

	Prüfung	1 2 3 4 5 6 7 Σ
	Prof. Dr.-Ing. J. Becker Digitaltechnik SS 2007 Institut für Technik der Informationsverarbeitung, Universität Karlsruhe	
Klausur Di., 31.7.2007 Lösungsblätter		

Hinweise zur Klausur

Hilfsmittel

Als Hilfsmittel zur Prüfung sind vier Seiten vorgegebene und **zwei Seiten** selbst geschriebene Formelsammlung zugelassen. Nicht erlaubt hingegen ist die Verwendung eines Taschenrechners, zusätzliche Unterlagen und jegliche Kommunikation mit anderen Personen.

Prüfungsdauer

Die Prüfungsdauer beträgt 120 Minuten.

Prüfungsunterlagen

Die Prüfungsunterlagen bestehen aus insgesamt 26 Seiten Aufgabenblättern (einschließlich diesem Titelblatt).

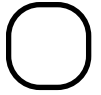
Bitte vermerken Sie vor der Bearbeitung der Aufgaben auf jeder Seite oben Ihren Namen, auf der ersten Seite zusätzlich die Matrikelnummer!

Auf jedes zusätzliche Lösungsblatt ist neben dem Namen auch die Aufgaben- und die Seitennummer mit einzutragen. Vermeiden Sie das Beschreiben der Rückseiten.

Am Ende der Prüfung sind die 26 Seiten Aufgaben- und Lösungsblätter und alle verwendeten zusätzlichen Lösungsblätter abzugeben.

Verwenden Sie zum Bearbeiten der Aufgaben lediglich dokumentenechte Schreibgeräte – keinen Bleistift sowie Rotstifte!

Aufgabe 1 Allgemeines



Aufgabe 1.1 Allgemeine Fragen



Beantworten Sie folgende Fragen:

- A) Was ist der Unterschied zwischen Top-Down Entwurf und Bottom-Up Entwurf? Welche der beiden Möglichkeiten wird beim Entwurf digitaler Systeme heute meistens angewendet?

☐

- B) Wieviele Fehler n können mit einem Code der eine minimale Hamming-Distanz von $HD_{min}=5$ besitzt, erkannt und korrigiert werden?

☐

- C) Wieviele Binärstellen sind mindestens nötig um 7 Zeichen zu codieren (ohne Fehlererkennung)?

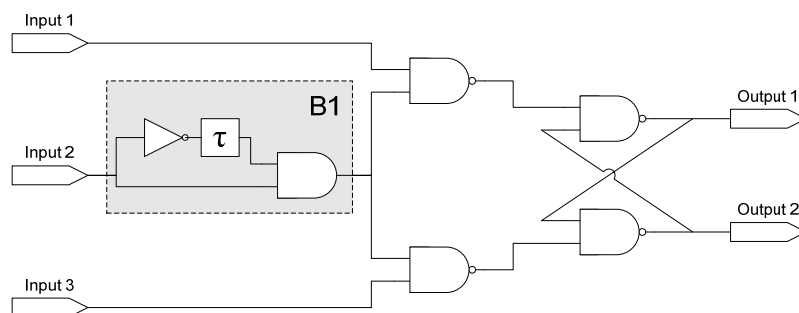
☐

- D) Welche Anzahl an zusätzlichen Bits wird benötigt, um die minimale binäre Darstellung von 7 Zeichen zu erkennen und zu korrigieren, wenn maximal 2 Fehler auftreten können?

- E) Was ist die grundlegende Eigenschaft des Gray Codes?

- F) Welchen Vorteil bietet die Verwendung des Gray Codes bei der Digitalwandlung eines stetigen analogen Signals?

- G) Welches digitale Funktionselement ist in folgender Abbildung dargestellt?



H) Welche Funktion hat Logikblock B1 in der obigen Darstellung?

☐

I) Erläutern Sie in Stichworten die Eigenschaften der folgenden Signale.

☐

a) zeitkontinuierliches, wertdiskretes Signal

b) kontinuierliches Signal

c) zeitdiskretes, wertdiskretes Signal

d) zeitdiskretes, wertkontinuierliches Signal

J) Welche der oben genannten Signale werden als Digitalsignale bezeichnet?

