Prüfung

Prof. Dr.-Ing. J. Becker

Digitaltechnik

SS 2007

Institut für Technik der Informationsverarbeitung, Universität Karlsruhe

1
2
3
4
5
6
7
Σ

Klausur

Di., 31.7.2007

Lösungsblätter

Hinweise zur Klausur

Hilfsmittel

Als Hilfsmittel zur Prüfung sind vier Seiten vorgegebene und **zwei Seiten** selbst geschriebene Formelsammlung zugelassen. Nicht erlaubt hingegen ist die Verwendung eines Taschenrechners, zusätzliche Unterlagen und jegliche Kommunikation mit anderen Personen.

Prüfungsdauer

Die Prüfungsdauer beträgt 120 Minuten.

Prüfungsunterlagen

Die Prüfungsunterlagen bestehen aus insgesamt 26 Seiten Aufgabenblättern (einschließlich diesem Titelblatt).

Bitte vermerken Sie vor der Bearbeitung der Aufgaben auf jeder Seite oben Ihren Namen, auf der ersten Seite zusätzlich die Matrikelnummer!

Auf jedes zusätzliche Lösungsblatt ist neben dem Namen auch die Aufgaben- und die Seitennummer mit einzutragen. Vermeiden Sie das Beschreiben der Rückseiten.
Am Ende der Prüfung sind die 26 Seiten Aufgaben- und Lösungsblätter und alle verwendeten zusätzlichen Lösungsblätter abzugeben.
Verwenden Sie zum Bearbeiten der Aufgaben lediglich dokumentenechte Schreibgeräte – keinen Bleistift sowie Rotstifte!

Aufgabe 1 Allgemeines

Aufgabe 1.1 Allgemeine Fragen

Beantworten Sie folgende Fragen:

A) Was ist der Unterschied zwischen Top-Down Entwurf und Bottom-Up Entwurf? Welche der beiden Möglichkeiten wird beim Entwurf digitaler Systeme heute meistens angewendet?

Top-Down Entwurf: Ausgangspunkt ist die Systembeschreibung (Spezifikation). Während des Entwurfs bewegt man sich auf den Abstraktionsebenen abwärts (von der Spezifikation aus zur physikalischen Umsetzung hin)

Bottom-Up Entwurf: Ausgangspunkt ist die verfügbare Technologie. Komponenten werden in der Technologie optimal gestaltet. Man bewegt sich im Entwurf die Abstraktionsebenen aufwärts (vom physikalischen System aus zur Systembeschreibung hin)

Beim Entwurf digitaler Schaltungen wird fast ausschließlich der Top-Down Entwurf verwendet.

B) Wieviele Fehler n können mit einem Code der eine minimale Hamming-Distanz von $HDmin=5$ besitzt, erkannt und korrigiert werden?

n=(HDmin-1)/2

⇨ n = 2

.

C) Wieviele Binärstellen sind mindestens nötig um 7 Zeichen zu codieren (ohne Fehlererkennung)?

ld(7) = 2,80735….

3 Binärstellen sind notwendig.

D) Welche Anzahl an zusätzlichen Bits wird benötigt, um die minimale binäre Darstellung von 7 Zeichen zu erkennen und zu korrigieren, wenn maximal 2 Fehler auftreten können?

Mit Lösung von Teilaufgabe B), Teilaufgabe C) und dem Diagramm aus dem Formelblatt folgt:

Anzahl zusätzlich benötigter Bits: 6

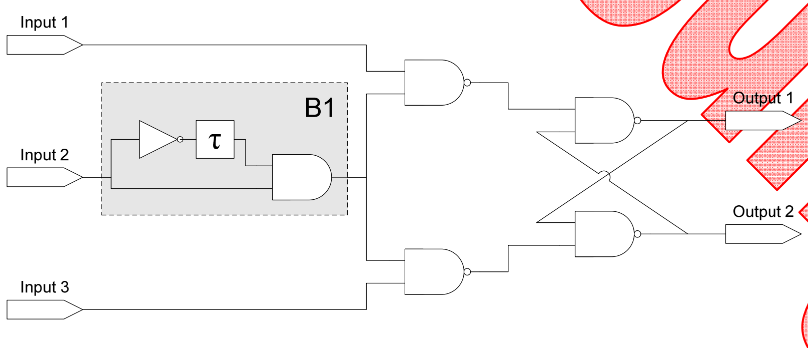
E) Was ist die grundlegende Eigenschaft des Gray Codes?

Er ist einschrittig (Hammingdistanz von 1)

F) Welchen Vorteil bietet die Verwendung des Gray Codes bei der Digitalwandlung eines stetigen analogen Signals?

Beim Übergang eines digital darstellbaren Messbereichs in den daran anschließenden Messbereich, kann es nicht zu zweideutigen Digitalsignalen kommen, da sich maximal ein einziges Bit des Digitalsignals ändert.

G) Welches digitale Funktionselement ist in folgender Abbildung dargestellt?



Flankengesteuertes RS Flip-Flop.

H) Welche Funktion hat Logikblock B1 in der obigen Darstellung?

Erkennung einer steigenden Signalflanke an INPUT 1 (rising clock detection).

I) Erläutern Sie in Stichworten die Eigenschaften der folgenden Signale.

a) zeitkontinuierliches, wertdiskretes Signal

Das Signal kann zu einem beliebigen Zeitpunkt feste Werte (zwischen gegebenen Minimal- und Maximalgrenzen) einnehmen.

b) kontinuierliches Signal

Das Signal kann zu einem beliebigen Zeitpunkt beliebige Werte (zwischen gegebenen Minimal- und Maximalgrenzen) einnehmen.

c) zeitdiskretes, wertdiskretes Signal

Das Signal kann zu festen Zeitpunkten, feste Werte (zwischen gegebenen Minimal- und Maximalgrenzen) einnehmen.

d) zeitdiskretes, wertkontinuierliches Signal

Das Signal kann zu festen Zeitpunkten beliebige Werte (zwischen gegebenen Minimal- und Maximalgrenzen) einnehmen.

J) Welche der oben genannten Signale werden als Digitalsignale bezeichnet?

Signal a) und Signal c).

Aufgabe 1.2 Boolesche Algebra

A) Zeigen Sie durch algebraische Umformung, dass folgender Ausdruck gilt (geben Sie angewendete Regeln an):

$$f(a,b,c) = (a \bullet b + c) \oplus \left[(b+c) \bullet \overline{a}\right]$$

$= (a \cdot b + c) \oplus \left[\overline{a} \cdot b + \overline{a} \cdot c\right]$; (H3)

$= \overline{(a \cdot b + c)} \cdot (\overline{a} \cdot b + \overline{a} \cdot c) + (a \cdot b + c) \cdot \overline{\left[\overline{a} \cdot b + \overline{a} \cdot c\right]}$; (Antivalenz)

$= \left[(\overline{a} + \overline{b}) \cdot \overline{c}\right] \cdot (\overline{a} \cdot b + \overline{a} \cdot c) + (a \cdot b + c) \cdot \left[(\overline{\overline{a}} + \overline{b}) \cdot (\overline{\overline{a}} + \overline{c})\right]$; (R12)

$= (\overline{a} \cdot \overline{c} + \overline{b} \cdot \overline{c}) \cdot (\overline{a} \cdot b + \overline{a} \cdot c) + (a \cdot b + c) \cdot \left[(a + \overline{b}) \cdot (a + \overline{c})\right]$; (H3 und R9)

$= \left(\overline{a} \cdot \overline{c}(\overline{a} \cdot b + \overline{a} \cdot c) + \overline{b} \cdot \overline{c}(\overline{a} \cdot b + \overline{a} \cdot c)\right)$

