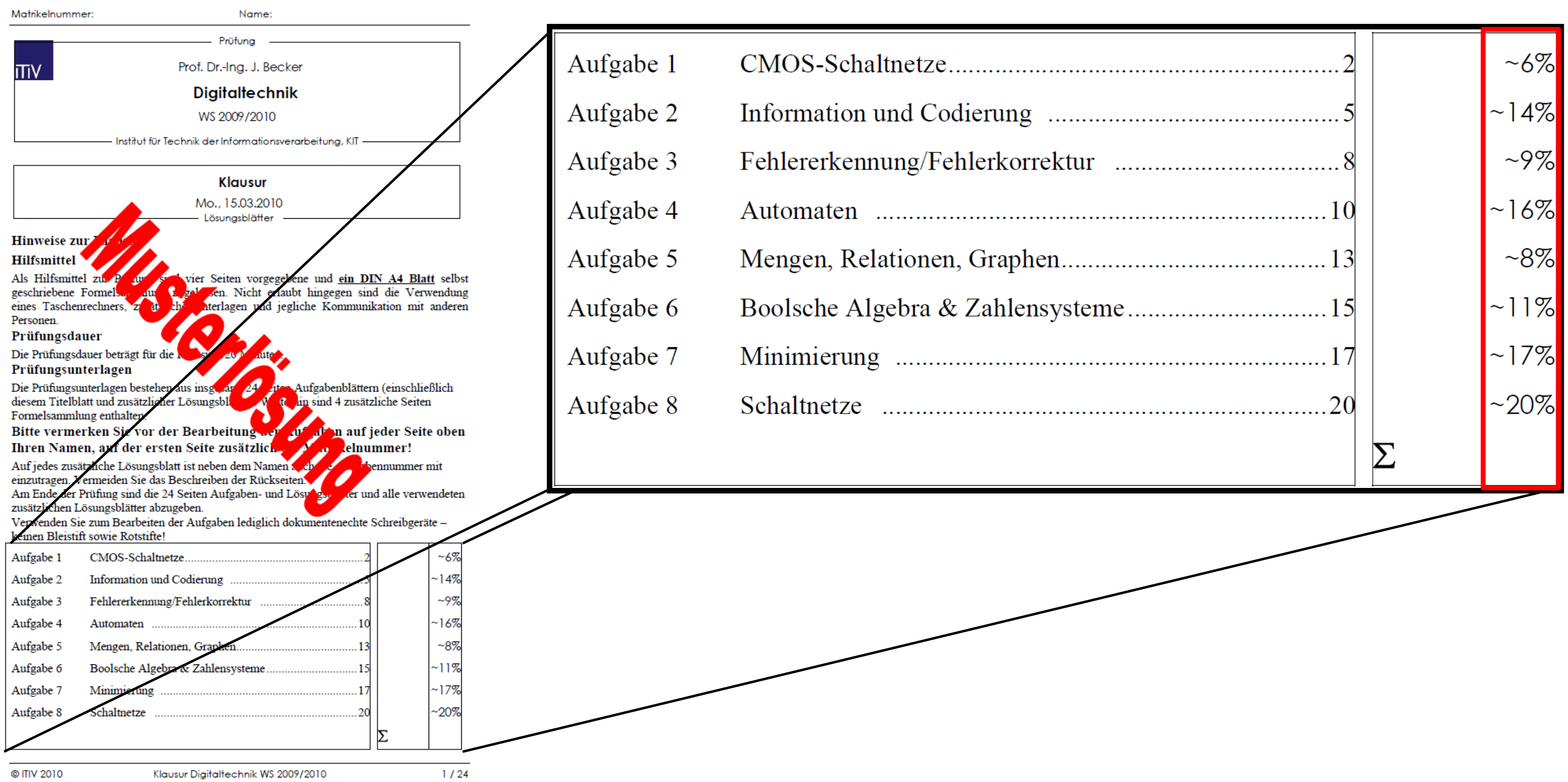
Falsch!!!




| Symbol | Abk | Auftrittswahrscheinlichkeit | Ermittelte Codierung |
|---|---|---|---|
| | ≅ B | 1/12 | 101 |
| | ≅ D | 5/12 | 00 |
| | ≅ H | 1/12 | 11 |
| | ≅ R | 2/12 | 100 |
| | ≅ W | 3/12 | 01 |

# Punkteverteilung in der Klausur

- Auf dem **Deckblatt** der Klausur wird **die Gewichtung** der **einzelnen Aufgaben** angegeben**:**



Matrikelnummer: Name:

Prüfung

Prof. Dr.-Ing. J. Becker

**Digitaltechnik**

WS 2009/2010

Institut für Technik der Informationsverarbeitung, KIT

**Klausur**

Mo., 15.03.2010

Lösungsblätter



**Hinweise zur**

**Hilfsmittel**

Als Hilfsmittel zur Prüfung sind vier Seiten vorgegebene und ein DIN A4 Blatt selbst geschriebene Formelsammlung zugelassen. Nicht erlaubt hingegen sind die Verwendung eines Taschenrechners, zusätzlicher Unterlagen und jegliche Kommunikation mit anderen Personen.