☐

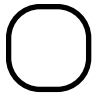
Aufgabe 1.2 Boolesche Algebra

- A) Zeigen Sie durch algebraische Umformung, dass folgender Ausdruck gilt (geben Sie angewendete Regeln an):



$$f(a, b, c) = (a \cdot b + c) \oplus [(b + c) \cdot \bar{a}]$$

$$= a \cdot c + b \cdot \bar{c}$$



Aufgabe 2 Minimierung

Für eine unvollständig definierte Schaltfunktion G sei die Menge der Einsstellen (E) und die Menge der Freistellen (F) in **dezimaler** Indizierung wie folgt gegeben. Mit Hilfe des Nelson-Verfahrens sollen nun alle Primimplikanten der Funktion ermittelt werden.

$$E = \{11, 15\}$$

$$F = \{1, 2, 10, 14\}$$

- A) Tragen Sie hierzu zunächst die Eins-, Null- und Freistellen in folgendes Symmetriediagramm ein. ☐

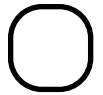
	S_1			
	0	1	5	4
	2	3	7	6
S_2	12	13	17	16
	10	11	15	14
	S_3			
	S_4			

- B) Bilden Sie die Nullblocküberdeckung $\tau_0(S_1, S_2, S_3, S_4)$ der Funktion G . (Freistellen werden hierzu nicht genutzt) ☐

- C) Bilden Sie nun die Einsvervollständigung g^E : ☐

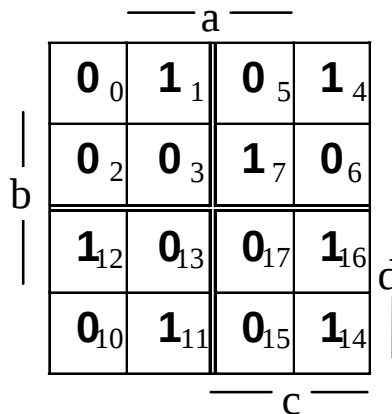
- D) Distribuieren Sie nun schrittweise den in Teil C) gefundenen Ausdruck aus. Formen Sie dabei geeignet um und streichen Sie alle redundanten Terme bzw. Termanteile. Geben Sie anschließend alle gefundenen Primimplikanten an. Verwendete Umformungsregeln müssen nicht angegeben werden.





Aufgabe 2.1 Verfahren nach Petrick

Gegeben sei folgendes Symmetriediagramm der Schaltfunktion K :



- A) Das Nelson-Verfahren lieferte dabei die in der obigen Abbildung bereits eingetragenen Terme. Vervollständigen Sie nun die folgende Überdeckungstabelle. Bilden Sie die Kostenfunktionswerte für die Primterme, indem Sie die Variablen a mit „1“ und die Variablen b, c und d mit „2“ bewerten.



Präsenzvariable		Nullstellen (oktale Indizes)										Kosten
		0	2	3	5	6	10	13	15	17		
p_1	$d + c + a$											
p_2	$c + b + a$											
p_3	$d + c + \bar{b}$											
p_4	$d + \bar{b} + a$											
p_5	$c + \bar{b} + \bar{a}$											
p_6	$\bar{c} + b + \bar{a}$											
p_7	$\bar{d} + \bar{b} + \bar{a}$											
p_8	$\bar{d} + \bar{c} + \bar{a}$											

Tabelle 1

- B) Ermitteln Sie nun die Kernimplikate aus Tabelle 1, indem Sie zunächst die Spaltendominanzen ausnutzen. Markieren Sie die Kernimplikate durch einen Kreis. Streichen Sie alle Zeilen, die von den ermittelten Kernimplikaten bereits vollständig überdeckt werden.



- C) Tragen Sie das im Aufgabenteil B) ermittelte Zwischenergebnis als Resttabelle in die **Tabelle 2** ein (ordnen Sie dabei die verbleibenden oktalen Indizes wiederum aufsteigend an):

☐

Präsenz- variable		Nullstellen (oktale Indizes)										Kosten

Tabelle 2

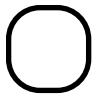
- D) Nutzen Sie nun die Zeilendominanzen, um redundante Zeilen zu streichen und somit eine kostenminimale Realisierung der Schaltfunktion G zu erhalten. Streichen Sie dazu zuerst alle dominierten Zeilen und danach erst die durch die dominierenden Zeilen überdeckten Maxterme. Welche Kosten entstehen bei der von Ihnen ermittelten Realisierung? Geben Sie die somit benötigten Präsenzvariablen p_n und die zugehörige KMF an.

☐

benötigte Präsenzvariablen: _____

Kosten der Realisierung: _____

zugehörige KMF:



Aufgabe 3 CMOS-Schaltnetze

Als Ingenieur einer Halbleiterfirma sind Sie verantwortlich für den Entwurf einer Standardzellenbibliothek. Ihre Aufgabe besteht in dem Entwurf eines OAI211 Gatters, welches die folgende Funktion realisiert.

$$Y = \overline{a \& b \& (c \vee d)}$$

- A) Erstellen Sie zunächst den Strukturausdruck für das obige Gatter.

☐

- B) Ermitteln Sie für die oben gebende Funktion die Pull-Up-Funktion F.