$+ (a \cdot b + c) \cdot \left[a(a + \overline{c}) + \overline{b}(a + \overline{c})\right]$; (H3)

$= \left(\overline{a} \cdot \overline{c}(\overline{a} \cdot b) + (0+0)\right) + (a \cdot b + c) \cdot \left[a + \overline{b} \cdot \overline{c}\right]$; (R8b, R11)

$= (\overline{a} \cdot b \cdot \overline{c}) + \left(a \cdot b(a + \overline{b} \cdot \overline{c}) + c(a + \overline{b} \cdot \overline{c})\right)$; (H4)

$= (\overline{a} \cdot b \cdot \overline{c}) + (a \cdot b + 0 + a \cdot c + 0)$

$= \overline{a} \cdot b \cdot \overline{c} + a \cdot b + a \cdot c$; (R8)

$= \overline{a} \cdot b \cdot \overline{c} + a \cdot b \cdot (c + \overline{c}) + a \cdot c$

$= \overline{a} \cdot b \cdot \overline{c} + a \cdot b \cdot c + a \cdot b \cdot \overline{c} + a \cdot c$; (R8a)

$= (\overline{a} + a) \cdot b \cdot \overline{c} + a \cdot b \cdot c + a \cdot c = b \cdot \overline{c} + (a \cdot b \cdot c + a \cdot c)$; (R8a)

$= b \cdot \overline{c} + a \cdot c$; (Absorption)

$$= a \bullet c + b \bullet \overline{c}$$

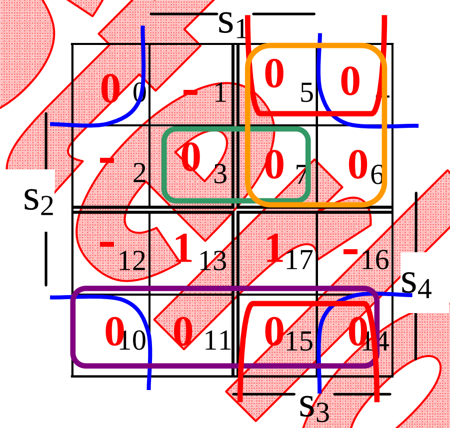
Aufgabe 2 Minimierung

Für eine unvollständig definierte Schaltfunktion ***G*** sei die Menge der Einsstellen (E) und die Menge der Freistellen (F) in **dezimaler** Indizierung wie folgt gegeben. Mit Hilfe des Nelson-Verfahrens sollen nun alle Primimplikanten der Funktion ermittelt werden.

$E=\{11, 15\}$

$F=\{1, 2, 10, 14\}$

A) Tragen Sie hierzu zunächst die Eins-, Null- und Freistellen in folgendes Symmetriediagram ein.



B) Bilden Sie die Nullblocküberdeckung **$\tau_0(s_1,s_2,s_3,s_4)$** der Funktion ***G.*** (Freistellen werden hierzu nicht genutzt)

$$\tau_0\,(s_1,s_2,s_3,s_4) = \{(0,0,-,-),(-,0,-,1),(1,1,-,0),$$
$$(-,-,1,0),(-,0,1,-)\}$$

C) Bilden Sie nun die Einsvervollständigung ***g^E***:

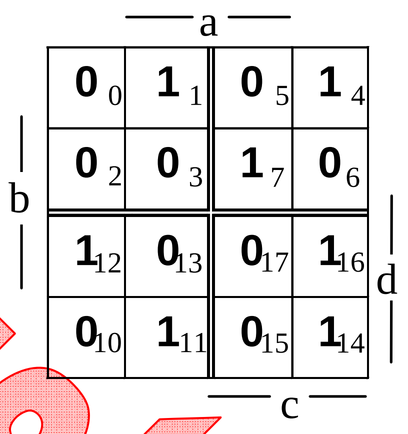
$$g^E = (s_1+s_2)\cdot(s_2+\overline{s_4})\cdot(\overline{s_1}+\overline{s_2}+s_4)\cdot(\overline{s_3}+s_4)\cdot(s_2+\overline{s_3})$$

D) Distribuieren Sie nun schrittweise den in Teil C) gefundenen Ausdruck aus. Formen Sie dabei geeignet um und streichen Sie alle redundanten Terme bzw. Termanteile. Geben Sie anschließend alle gefundenen Primimplikanten an. Verwendete Umformungsregeln müssen nicht angegeben werden.

$$
\begin{aligned}
f_E &= (s_1 + s_2)\cdot(s_2 + \overline{s_4})\cdot(\overline{s_1} + \overline{s_2} + s_4)\cdot(\overline{s_3} + s_4)\cdot(s_2 + \overline{s_3}) \\
&= (s_1(s_2 + \overline{s_4}) + s_2(s_2 + \overline{s_4}))\cdot(\overline{s_1}(\overline{s_3} + s_4) + \overline{s_2}(\overline{s_3} + s_4) + s_4(\overline{s_3} + s_4))\cdot(s_2 + \overline{s_3}) \\
&= (\cancel{s_1 s_2} + s_1\overline{s_4} + s_2\cancel{s_2} + \cancel{s_2\overline{s_4}})\cdot(\overline{s_1}\,\overline{s_3} + \overline{s_1}s_4 + \overline{s_2}\,\overline{s_3} + \overline{s_2}s_4 + \overline{s_3}s_4 + s_4\cancel{s_4})\cdot(s_2 + \overline{s_3}) \\
&= (s_1\overline{s_4} + s_2)\cdot(\overline{s_1}\,\overline{s_3}(s_2 + \overline{s_3}) + \overline{s_2}\,\overline{s_3}(s_2 + \overline{s_3}) + s_4(s_2 + \overline{s_3})) \\
&= (s_1\overline{s_4} + s_2)\cdot(\cancel{\overline{s_1}s_2\overline{s_3}} + \overline{s_1}\,\overline{s_3}\,\cancel{\overline{s_3}} + \cancel{s_2\overline{s_2}\,\overline{s_3}} + \overline{s_2}\,\overline{s_3}\,\cancel{\overline{s_3}} + s_2 s_4 + \overline{s_3}s_4) \\
&= (s_1\overline{s_4} + s_2)\cdot(\overline{s_1}\,\overline{s_3} + \overline{s_2}\,\overline{s_3} + s_2 s_4 + \overline{s_3}s_4) \\
&= (\overline{s_1}\,\overline{s_3}(s_1\overline{s_4} + s_2) + \overline{s_2}\,\overline{s_3}(s_1\overline{s_4} + s_2) + s_2 s_4(s_1\overline{s_4} + s_2) + \overline{s_3}s_4(s_1\overline{s_4} + s_2)) \\
&= \cancel{s_1\overline{s_1}\,\overline{s_3}\,\overline{s_4}} + \overline{s_1}s_2\overline{s_3} + s_1\overline{s_2}\,\overline{s_3}\,\overline{s_4} + \cancel{s_2\overline{s_2}\,\overline{s_3}} + \cancel{s_1 s_2 s_4\overline{s_4}} + \cancel{s_2}s_2 s_4 + \cancel{s_1\overline{s_3}s_4\overline{s_4}} + \cancel{s_2\overline{s_3}s_4} \\
&= \cancel{\overline{s_1}s_2\overline{s_3}} + \cancel{s_1\overline{s_2}\,\overline{s_3}\,\overline{s_4}} + s_2 s_4
\end{aligned}
$$

Aufgabe 2.1 Verfahren nach Petrick

Gegeben sei folgendes Symmetriediagramm der Schaltfunktion ***K***:



A) Das Nelson-Verfahren lieferte dabei die in der obigen Abbildung bereits eingetragenen Terme. Vervollständigen Sie nun die folgende Überdeckungstabelle. Bilden Sie die Kostenfunktionswerte für die Primterme, indem Sie die Variablen ***a*** mit „**1**“ und die Variablen ***b***, ***c*** und ***d*** mit „**2**“ bewerten.