**Prüfungsdauer**

Die Prüfungsdauer beträgt für die Klausur 120 Minuten.

**Prüfungsunterlagen**

Die Prüfungsunterlagen bestehen aus insgesamt 24 Seiten Aufgabenblättern (einschließlich diesem Titelblatt und zusätzlicher Lösungsblätter). Weiterhin sind 4 zusätzliche Seiten Formelsammlung enthalten.

**Bitte vermerken Sie vor der Bearbeitung der Aufgaben auf jeder Seite oben Ihren Namen, auf der ersten Seite zusätzlich Ihre Matrikelnummer!**

Auf jedes zusätzliche Lösungsblatt ist neben dem Namen auch die Aufgabennummer mit einzutragen. Vermeiden Sie das Beschreiben der Rückseiten!
Am Ende der Prüfung sind die 24 Seiten Aufgaben- und Lösungsblätter und alle verwendeten zusätzlichen Lösungsblätter abzugeben.
Verwenden Sie zum Bearbeiten der Aufgaben lediglich dokumentenechte Schreibgeräte – keinen Bleistift sowie Rotstifte!

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Aufgabe 1 | CMOS-Schaltnetze | 2 | | ~6% |
| Aufgabe 2 | Information und Codierung | 5 | | ~14% |
| Aufgabe 3 | Fehlererkennung/Fehlerkorrektur | 8 | | ~9% |
| Aufgabe 4 | Automaten | 10 | | ~16% |
| Aufgabe 5 | Mengen, Relationen, Graphen | 13 | | ~8% |
| Aufgabe 6 | Boolsche Algebra & Zahlensysteme | 15 | | ~11% |
| Aufgabe 7 | Minimierung | 17 | | ~17% |
| Aufgabe 8 | Schaltnetze | 20 | | ~20% |
| | | | Σ | |

© ITIV 2010 Klausur Digitaltechnik WS 2009/2010 1 / 24

# Klausurrelevante Themen

- **<u>Alle Themengebiete und Aufgaben</u> aus <u>Übung</u> und <u>Tutorien</u>!!!**
- **Aus der Vorlesung:**
  - 1. Funktion und Struktur
  - 2. Nachricht und Signal
  - 3. Informationsgehalt
  - 4. Codierung
  - 5. Optimale Codes *(JPEG-Verfahren <u>nicht</u> Klausurrelevant)*
  - ~~6. Hamming Codes~~ *(nicht behandelt => <u>nicht</u> Klausurrelevant)*
  - 7. Zahlensysteme
  - 8. Zahlendarstellung und Komplement
  - ~~9. Codewandlung~~ *(nicht behandelt => <u>nicht</u> Klausurrelevant)*
  - 10. Mathematische Grundlagen - Mengen
  - 11. Mathematische Grundlagen - Relationen
  - 12. Mathematische Grundlagen - Graphen
  - ~~13. Petrinetze~~ *(nicht behandelt => <u>nicht</u> Klausurrelevant)*

# Klausurrelevante Themen

- **Aus der Vorlesung** (Teil2)**:**

  - 14. Boolesche Algebra
  - 15. Schaltfunktionen
  - 16. Entwicklungssatz
  - 17. Minimierung Teil 1
  - 18. Minimierung Teil 2
  - 19. Schaltnetze Teil 1 *(nur Halb- und Volladdierer (1 Bit))*
  - 20. Schaltnetze Teil 2
  - 21. Schaltnetze Teil 3
  - 22. Automaten/FlipFlops
  - 23. FlipFlop Schaltungen *(FlipFlop-Typen und deren Funktionstabellen)*
  - 24. Funktionseinheiten *(nur Multiplexer und Zähler)*
  - ~~25. Funktionseinheiten Speicher~~ *(nicht relevant)*
  - 26. Schalter & Gatter *(nur CMOS-Prinzip verstehen => komplementäre Netze, Tafelanschrieb relevant => Wohldefiniertheit, Kurzschluss, Undefiniert)*
  - 27. CMOS Technologie *(nur Folien 13, pull-up- und pull-down-Netz)*