☐

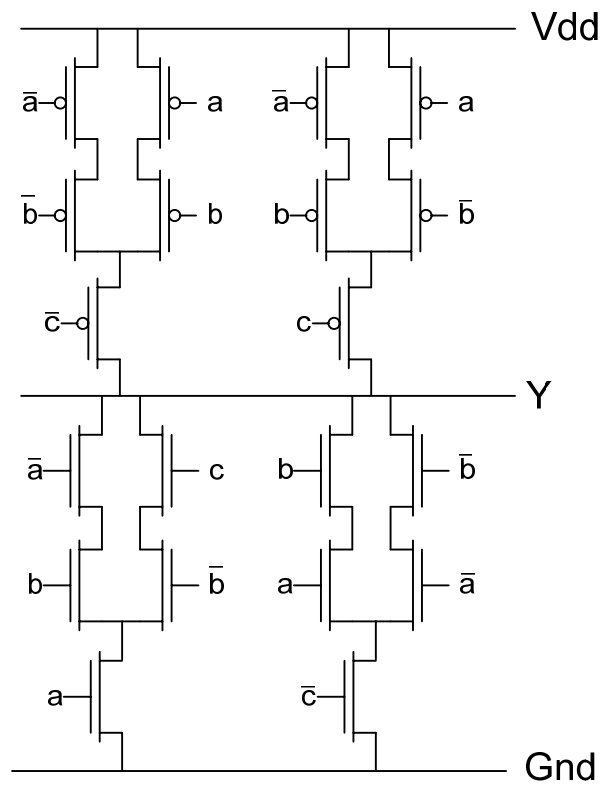
- C) Bestimmen Sie nun die Pull-Down-Funktion G. Zeichnen Sie anschließend das vollständige Pull-Up- als auch das Pull-Down-Netz des CMOS Schaltkreises.

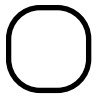
☐

- D) Als leitender Ingenieur haben Sie darüber hinaus die Aufgabe sicherzustellen, dass Standardzellenentwürfe die ihrer Arbeitsgruppe entstammen, fehlerfrei für die nächsten Verarbeitungsschritte zur Verfügung gestellt werden. ☐

Ein Kollege ihrer Arbeitsgruppe hat ihnen hierzu einen Entwurf eines XOR3 Gatters – ein XOR Gatter mit 3 Eingängen – zukommen lassen.

Überprüfen Sie die nachstehende Schaltung auf Vollständigkeit bzw. Kurzschlüsse.





Aufgabe 4 Zahlensysteme

- A) Vervollständigen Sie die Tabelle 3, indem Sie die offenen Felder durch Konvertierung ergänzen.

☐

Dezimal	Binär	Oktal	Hexadezimal
			2EB _H
		1617 _O	
	10000000 _B		
53 _D			

Tabelle 3

- B) Wandeln Sie die im IEEE 754-Gleitkommaformat gegebene Hexadezimalzahl 3EA00000_H in eine Dezimalzahl um. Geben Sie alle Rechenschritte an.

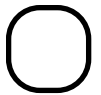
☐

- C) Addieren Sie die im Dezimalsystem gegebenen Zahlen 6789_D und 5492_D im BCD Code. Stellen Sie ihren Lösungsweg – inklusive eventuell notwendiger Korrekturschritte - ausführlich dar.

☐

- D) Subtrahieren Sie die im Dezimalsystem gegebene Zahl 241_D von 211_D . Führen Sie diese Rechnung im binären Zahlensystem durch! Stellen Sie ihren Lösungsweg – inklusive aller notwendigen Schritte - ausführlich dar. Geben Sie anschließend das Ergebnis im dezimalen Zahlensystem an.

☐

Aufgabe 5 Mengen & Relationen**Aufgabe 5.1 Multiple Choice**

- A) Geben Sie für die nachstehenden Aussagen an, ob sie wahr oder falsch sind. Die Nichtbeantwortung wird als fehlerhafte Antwort gewertet.

Aussage	Wahr	Falsch
Die Mächtigkeit der Vereinigung paarweise disjunkter Mengen ist gleich der Summe der Mächtigkeiten der Einzelmengen.	☐	☐
Die leere Menge ist Teilmenge jeder Menge.	☐	☐
Die leere Menge ist die einzige Menge, die gleich ihrer Potenzmenge ist.	☐	☐
Eine Relation kann nur entweder symmetrisch oder antisymmetrisch sein, niemals beides gemeinsam.	☐	☐
Eine Relation kann nur entweder reflexiv oder antireflexiv sein, niemals beides gemeinsam.	☐	☐

Aufgabe 5.2 Relationen

- A) Geben Sie die definierenden Eigenschaften einer Verträglichkeitsrelation an.



B) Was versteht man unter dem „Überdeckungsproblem“?

☐

C) Was unterscheidet eine Ordnungsrelation von einer strengen Ordnungsrelation?