Präsenz-variable		Nullstellen (oktale Indizes) 0	2	3	5	6	10	13	15	17	Kosten
p_1	$d+c+a$	X	X								5
p_2	$c+b+a$	X					X				5
p_3	$d+c+\overline{b}$		X	X							6
p_4	$d+\overline{b}+a$		X			X					5
p_5	$c+\overline{b}+\overline{a}$			X				X			5
p_6	$\overline{c}+b+\overline{a}$				X				X		5
p_7	$\overline{d}+\overline{b}+\overline{a}$							X		X	5
p_8	$\overline{d}+\overline{c}+\overline{a}$								X	X	5

Tabelle 1

B) Ermitteln Sie nun die Kernimplikate aus Tabelle 1, indem Sie zunächst die Spaltendominanzen ausnutzen. Markieren Sie die Kernimplikate durch einen Kreis. Streichen Sie alle Zeilen, die von den ermittelten Kernimplikaten bereits vollständig überdeckt werden.

C) Tragen Sie das im Aufgabenteil B) ermittelte Zwischenergebnis als Resttabelle in die ***Tabelle 2*** ein (ordnen Sie dabei die verbleibenden oktalen Indizes wiederum aufsteigend an):

Präsenz-variable		Nullstellen (oktale Indizes)										Kosten
		3	13	17								
p_3	$d+c+\bar{b}$	X										6
p_5	$c+\bar{b}+\bar{a}$	X	X									5
p_7	$\bar{d}+\bar{b}+\bar{a}$		X	X								5
p_8	$\bar{d}+\bar{c}+\bar{a}$			X								5

Tabelle 2

D) Nutzen Sie nun die Zeilendominanzen, um redundante Zeilen zu streichen und somit eine kostenminimale Realisierung der Schaltfunktion ***G*** zu erhalten. Streichen Sie dazu zuerst alle dominierten Zeilen und danach erst die durch die dominierenden Zeilen überdeckten Maxterme. Welche Kosten entstehen bei der von Ihnen ermittelten Realisierung? Geben Sie die somit benötigten Präsenzvariablen p_n und die zugehörige KMF an.

benötigte Präsenzvariablen: p_2, p_4, p_5, p_6, p_7

Kosten der Realisierung: 5+5+5+5+5 = 25

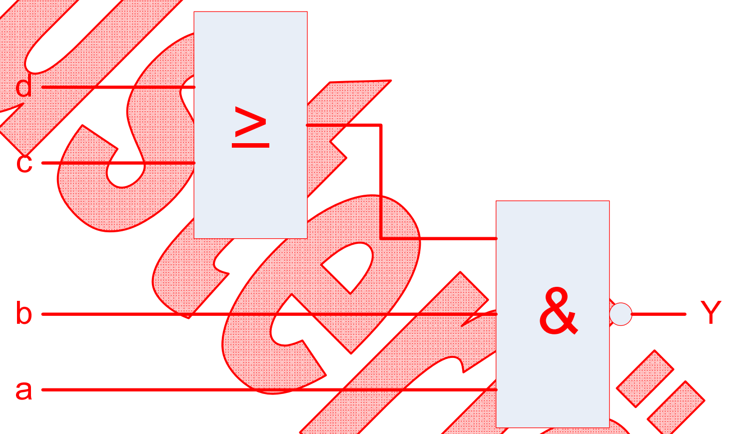
zugehörige KMF: $(\bar{c}+b+\bar{a})\cdot(d+\bar{b}+a)\cdot(c+b+a)\cdot(c+\bar{b}+\bar{a})\cdot(\bar{d}+\bar{b}+\bar{a})$

Aufgabe 3 CMOS-Schaltnetze

Als Ingenieur einer Halbleiterfirma sind Sie verantwortlich für den Entwurf einer Standardzellenbibliothek. Ihre Aufgabe besteht in dem Entwurf eines OAI211 Gatters, welches die folgende Funktion realisiert.

$$Y = \overline{a \,\&\, b \,\&\, (c \vee d)}$$

A) Erstellen Sie zunächst den Strukturausdruck für das obige Gatter.

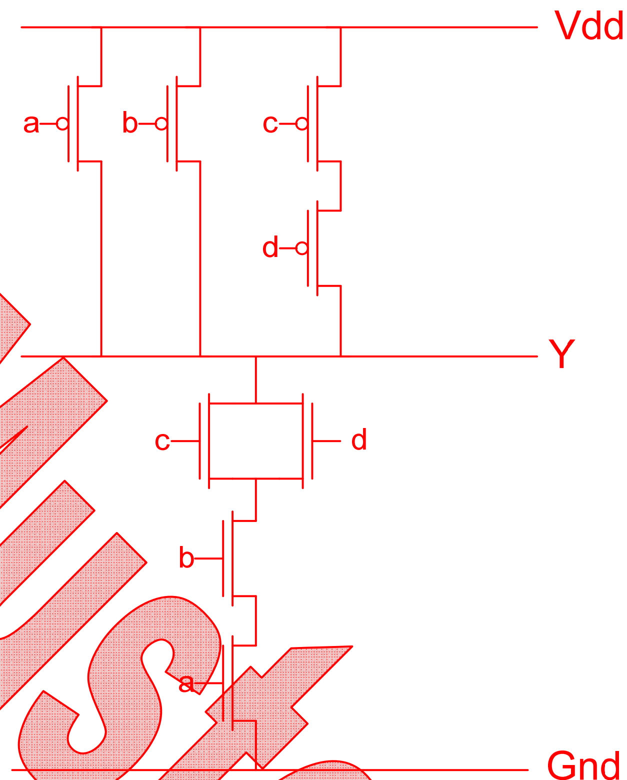


B) Ermitteln Sie für die oben gebende Funktion die Pull-Up-Funktion F.

$$Y = F = \overline{a \,\&\, b \,\&\, (c \vee d)}$$
$$= \bar{a} \vee \bar{b} \vee (\bar{c} \,\&\, \bar{d})$$

C) Bestimmen Sie nun die Pull-Down-Funktion G. Zeichnen Sie anschließend das vollständige Pull-Up- als auch das Pull-Down-Netz des CMOS Schaltkreises.

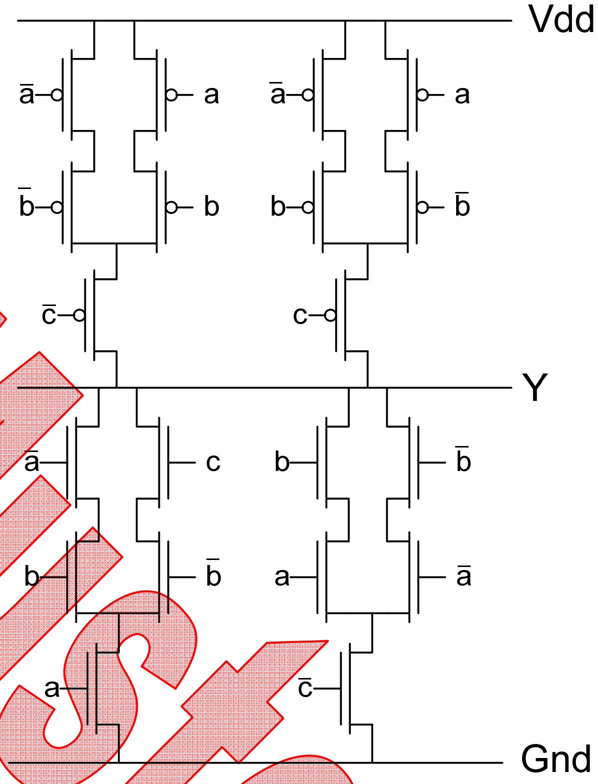
$$G = \overline{F} = \overline{\overline{a \,\&\, b \,\&\, (c \vee d)}} = a \,\&\, b \,\&\, (c \vee d)$$



D) Als leitender Ingenieur haben Sie darüber hinaus die Aufgabe sicherzustellen, dass Standardzellenentwürfe die ihrer Arbeitsgruppe entstammen, fehlerfrei für die nächsten Verarbeitungsschritte zur Verfügung gestellt werden.