☐

Aufgabe 5.3 Mengen

☐

Gegeben sind die folgenden Mengen:

$$A = \{ x \mid x \text{ ist reelle Zahl, } x^2 + 1 = 0 \}$$

$$B = \{ 2, 4, 6, 8, \dots \}$$

$$C = \{ n \mid n \text{ ist natürliche Zahl, } n \bmod 2 = 1 \}$$

$$D = \{ 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, \dots \}$$

$$E = \{ 2, 3, 5, 9 \}$$

$$F = \{ a, x, p \}$$

A) Geben Sie die Menge A in einer anderen Schreibweise an.

☐

B) Geben Sie die Mengen $B \cup C$ und $B \cap C$ an.

☐

- C) Sind die Mengen C und D gleich mächtig? Falls nicht, welche ist mächtiger? Begründen Sie Ihre Antwort!

☐

- D) Geben Sie das kartesische Produkt $E \times F$ der Mengen E und F an.

☐

- E) Wie berechnet man allgemein die Mächtigkeit des kartesischen Produkts von Mengen aus den Kardinalitäten der Einzelmengen?

☐

Aufgabe 6 Automaten

Aufgabe 6.1 Zustandsdiagramm

Ein Automat soll bei serielllem Empfang einer Bitfolge eine Mustererkennung durchführen. Es wird immer nur das aktuell empfangene Bit überprüft. Nach jedem Zustandswechsel steht das folgende Bit b_{i+1} zur Verfügung.

Nachdem die Bitfolge „1011“ empfangen wurde, wird mit dem Empfang des letzten Bits des Musters einen Takt lang die korrekte Erkennung des Musters mit $Q=“1“$ signalisiert. Überlappende Bitmuster (1011011) sollen nicht erkannt und signalisiert werden! Der Automat verfügt über einen priorisierten Reset-Eingang rst über den er jederzeit zurückgesetzt werden kann.

Folgende Eingabevariablen stehen zur Verfügung:

$rst = 0/1$; kein Reset / Automat wird in den Grundzustand übergeführt

$b = 0/1$; Wert des aktuell anliegenden Bits des sequentiellen Bitstroms

Folgende Ausgangsvariable steht zur Verfügung:

$Q = 0/1$; kein gültiges Muster vollständig erkannt / gültiges Muster vollständig erkannt

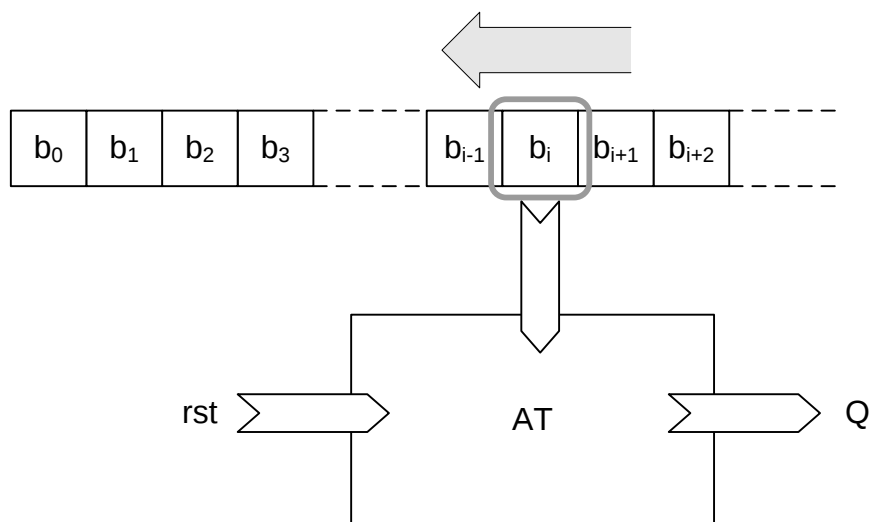
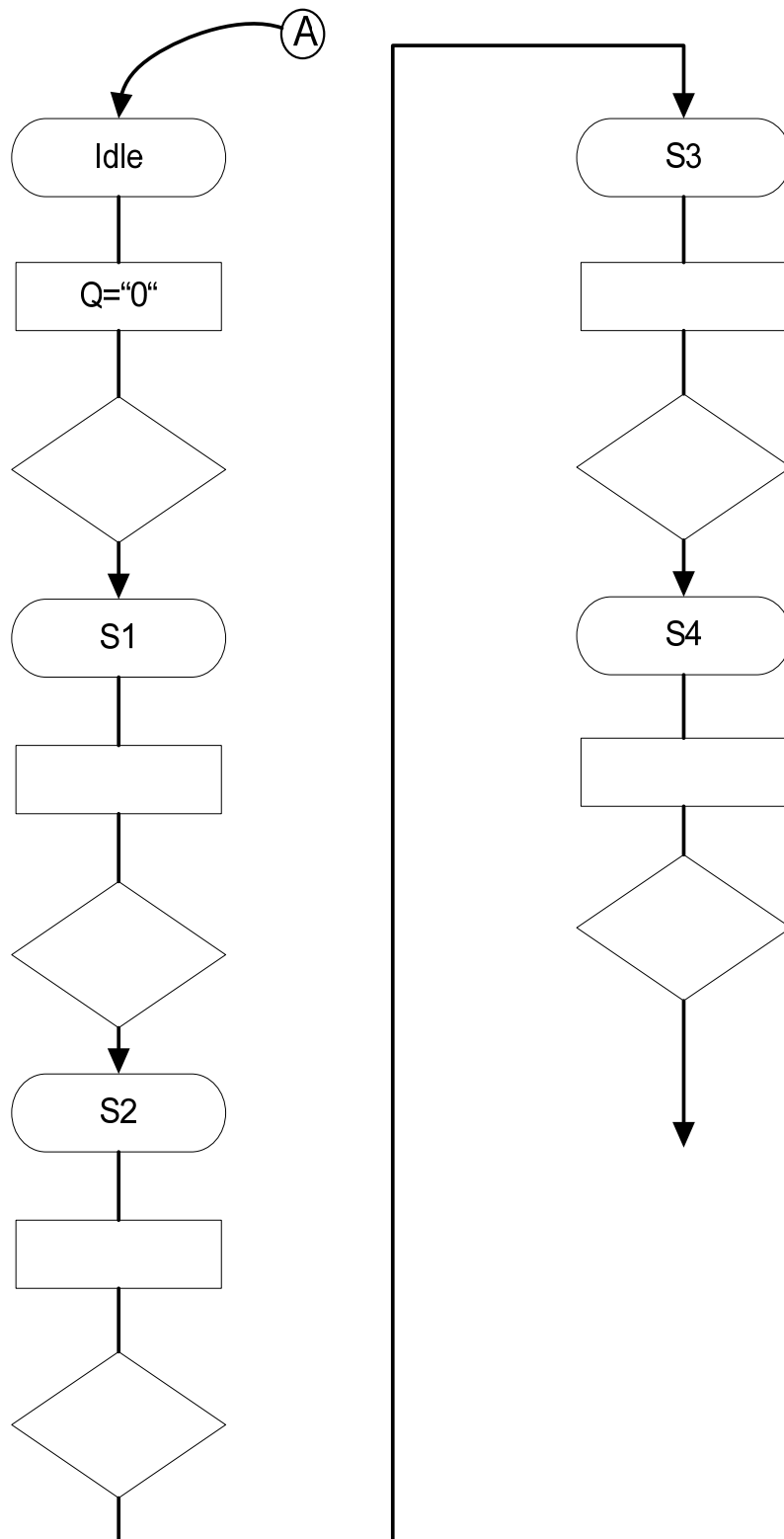


Abbildung 1: Funktionsbild der Mustererkennung

**Abbildung 2**

- A) Vervollständigen Sie in Abbildung 2. das Ablaufdiagramm eines endlichen Automaten. Fügen Sie nur die minimale Anzahl benötigter Zustände hinzu!

Verwenden Sie die Signale und deren Bezeichner aus oben gegebener Beschreibung des Automaten.

Aufgabe 6.2 Automaten-theorie

☐

- A) Welchen Automatentyp repräsentiert das Ablaufdiagramm aus Abbildung 2? Begründen Sie Ihre Antwort.

☐

- B) Welche weiteren Automatentypen gibt es? Und worin unterscheiden Sie sich zu dem aus Aufgabe A)?

☐

- C) Ist es möglich die Mustererkennung aus Aufgabe A) mit den Automatentypen aus B) auszuführen? Bitte begründen Sie Ihre Antwort!

☐

Aufgabe 6.3 Erweiterter Automat

☐

- A) Ergänzen Sie in Abbildung 3 den endlichen Automaten so, dass auch überlappende Bitmuster (1011011) erkannt werden können. Die Signalisierung des korrekten Empfangs eines Musters erfolgt wieder mit dem letzten Bit des Bitmusters 1011! Fügen Sie nur die minimale Anzahl benötigter Zustände hinzu!

Verwenden Sie die Signale und deren Bezeichner aus der gegebenen Beschreibung des Automaten aus Aufgabe 6.1.