Ein Kollege ihrer Arbeitsgruppe hat ihnen hierzu einen Entwurf eines XOR3 Gatters – ein XOR Gatter mit 3 Eingängen – zukommen lassen.

Überprüfen Sie die nachstehende Schaltung auf Vollständigkeit bzw. Kurzschlüsse.



Für die Vollständigkeit muss gelten:

$$F \vee G = 1$$

$$\begin{aligned} F \vee G &= (abc \vee \bar{a}\bar{b}c \vee \bar{a}b\bar{c} \vee a\bar{b}\bar{c}) \vee (a\bar{a}b \vee ac\bar{b} \vee ab\bar{c} \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c}) \\ &= c(ab \vee \bar{a}\bar{b} \vee a\bar{b}) \vee \bar{c}(\bar{a}b \vee a\bar{b} \vee ab \vee \bar{a}\bar{b}) \\ &= c(a \vee \bar{a}\bar{b}) \vee \bar{c} \\ &= ca \vee c\bar{a}\bar{b} \vee \bar{c} \end{aligned}$$

Für die Kurzschlussfreiheit muss gelten:

$$F \,\&\, G = 0$$

$$\begin{aligned} F \,\&\, G &= (abc \vee \bar{a}\bar{b}c \vee \bar{a}b\bar{c} \vee a\bar{b}\bar{c}) \,\&\, (a\bar{a}b \vee ac\bar{b} \vee ab\bar{c} \vee \bar{a}\bar{b}\bar{c}) \\ &= 0 \end{aligned}$$

Die Schaltung enthält zwar keine Kurzschlüsse, ist aber unvollständig und somit nicht wohldefiniert.

Aufgabe 4 Zahlensysteme

A) Vervollständigen Sie die Tabelle 3, indem Sie die offenen Felder durch Konvertierung ergänzen.

Dezimal	Binär	Oktal	Hexadezimal
747_D	1011101011_B	1353_O	$2EB_H$
911_D	1110001111_B	1617_O	$38F_H$
128_D	10000000_B	200_O	80_H
53_D	110101_B	65_O	35_H

Tabelle 3

B) Wandeln Sie die im IEEE 754-Gleitkommaformat gegebene Hexadezimalzahl $3EA00000_H$ in eine Dezimalzahl um. Geben Sie alle Rechenschritte an.

Lösung: $(-1)^s$ x (Mantisse) x 2^E

Die Binärzahl lautet: 0011 1110 1010 0000 0000 0000 0000 0000

Exponent: 01111101_B => $125_D - 127_D = -2_D$

Mantisse : $01000000000000000000000_B$ => $1.01000000000000000000000_B$ = 1.25_D

Vorzeichen : s = 0

Ergebnis : 1x 1.25 x 2^{-2} = 0.3125_D

C) Addieren Sie die im Dezimalsystem gegebenen Zahlen 6789_D und 5492_D im BCD Code. Stellen Sie ihren Lösungsweg – inklusive eventuell notwendiger Korrekturschritte - ausführlich dar.

	BCD Code				Dezimalsystem
	0110	0111	1000	1001	6789
	0101	0100	1001	0010	+5492
	1011	1100	0001	1011	
Korrektur wegen:	Ps.	Ps.	Üb.	Ps.	
	1011	1100	0001	1011	
	0110	0110	0110	0110	
	1 0010	0010	1000	0001	12281

D) Subtrahieren Sie die im Dezimalsystem gegebene Zahl 241_D von 211_D. Führen Sie diese Rechnung im binären Zahlensystem durch! Stellen Sie ihren Lösungsweg – inklusive aller notwendigen Schritte - ausführlich dar. Geben Sie anschließend das Ergebnis im dezimalen Zahlensystem an.

$211_D – 241_D$:

$123_D = 11010011_B$; $241_D = 11110001_B$

$–241_D$: Zweierkomplementdarstellung : $0000\ 1110_B + 1_B = 0000\ 1111_B$

Addieren des Zweierkomplements von $–241_D$ zu 211_D:

	1	1	0	1	0	0	1	1
+	0	0	0	0	1	1	1	1
			1	1	1	1	1	
	1	1	1	0	0	0	1	0

Das Ergebnis ist negativ! Den Betrag des Ergebnisses erhält man durch bilden des Zweierkomplements des Ergebnisses

$00011101_B + 1_B = 00011110_B$

Das Endergebnis lautet somit -30_D.

Aufgabe 5 Mengen & Relationen

Aufgabe 5.1 Multiple Choice

A) Geben Sie für die nachstehenden Aussagen an, ob sie wahr oder falsch sind. Die Nichtbeantwortung wird als fehlerhafte Antwort gewertet.

Aussage	Wahr	Falsch
Die Mächtigkeit der Vereinigung paarweise disjunkter Mengen ist gleich der Summe der Mächtigkeiten der Einzelmengen.	☒	☐
Die leere Menge ist Teilmenge jeder Menge.	☒	☐
Die leere Menge ist die einzige Menge, die gleich ihrer Potenzmenge ist.	☐	☒
Eine Relation kann nur entweder symmetrisch oder antisymmetrisch sein, niemals beides gemeinsam.	☐	☒
Eine Relation kann nur entweder reflexiv oder antireflexiv sein, niemals beides gemeinsam.	☒	☐

Aufgabe 5.2 Relationen

A) Geben Sie die definierenden Eigenschaften einer Verträglichkeitsrelation an.

reflexiv, symmetrisch, nicht transitiv

B) Was versteht man unter dem „Überdeckungsproblem“?

Das Überdeckungsproblem für eine Grundmenge G beschreibt die Problematik, eine Menge von Teilmengen von G zu finden, deren Vereinigung ganz G ergibt und die jeweils die Eigenschaft haben, dass ihre Elemente paarweise die Verträglichkeitsrelation erfüllen.

C) Was unterscheidet eine Ordnungsrelation von einer strenge Ordnungsrelation?

Eine Ordnungsrelation ist reflexiv, eine strenge Ordnung dagegen antireflexiv.

Aufgabe 5.3 Mengen

Gegeben sind die folgenden Mengen:

$A = \{ x \mid x \text{ ist reelle Zahl}, x^2+1 = 0\}$

$B = \{ 2, 4, 6, 8, \ldots.\}$

$C = \{ n \mid n \text{ ist natürliche Zahl}, n \bmod 2 = 1\}$

$D = \{1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, \ldots.\}$

$E = \{2, 3, 5, 9 \}$

$F = \{a, x, p\}$

A) G eben Sie die Menge A in einer anderen Schreibweise an.

$A = \{\} = \emptyset$

B) Geben Sie die Mengen $B \cup C$ und $B \cap C$ an.

$B \cup C = N$ (Menge der nat. Zahlen), $B \cap C = \emptyset$

C) Sind die Mengen C und D gleich mächtig? Falls nicht, welche ist mächtiger? Begründen Sie Ihre Antwort!

C und D sind gleich mächtig (abzählbar unendlich, also bijektiv auf N abbildbar).

D) Geben Sie das kartesische Produkt E × F der Mengen E und F an.