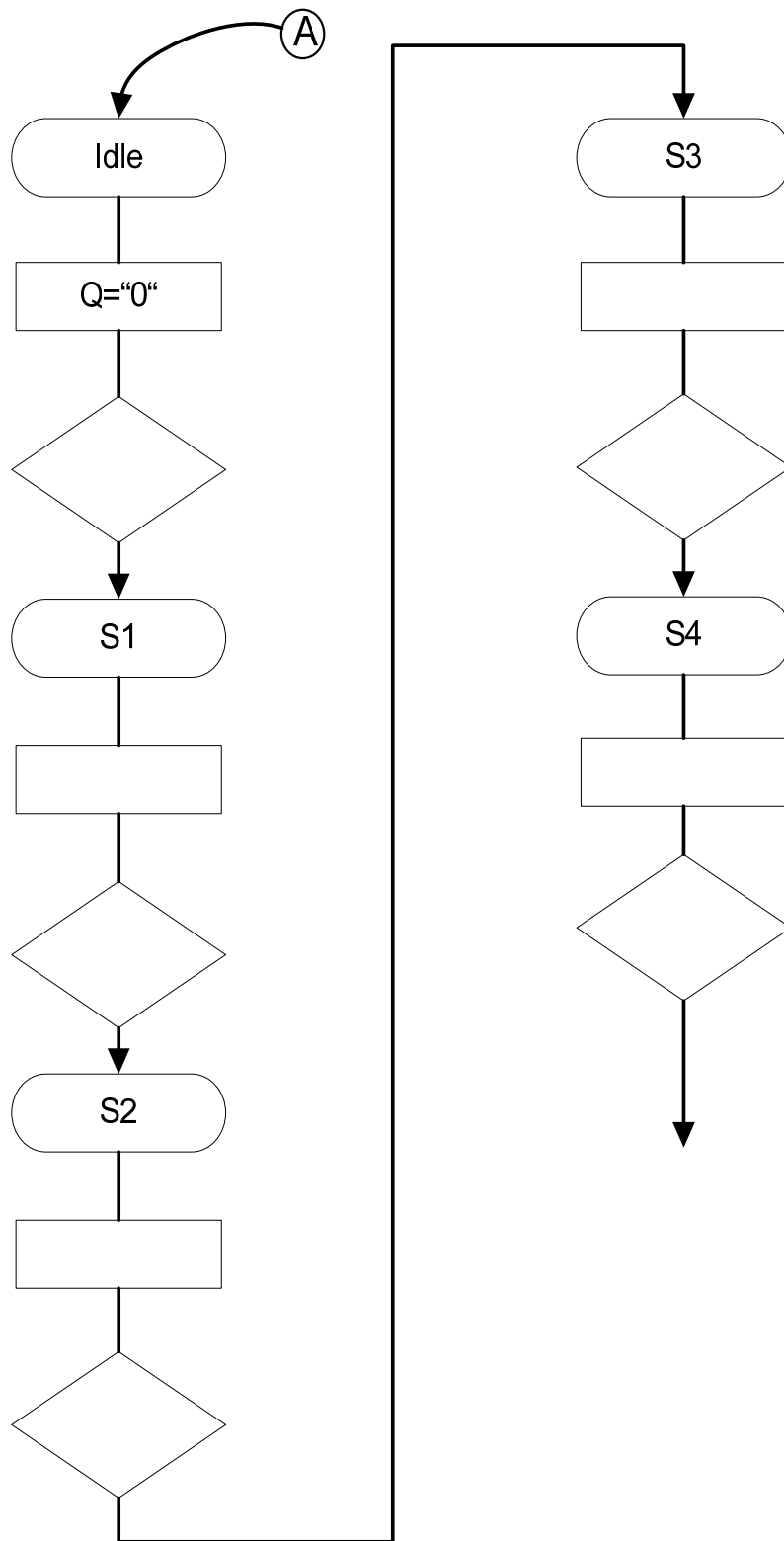
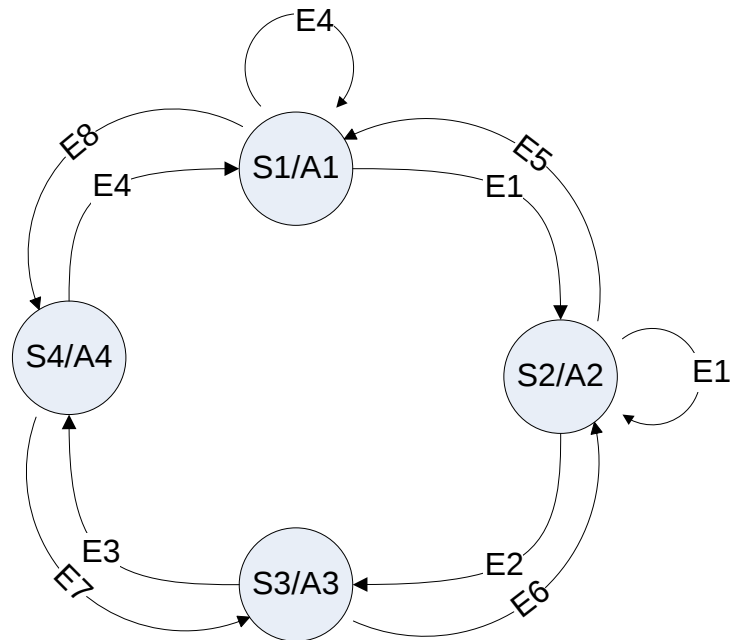


Abbildung 3



Aufgabe 6.4 Technische Realisierung eines Automaten

Nachfolgend ist der Graph eines Automaten zur Dekodierung eines Quadratarsignals gezeigt.



	in₁	in₀
E1, E6	0	1
E2, E7	1	1
E3, E8	1	0
E4, E5	0	0

	out₁	out₀
A1	0	0
A2	0	1
A3	1	0
A4	1	1

	q₁	q₀
S1	0	0
S2	0	1
S3	1	1
S4	1	0

Abbildung 4

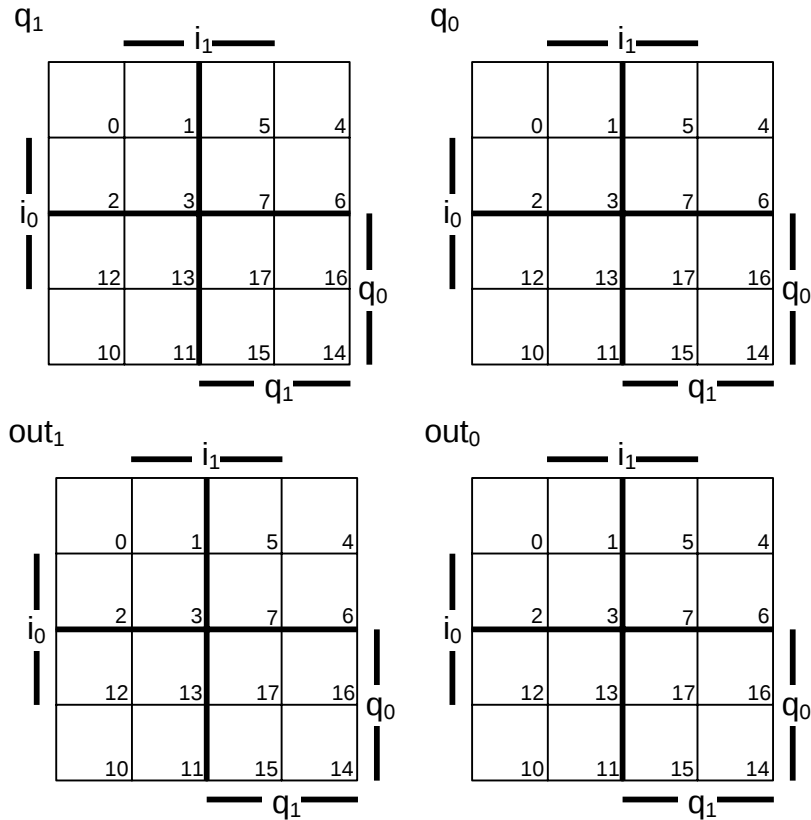
- A) Füllen Sie die Ansteuertabelle aus, indem Sie die Zustandsübergänge aus dem Graphen (Abbildung 4) in die Tabelle übertragen. Eventuell nicht definierte Übergänge sind mit „*Don't Cares*“ zu belegen, Inputkombinationen die diese Übergänge erzeugen würden sind verboten.



Bestimmen Sie anschließend die notwendigen Werte zur Ansteuerung der T-FlipFlops und der D-FlipFlops.

in ₁	in ₀	q ₁	q ₀	q ₁ '	q ₀ '	out ₁	out ₀	q ₁	q ₀	q ₁	q ₀
								T	T	D	D
0	0	0	0								
0	0	0	1								
0	0	1	0								
0	0	1	1								
0	1	0	0								
0	1	0	1								
0	1	1	0								
0	1	1	1								
1	0	0	0								
1	0	0	1								
1	0	1	0								
1	0	1	1								
1	1	0	0								
1	1	0	1								
1	1	1	0								
1	1	1	1								

- B) Übertragen Sie die Ansteuerfunktion der D-Flipflops und die Ausgabefunktionen in die nachfolgenden Symmetrie-Diagramme.



- C) Bilden Sie nun basierend auf den obigen Symmetrie-Diagrammen die disjunktive Minimalform (DMF). Tragen Sie hierzu zunächst die jeweilige Blocküberdeckung in das Symmetrie-Diagramm ein. Verfügen Sie eventuell enthaltene Freistellen so, dass Sie eine minimale Anzahl von Blöcken erhalten!