{(2,a), (2,x), (2,p), (3,a), (3,x), (3,p), (5,a), (5,x), (5,p), (9,a), (9,x), (9,p)}

E) Wie berechnet man allgemein die Mächtigkeit des kartesischen Produkts von Mengen aus den Kardinalitäten der Einzelmengen?

Die Mächtigkeit des kart. Produkts ist gleich dem Produkt der Mächtigkeit der Einzelmengen.

Aufgabe 6 Automaten

Aufgabe 6.1 Zustandsdiagramm

Ein Automat soll bei seriellem Empfang einer Bitfolge eine Mustererkennung durchführen. Es wird immer nur das aktuell empfangene Bit überprüft. Nach jedem Zustandswechsel steht das folgende Bit b_{i+1} zur Verfügung.

Nachdem die Bitfolge „1011“ empfangen wurde, wird mit dem Empfang des letzten Bits des Musters einen Takt lang die korrekte Erkennung des Musters mit Q=“1“ signalisiert. Überlappende Bitmuster (1011011) sollen nicht erkannt und signalisiert werden! Der Automat verfügt über einen priorisierten Reset-Eingang *rst* über den er jederzeit zurückgesetzt werden kann.

Folgende Eingabevariablen stehen zur Verfügung:

rst = 0/1; kein Reset / Automat wird in den Grundzustand übergeführt
b = 0/1; Wert des aktuell anliegenden Bits des sequentiellen Bitstroms

Folgende Ausgangsvariable steht zur Verfügung:

Q = 0/1; kein gültiges Muster vollständig erkannt / gültiges Muster vollständig erkannt

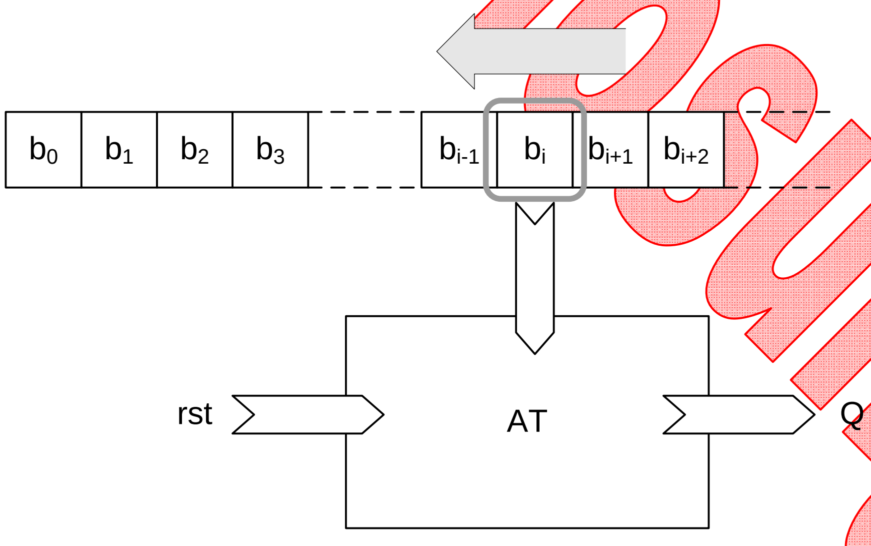


Abbildung 1: Funktionsbild der Musterkennung

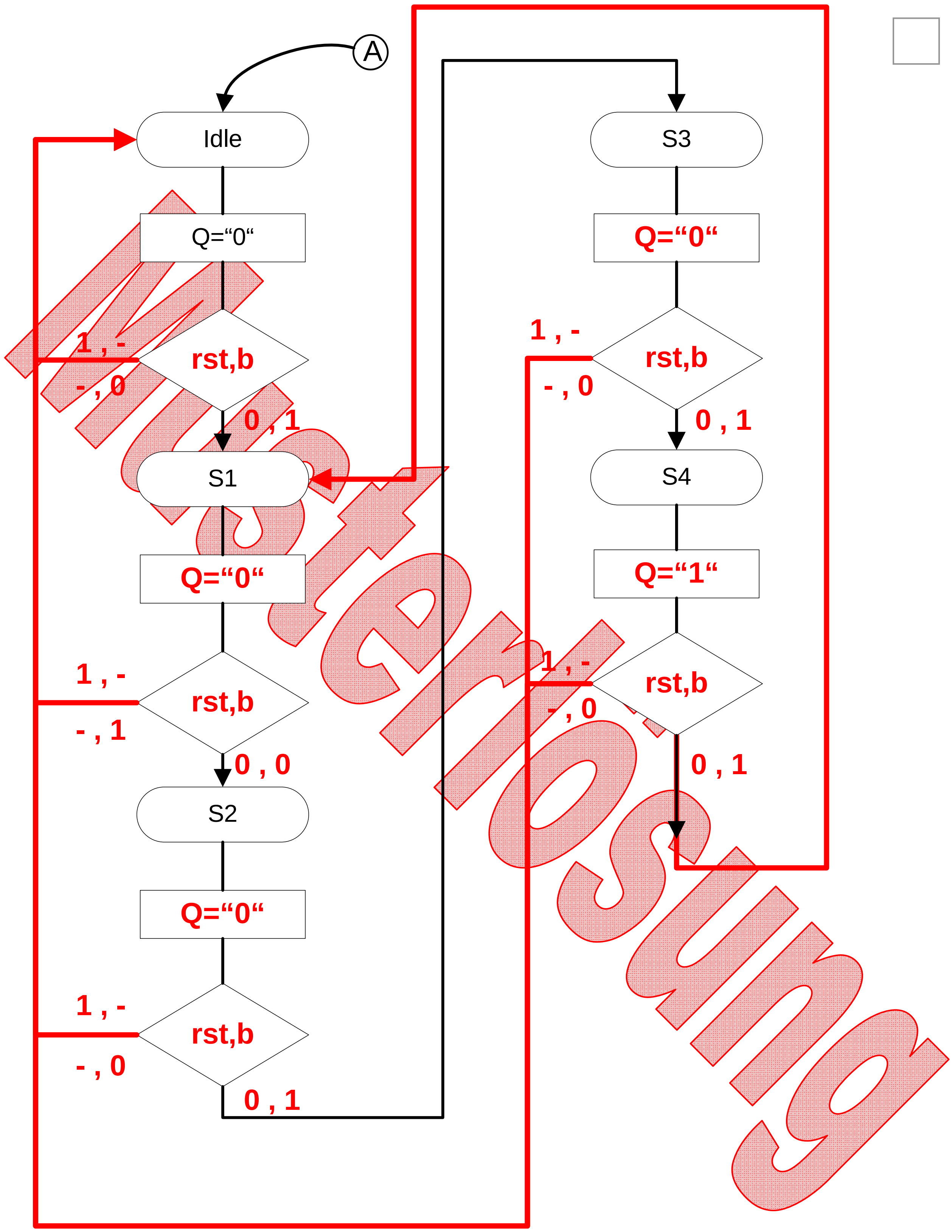

A
Idle
Q=“0“
rst,b
1 , -
- , 0
0 , 1
S1
Q=“0“
rst,b
1 , -
- , 1
0 , 0
S2
Q=“0“
rst,b
1 , -
- , 0
0 , 1
S3
Q=“0“
rst,b
1 , -
- , 0
0 , 1
S4
Q=“1“
rst,b
1 , -
- , 0
0 , 1
Musterlösung

Abbildung 2

A) Vervollständigen Sie in Abbildung 2. das Ablaufdiagramm eines endlichen Automaten Fügen Sie nur die minimale Anzahl benötigter Zuständen hinzu!

Verwenden Sie die Signale und deren Bezeichner aus oben gegebener Beschreibung des Automaten.

Aufgabe 6.2 Automatentheorie

A) Welchen Automatentyp repräsentiert das Ablaufdiagramm aus Abbildung 2? Begründen Sie Ihre Antwort.

Antwort: Es handelt sich um einen Moore-Automaten, da die Ausgabe nur vom Zustand abhängt.

B) Welche weiteren Automatentypen gibt es? Und worin unterscheiden Sie sich zu dem aus Aufgabe A)?

Mealy Automat: Seine Ausgabe hängt vom Zustand UND Eingabe ab.

Medwedew Automat: Die Kodierung des Zustandes entspricht gleichzeitig der Ausgabe. Bei Moore-Automaten kann die Ausgabe unabhängig von der Kodierung des Zustandes erfolgen

C) Ist es möglich die Mustererkennung aus Aufgabe A) mit den Automatentypen aus B) auszuführen? Bitte begründen Sie Ihre Antwort!

Mealy Automat: Ja / ein Moore Automat kann in einen äquivalenten Mealy Automat überführt werden indem die Ausgabe an den Übergang von einem Zustand in den nächsten gebunden wird.

Medwedew Automat: Nein / Über mehrere Zustände hinweg erfolgt eine identische Ausgabe (Q=“0“). Die Kodierung des Zustandes entspricht gleichzeitig der Ausgabe des Automaten. Damit müssten mehrere verschiedene Zustände eine identische Kodierung aufweisen.

Aufgabe 6.3 Erweiterter Automat

A) Ergänzen Sie in Abbildung 3 den endlichen Automaten so, dass auch überlappende Bitmuster (1011011) erkannt werden können. Die Signalisierung des korrekten Empfangs eines Musters erfolgt wieder mit dem letzten Bit des Bitmusters 1011! Fügen Sie nur die minimale Anzahl benötigter Zuständen hinzu!

Verwenden Sie die Signale und deren Bezeichner aus der gegebener Beschreibung des Automaten aus Aufgabe 6.1.

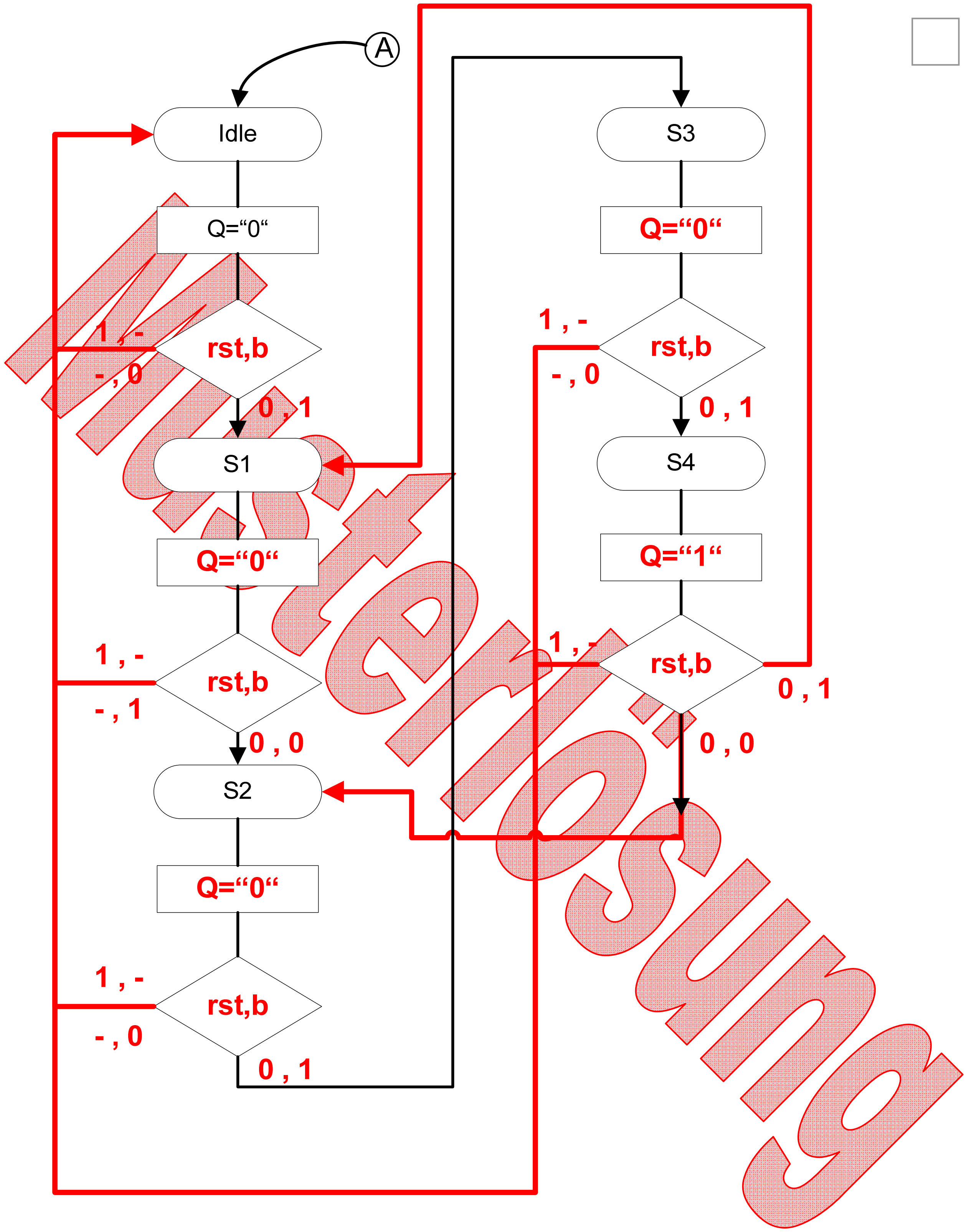
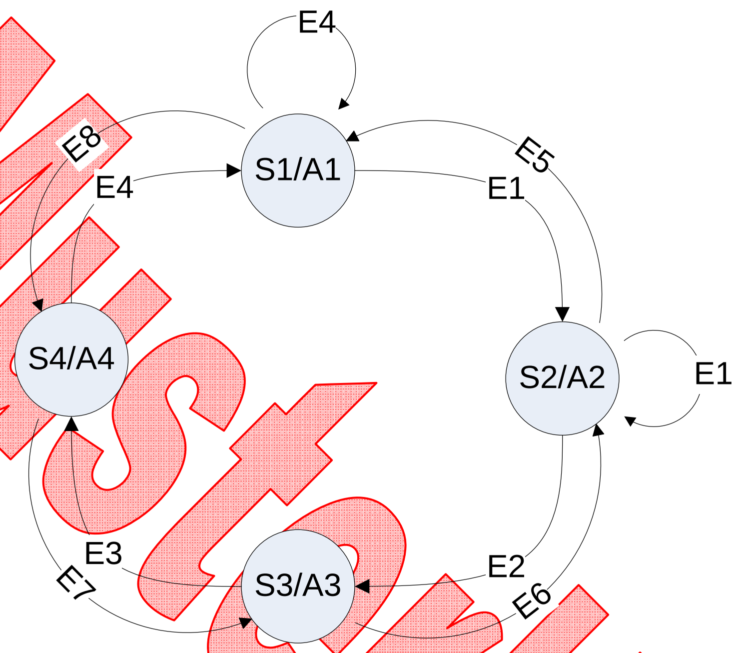

A
Idle
Q="0"
rst,b
1 , -
- , 0
0 , 1
S1
Q="0"
rst,b
1 , -
- , 1
0 , 0
S2
Q="0"
rst,b
1 , -
- , 0
0 , 1
S3
Q="0"
rst,b
1 , -
- , 0
0 , 1
S4
Q="1"
rst,b
1 , -
0 , 1
0 , 0
Musterlösung

Abbildung 3

Aufgabe 6.4 Technische Realisierung eines Automaten

Nachfolgend ist der Graph eines Automaten zur Dekodierung eines Quadratursignals gezeigt.



	in_1	in_0
E1, E6	0	1
E2, E7	1	1
E3, E8	1	0
E4, E5	0	0

	out_1	out_0
A1	0	0
A2	0	1
A3	1	0
A4	1	1

	q_1	q_0
S1	0	0
S2	0	1
S3	1	1
S4	1	0

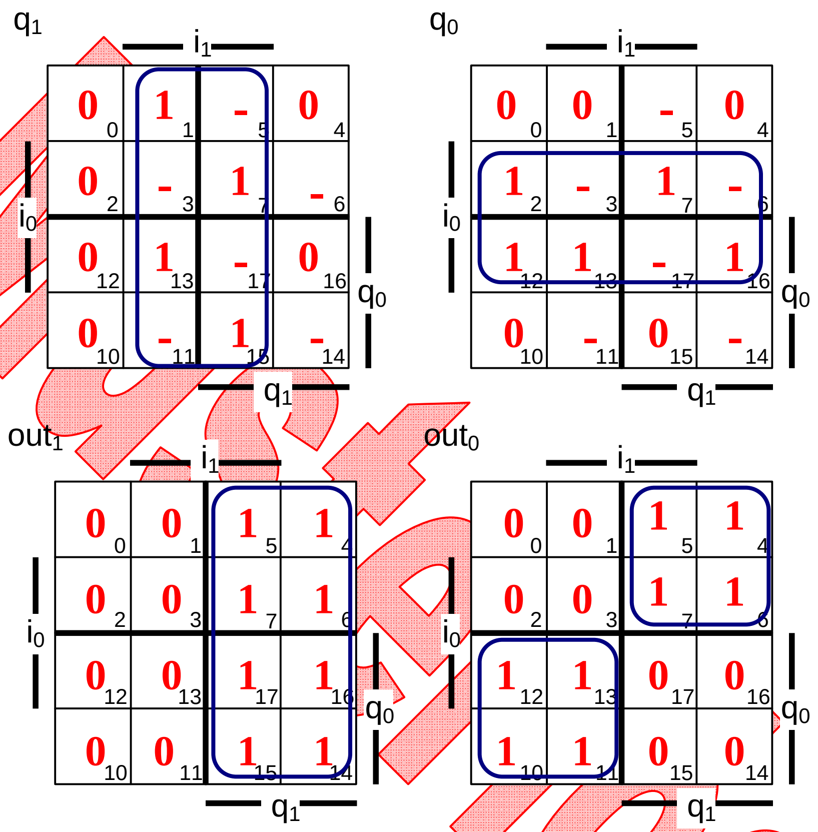
Abbildung 4

A) Füllen Sie die Ansteuertabelle aus, indem Sie die Zustandsübergänge aus dem Graphen (Abbildung 4) in die Tabelle übertragen. Eventuell nicht definierte Übergänge sind mit „*Don't Cares*“ zu belegen, Inputkombinationen die diese Übergänge erzeugen würden sind verboten.

Bestimmen Sie anschließend die notwendigen Werte zur Ansteuerung der T-FlipFlops und der D-FlipFlops.

in_1	in_0	q_1	q_0	q_1'	q_0'	out_1	out_0	q_1 T	q_0 T	q_1 D	q_0 D
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0
0	0	1	1	-	-	1	0	-	-	-	-
0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1
0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1
0	1	1	0	-	-	1	1	-	-	-	-
0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0
1	0	0	1	-	-	0	1	-	-	-	-
1	0	1	0	-	-	1	1	-	-	-	-
1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0
1	1	0	0	-	-	0	0	-	-	-	-
1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1
1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	-	-	1	0	-	-	-	-

B) Übertragen Sie die Ansteuerfunktion der D-Flipflops und die Ausgabefunktionen in die nachfolgenden Symmetrie-Diagramme.



C) Bilden Sie nun basierend auf den obigen Symmetrie-Diagrammen die disjunktive Minimalform (DMF). Tragen Sie hierzu zunächst die jeweilige Blocküberdeckung in das Symmetrie-Diagramm ein. Verfügen Sie eventuell enthaltene Freistellen so, dass Sie eine minimale Anzahl von Blöcken erhalten!

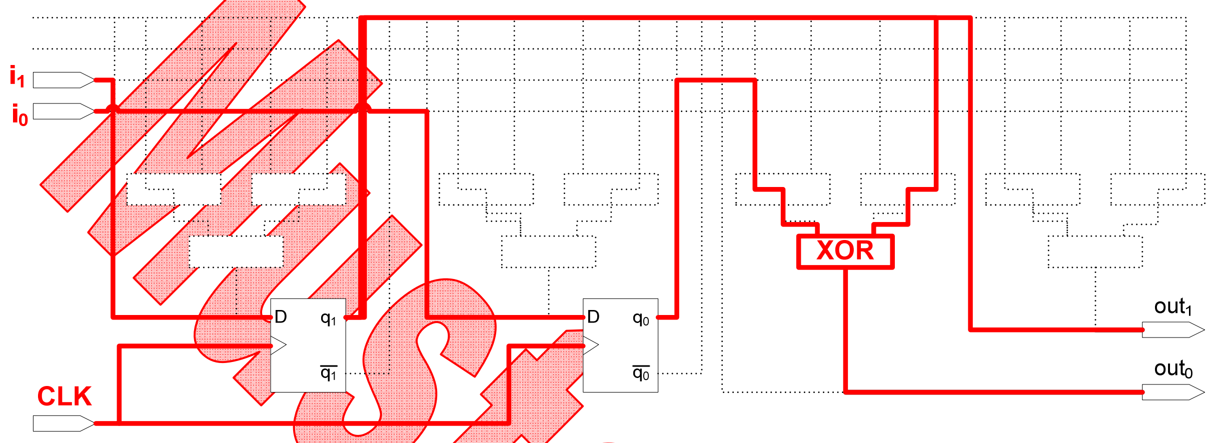
q_1 = i_1

q_0 = i_0

out_1 = q_1

out_0 = $q_1 \cdot \overline{q_0} + \overline{q_1} \cdot q_0$ oder $q_1 \oplus q_0$

D) Vervollständigen Sie den unten stehende Schaltplanvorlage mit Verbindungen und Gattern. Geben Sie eindeutige Namen für die verwendeten Signale und Gatter an. Verwenden Sie zum Zeichnen ausschließlich die vorgezeichneten Linien und Platzhalter!



ODER

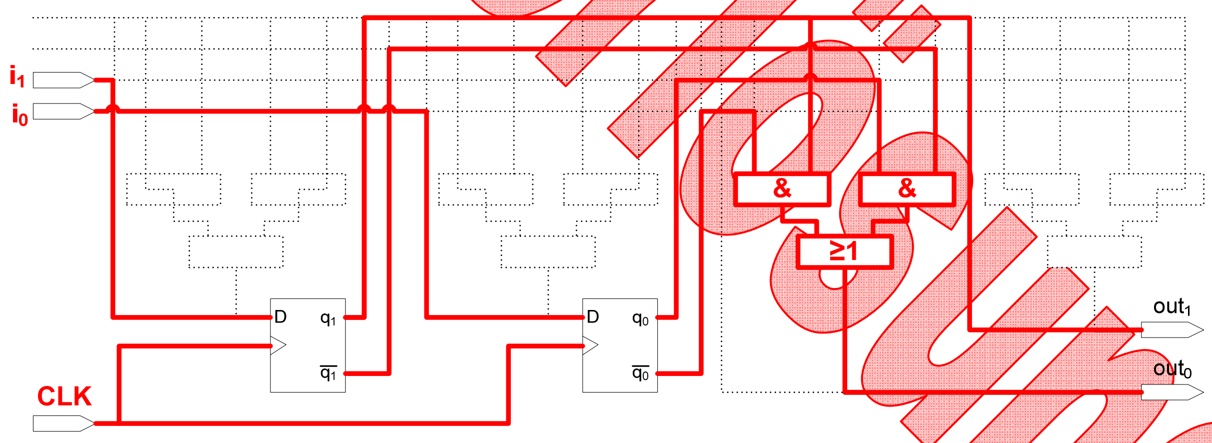


Abbildung 5

Aufgabe 7 Optimale Codes

In einem Angelverein im Großraum Karlsruhe wurde ein neuer Vorsitzender gewählt. In der nachfolgenden Tabelle ist die Stimmverteilung auf die verschiedenen Kandidaten gegeben.

Kandidat	Initialen	Anzahl der erhaltenen Stimmen
Adam, Robert	RA	21
Baer, Walther	WB	65
Bentz, Gernot	GB	29
Dietrich, Manuel	MD	22
Herweh, Frank	FH	10
Lemmer, Andreas	AL	270
Nagel, Günther	GN	28
Pfaff, Sandra	SP	20
Traub, Johannes	JT	74

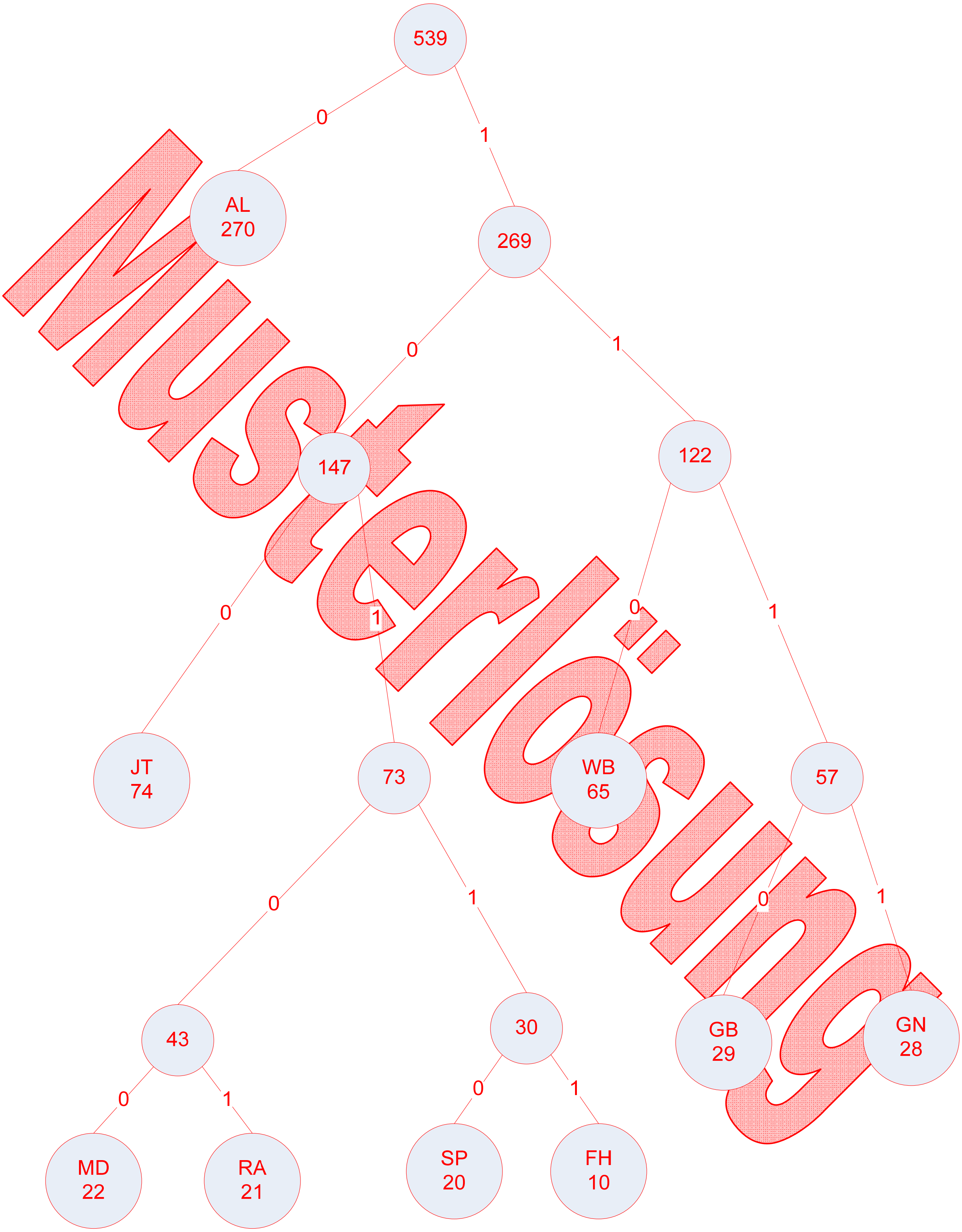
Tabelle 4

A) Bestimmen Sie für die in Tabelle 4 gegebene Verteilung eine Huffman-Codierung und tragen Sie diese in die offizielle Ergebnisliste (Tabelle 5) ein.

Zu berücksichtigende Hinweise zur Ermittelung der Huffman-Codierung:

- Benutzen Sie zur Kennzeichnung die Initialen der verschiedenen Kandidaten
- Sortieren Sie die Liste der Stimmenanzahl aufsteigend von rechts nach links.
- Auch hinzugefügte Knoten müssen (der Stimmenanzahl entsprechen) aufsteigend von rechts nach links aufsteigend sortiert werden.
- Weisen Sie den jeweils linken Ästen des entstehenden Baumes die „0“ zu, den jeweils rechten Ästen die „1“.

Lösungsblatt, Huffman Codierung:



Kandidat	Anzahl der erhaltenen Stimmen	Ermittelte Huffman-Codierung
Lemmer, Andreas (AL)	270	0 (1)
Traub, Johannes (JT)	74	100 (3)
Baer, Walther (WB)	65	110 (3)
Bentz, Gernot (GB)	29	1110 (4)
Nagel, Günther (GN)	28	1111 (4)
Dietrich, Manuel (MD)	22	10100 (5)
Adam, Robert (RA)	21	10100 (5)
Pfaff, Sandra (SP)	20	10110 (5)
Herweh, Frank (FH)	10	10111 (5)

Tabelle 5

B) Geben Sie die Formel zur Berechnung der mittleren Codewortlänge für die Codierung an. Berechnen Sie anschließend diesen Wert.

$$\overline{m} = \sum_{i=1}^{N} p(x_i) \cdot m(x_i)$$

= (270*1 + 74*3 + 65*3 + 29*4 +28*4 + 22*5 + 21*5 +20*5 + 10*5) / 539
= (270 + 222 + 195 + 116 + 112 + 110 + 105 + 100 + 50) / 539
= 1280 / 539
= 2,3748

C) Anhand welcher Quelleneigenschaft kann die Effizienz der gefundenen Huffman-Codierung beurteilt werden? Geben Sie deren Namen sowie deren formale Beschreibung an.

Die Entropie einer Quelle gibt das theoretische Maximum einer Komprimierung an und kann somit zur Beurteilung der Kodiereffizienz der gefunden Huffman-Codierung verwendet werden.

$$H = \sum_{i=1}^{N} p(i) * ld \frac{1}{p(i)}$$