$q_1 =$ _____

$q_0 =$ _____

$out_1 =$ _____

$out_0 =$ _____

- D) Vervollständigen Sie den unten stehende Schaltplanvorlage mit Verbindungen und Gattern. Geben Sie eindeutige Namen für die verwendeten Signale und Gatter an. Verwenden Sie zum Zeichnen ausschließlich die vorgezeichneten Linien und Platzhalter!

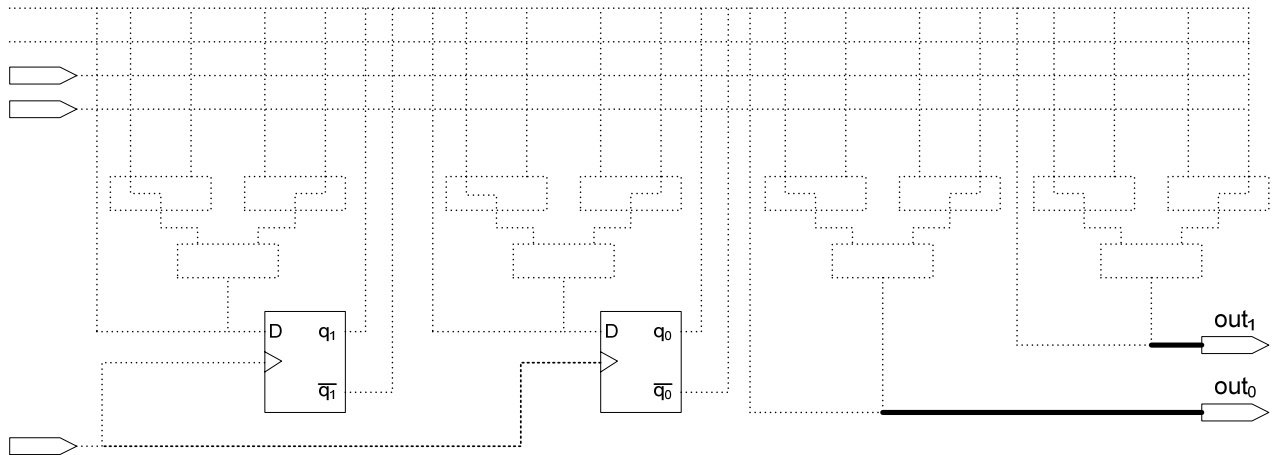
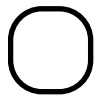


Abbildung 5



Aufgabe 7 Optimale Codes

In einem Angelverein im Großraum Karlsruhe wurde ein neuer Vorsitzender gewählt. In der nachfolgenden Tabelle ist die Stimmverteilung auf die verschiedenen Kandidaten gegeben.

Kandidat	Initialen	Anzahl der erhaltenen Stimmen
Adam, Robert	RA	21
Baer, Walther	WB	65
Bentz, Gernot	GB	29
Dietrich, Manuel	MD	22
Herweh, Frank	FH	10
Lemmer, Andreas	AL	270
Nagel, Günther	GN	28
Pfaff, Sandra	SP	20
Traub, Johannes	JT	74

Tabelle 4

- A) Bestimmen Sie für die in Tabelle 4 gegebene Verteilung eine Huffman-Codierung und tragen Sie diese in die offizielle Ergebnisliste (Tabelle 5) ein.

Zu berücksichtigende Hinweise zur Ermittlung der Huffman-Codierung:

- Benutzen Sie zur Kennzeichnung die Initialen der verschiedenen Kandidaten
- Sortieren Sie die Liste der Stimmenanzahl aufsteigend von rechts nach links.
- Auch hinzugefügte Knoten müssen (der Stimmenanzahl entsprechen) aufsteigend von rechts nach links aufsteigend sortiert werden.
- Weisen Sie den jeweils linken Ästen des entstehenden Baumes die „0“ zu, den jeweils rechten Ästen die „1“.

Matrikelnummer:

Name:

Lösungsblatt, Huffman Codierung:



Kandidat	Anzahl der erhaltenen Stimmen	Ermittelte Huffman-Codierung
Lemmer, Andreas (AL)	270	
Traub, Johannes (JT)	74	
Baer, Walther (WB)	65	
Bentz, Gernot (GB)	29	
Nagel, Günther (GN)	28	
Dietrich, Manuel (MD)	22	
Adam, Robert (RA)	21	
Pfaff, Sandra (SP)	20	
Herweh, Frank (FH)	10	

Tabelle 5

- B) Geben Sie die Formel zur Berechnung der mittleren Codewortlänge für die Codierung an. Berechnen Sie anschließend diesen Wert.

- C) Anhand welcher Quelleneigenschaft kann die Effizienz der gefundenen Huffman-Codierung beurteilt werden? Geben Sie deren Namen sowie deren formale Beschreibung an.



Matrikelnummer:

Name:

Zusätzliches Lösungsblatt 1:

Matrikelnummer:

Name:

Zusätzliches Lösungsblatt 2: