

| | |
|--|----------|
|  <p style="text-align: center;">Prüfung</p> <p style="text-align: center;">Prof. Dr.-Ing. J. Becker</p> <p style="text-align: center;">Digitaltechnik</p> <p style="text-align: center;">SS 2008</p> <p style="text-align: center;">Institut für Technik der Informationsverarbeitung, Universität Karlsruhe</p> | 1 |
| | 2 |
| | 3 |
| | 4 |
| | 5 |
| | 6 |
| Klausur | 7 |
| Fr., 08.08.2008 | Σ |
| Lösungsblätter | |

Hinweise zur Klausur

Hilfsmittel

Als Hilfsmittel zur Prüfung sind vier Seiten vorgegebene und **zwei Seiten** selbst geschriebene Formelsammlung zugelassen. Nicht erlaubt hingegen sind die Verwendung eines Taschenrechners, zusätzliche Unterlagen und jegliche Kommunikation mit anderen Personen.

Prüfungsdauer

Die Prüfungsdauer beträgt 120 Minuten.

Prüfungsunterlagen

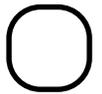
Die Prüfungsunterlagen bestehen aus insgesamt 24 Seiten Aufgabenblättern (einschließlich diesem Titelblatt und zusätzlicher Lösungsblätter).

Bitte vermerken Sie vor der Bearbeitung der Aufgaben auf jeder Seite oben Ihren Namen, auf der ersten Seite zusätzlich die Matrikelnummer!

Auf jedes zusätzliche Lösungsblatt ist neben dem Namen auch die Aufgaben- und die Seitennummer mit einzutragen. Vermeiden Sie das Beschreiben der Rückseiten.

Am Ende der Prüfung sind die 24 Seiten Aufgaben- und Lösungsblätter und alle verwendeten zusätzlichen Lösungsblätter abzugeben.

Verwenden Sie zum Bearbeiten der Aufgaben lediglich dokumentenechte Schreibgeräte – keinen Bleistift sowie Rotstifte!

**Aufgabe 1 Allgemeines****Aufgabe 1.1 Allgemeine Fragen**

A) Was wird durch die Entropie H einer Quelle angegeben?

B) Wieviele gemeinsame Elemente können zwei disjunkte Mengen maximal besitzen? Begründen Sie Ihre Antwort.

C) Wodurch zeichnet sich die kanonische Form einer Schaltfunktion aus?

D) Was versucht man durch das Anwenden des Petrickverfahren zu erhalten?

E) Kann ein Kernimplikant von anderen Primimplikanten vollständig überdeckt sein? Begründen Sie Ihre Antwort.

F) Kann ein 4:1 Multiplexer durch ausschließlich zwei 2:1 Multiplexer realisiert werden? Begründen Sie Ihre Antwort.

G) Wie groß muß der Speicher eines Automaten mindestens sein, um 6 Zustände realisieren zu können? Begründen Sie Ihre Antwort.

H) Sind Shannon-Fano-Codes äquivalent zu Huffman-Codes? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 1.2 Boolesche Algebra

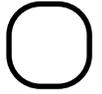
- A) Zeigen Sie durch algebraische Umformung dass folgender Ausdruck gilt (geben Sie verwendete Regeln an): $(b+c)(\bar{b}+\bar{c}) = b \oplus c$

- B) Gegeben sei nun folgende disjunktive Minimalform (DMF) der Funktion

$$f = \bar{a}\bar{b} + abd + bcd$$

Bilden Sie unter Zuhilfenahme des unten vorgegebenen S-Diagramms graphisch die konjunktive Minimalform (KMF) und geben Sie den algebraischen Ausdruck an.

| | | | | | |
|---|-------|----|----|----|---|
| | — a — | | | | |
| | 0 | 1 | 5 | 4 | |
| b | 2 | 3 | 7 | 6 | |
| | 12 | 13 | 17 | 16 | d |
| | 10 | 11 | 15 | 14 | |
| | — c — | | | | |



Aufgabe 2 Codes

Aufgabe 2.1 Polyadische Zahlensysteme

Eines der ersten Stellenwertsysteme zur Zahlendarstellung wurde von den Babyloniern entwickelt. Es handelt sich dabei um ein System zur Basis 60 (als Sexagesimalsystem bezeichnet), das sich noch heute in der Einteilung von Stunden und Minuten wiederfindet. Die einzelnen Stellen einer Zahl werden dabei durch Gruppierung von nur zwei verschiedenen Ziffern dargestellt:

 hat den Wert 1
 hat den Wert 10

Die Ziffer 42 wird also als



geschrieben. Eine Ziffer 0 gab es zunächst nicht; ersatzweise wurde dafür eine Lücke an der entsprechenden Stelle gelassen.

- A) Die Babylonier entwickelten dieses System vor ca. 5500 Jahren. Schreiben sie die Zahl 5500_{10} im babylonischen Stellenwertsystem und in babylonischen Schriftzeichen (pro Ziffer ein Kästchen!). Geben Sie die dazu nötigen Rechenschritte an.



| | | | |
|--|--|--|--|
| | | | |
|--|--|--|--|

- B) Die Ziffer 0 „erfanden“ die Babylonier erst, nachdem dieses Zahlensystem bereits ca.



Jahre in Gebrauch war. Diese Zahl soll im Hexadezimalsystem dargestellt werden. Führen sie die dazu notwendigen Rechenschritte komplett im Hexadezimalsystem aus.

Aufgabe 2.2 Blocksicherung

Eine wichtige Nachricht im 7-Bit-ASCII-Code soll für die Übertragung über eine fehleranfällige Strecke mit einer Blocksicherung mit doppelter Paritätsprüfung versehen werden.

- A) Sender und Empfänger haben sich auf gerade Parität und eine Blocklänge von sieben Zeichen geeinigt. Ergänzen sie den folgenden Datenblock entsprechend.

| Zeichen | Codeworte | | | | | | | Parität |
|----------|-----------|---|---|---|---|---|---|---------|
| F | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | |
| a | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | |
| l | | | | | | | | |
| s | | | | | | | | |
| c | | | | | | | | |
| h | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | |
| ! | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | |
| Prüfwort | | | | | | | | |

- B) Dieser Block wird nun spaltenweise mit einer Übertragungsrates von 64.000 bit/s übertragen. Wie lang darf eine Störung maximal dauern, damit sie sicher erkannt werden kann?

Bei einer weiteren Übertragung mit denselben Parametern wurde folgender Block empfangen:

| Zeichen | Codeworte | | | | | | | Parität |
|----------|-----------|---|---|---|---|---|---|---------|
| | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Prüfwort | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |

C) Offensichtlich war die Übertragung nicht fehlerfrei. Gehen Sie von der kleinstmöglichen Anzahl von Bitfehlern aus. Wie viele Bitfehler sind dann aufgetreten?

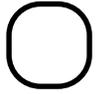
D) Um noch höhere Sicherheit gewährleisten zu können, wurden das Prüfwort und die Paritätsbits auf einem gesonderten störstärkeren Kanal übertragen. Ein Vergleich ergab, dass die oben angegebenen Prüf- und Paritätsbits korrekt sind. Markieren sie alle möglicherweise fehlerhaften Bits.

E) Geben Sie die Nachricht in der Tabelle im Klartext an. Fehlerhafte Zeichen schreiben Sie dabei so, wie sie empfangen wurden.

Aufgabe 2.3 Optimale Codes

A) Welchen Vorteil bringt die Verwendung unterschiedlich langer Codeworte innerhalb eines Codes (z.B. Shannon-Fano-Code)?

B) Was erfasst die Entropie einer Informationsquelle im Zusammenhang mit einem solchen Code, der für diese Quelle entworfen wurde?



Aufgabe 3 Mengen & Relationen

Aufgabe 3.1 Allgemeine Fragen

A) Wie wird die Menge aller Untermengen einer Menge M bezeichnet?

B) Ist die Knotenmenge zweier isomorpher Graphen immer gleich? Begründen Sie Ihre Antwort.

C) Enthält der Schnitt zweier disjunkter Mengen die leere Menge als Element? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 3.2 Relationen

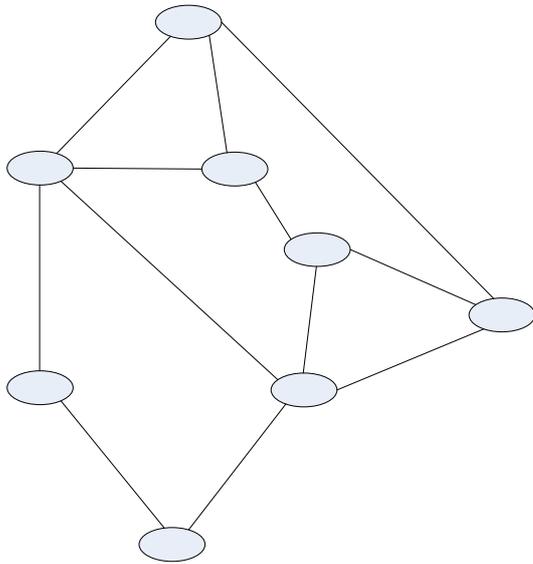
A) Geben Sie die definierenden Eigenschaften einer strengen Ordnungsrelation an.

B) Was muss ein Graph erfüllen, damit er „streng zusammenhängend“ heißt?

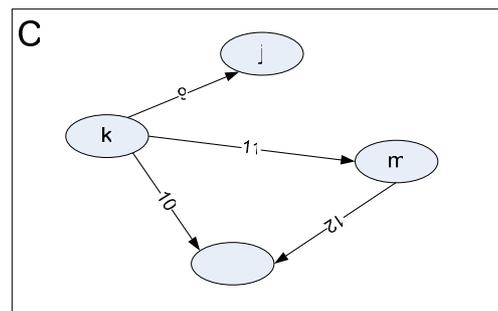
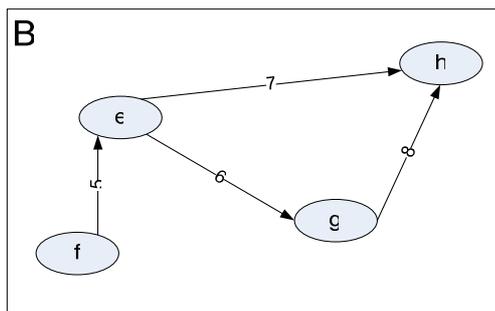
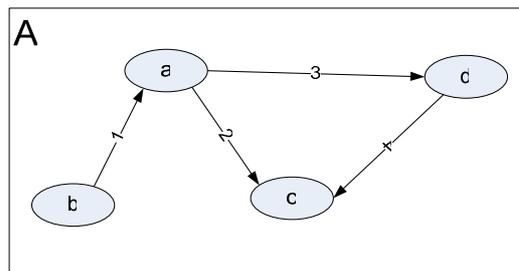
C) Wie ist der Grad eines Knotens definiert?

Aufgabe 3.3 Graphen

A) Geben Sie zu dem unten gegebenen Graphen einen dualen Graphen an.

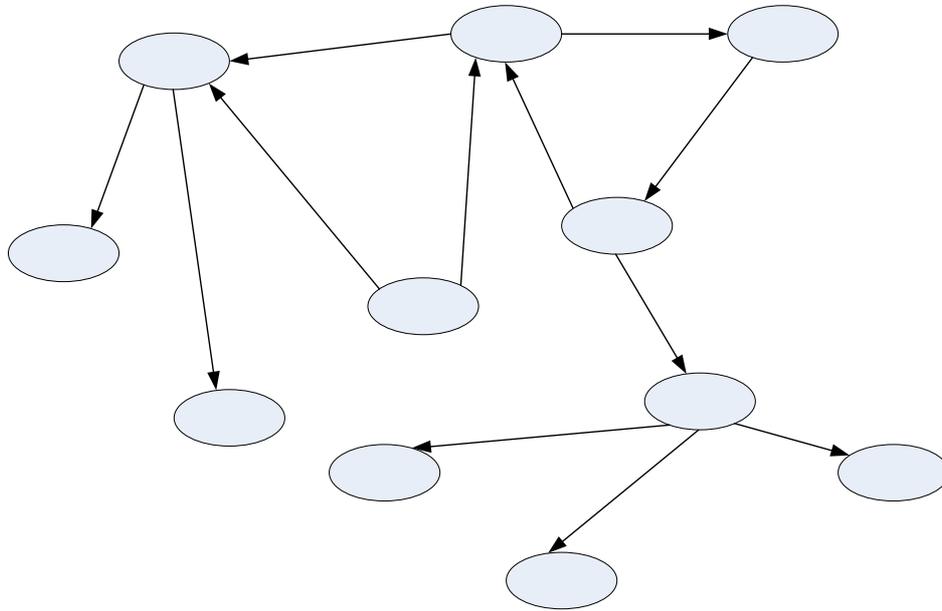


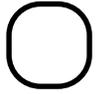
B) Betrachten Sie die unten gegebenen Graphen. Ist einer der Graphen B und C zu dem Graphen A isomorph? Welcher? Geben Sie eine Isomorphieabbildung an!



- C) Betrachten Sie den unten gegebenen Graphen. Ist der Graph ein Baum? Begründen Sie Ihre Antwort!

Sollte es sich nicht um einen Baum handeln, verändern Sie ihn so, dass er die Baumeigenschaften erfüllt, indem Sie möglichst wenig Kanten entfernen. Markieren Sie die zu entfernenden Kanten!





Aufgabe 4 Minimierung

Aufgabe 4.1 Verfahren nach Nelson

Für eine unvollständig definierte Schaltfunktion F sei die Menge der Nullstellen und die Menge der Einsstellen in oktaler Indizierung wie folgt gegeben. Mit Hilfe des Nelson-Verfahrens sollen nun alle Primimplikanten der Funktion ermittelt werden.

$$E = \{0, 1, 2, 15, 16, 17\}$$

$$N = \{4, 5, 6, 10, 11, 12, 13\}$$

- A) Tragen Sie hierzu zunächst die Eins-, Null- und Freistellen in folgendes Symmetriediagramm ein:

| | | | | | |
|---------------|----|-----------|----|----|---------------|
| | | — x_1 — | | | |
| | | 0 | 1 | 5 | 4 |
| x_2 | 2 | 3 | 7 | 6 | x_4 |
| | 12 | 13 | 17 | 16 | |
| | | — x_3 — | | | |
| | | 10 | 11 | 15 | 14 |

- B) Bilden Sie nun die minimale, vollständige Nullblocküberdeckung τ_0 der Funktion F ohne dass Sie die Freistellen hierzu nutzen.

- C) Bilden Sie nun die Einsvervollständigung f^E :

Matrikelnummer:

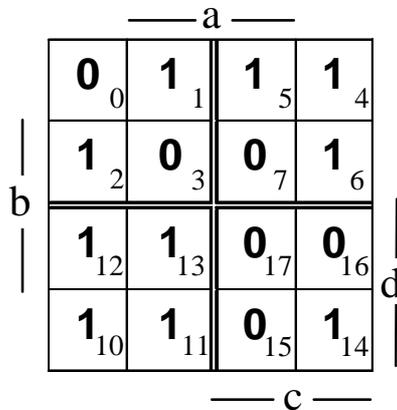
Name:

D) Distribuieren Sie nun Schrittweise den in Teil c) gefunden Ausdruck aus. Formen Sie dabei geeignet um und streichen Sie alle redundanten Terme bzw. Termanteile:



Aufgabe 4.2 Verfahren nach Petrick

Gegeben sei folgendes Symmetriediagramm der Schaltfunktion G :



A) Das Nelson-Verfahren lieferte dabei die in der Tabelle 1 bereits eingetragenen Terme.
 Vervollständigen Sie nun die folgende Überdeckungstabelle. Setzen Sie als Kostenfunktion die Zahl der Eingangsvariablen der einzelnen Terme an.

| Präsenzvariable | | Einstellen (oktale Indizes) | | | | | | | | | | Kosten |
|-----------------|-------------------------|-----------------------------|---|---|---|---|----|----|----|----|----|--------|
| | | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | |
| p ₁ | $d\bar{c}$ | | | | | | | | | | | |
| p ₂ | $\bar{d}b\bar{a}$ | | | | | | | | | | | |
| p ₃ | $\bar{d}\bar{c}\bar{b}$ | | | | | | | | | | | |
| p ₄ | $\bar{d}\bar{c}\bar{a}$ | | | | | | | | | | | |
| p ₅ | $\bar{c}\bar{b}\bar{a}$ | | | | | | | | | | | |
| p ₆ | $\bar{d}\bar{b}\bar{a}$ | | | | | | | | | | | |
| p ₇ | $\bar{c}\bar{b}\bar{a}$ | | | | | | | | | | | |
| p ₈ | $\bar{c}\bar{b}\bar{a}$ | | | | | | | | | | | |
| p ₉ | $d\bar{b}\bar{a}$ | | | | | | | | | | | |

Tabelle 1

B) Ermitteln Sie nun die Kernimplikanten aus Tabelle 1 indem Sie zunächst die Spaltendominanzen ausnutzen. Markieren Sie die Kernimplikanten durch einen Kreis.
 Streichen Sie alle Zeilen, die von den ermittelten Kernimplikanten bereits vollständig überdeckt werden.

- C) Tragen Sie das im Aufgabenteil b) ermittelte Zwischenergebnis als Resttabelle in die Tabelle 2 ein (ordnen sie dabei die verbleibenden oktalen Indizes wiederum aufsteigend an):

| Präsenzvariable | | Einsstellen (oktale Indizes) | | | | | | | | Kosten |
|-----------------|--|------------------------------|--|--|--|--|--|--|--|--------|
| | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |

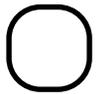
Tabelle 2

- D) Nutzen Sie nun die Zeilendominanzen um redundante Zeilen zu streichen und somit eine kostenminimale Realisierung der Schaltfunktion G zu erhalten.
- E) Welche Kosten entstehen bei der von Ihnen ermittelten Realisierung? Nennen Sie die somit benötigten Präsenzvariablen p_n und die zugehörige DMF.

benötigte Präsenzvariablen: _____

Kosten der Realisierung: _____

zugehörige DMF: _____



Aufgabe 5 Boolesche Algebra

Gegeben ist folgende Schaltfunktion F :

$$F(d,b,c,a) = (\bar{c}\bar{b}\bar{a}) \vee (cb) \vee (d\bar{c}\bar{b}\bar{a}) \vee (dc\bar{b}) \vee (c\bar{b}\bar{a})$$

Realisieren Sie diese Schaltfunktion mit Hilfe eines Multiplexer Schaltnetzes.

A) Entwickeln Sie Hierzu die gegebene Funktion F nacheinander nach den Variablen b , c ,
und d . Geben Sie dazu alle Zwischenschritte an.

Entwicklung nach b :

Entwicklung nach c :

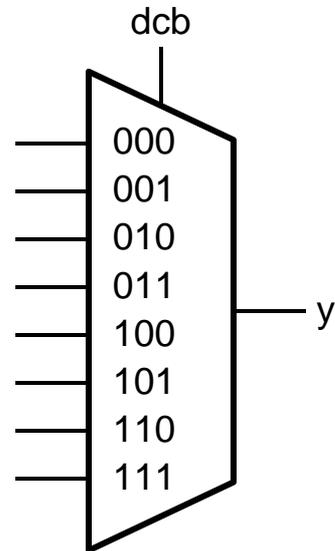
Entwicklung nach d :

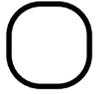
B) Zeichnen Sie das zugehörige Multiplexerschaltnetz in drei Stufen. Setzen sie hierzu
zunächst nur 2:1 Multiplexer ein.

Matrikelnummer:

Name:

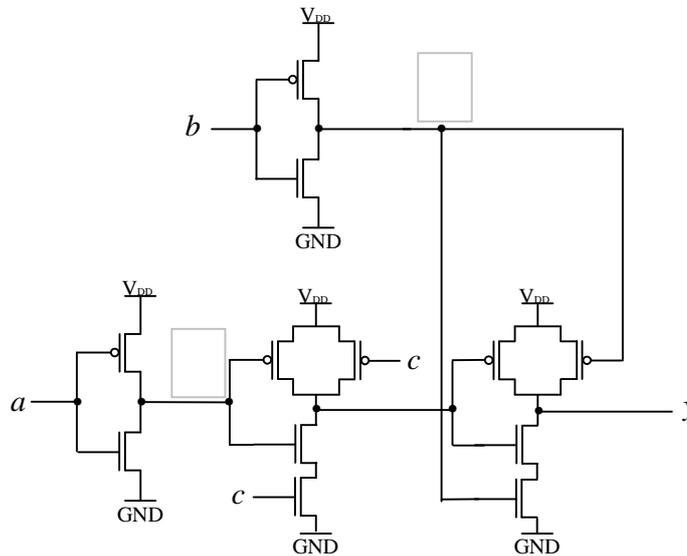
C) Stellen Sie nun die selbe Schaltfunktion dar, indem Sie die Eingänge des folgenden 8:1 Multiplexers geeignet beschalten:





Aufgabe 6 CMOS

Gegeben sei folgender CMOS-Schaltkreis:



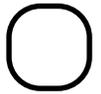
A) Tragen Sie in die beiden grauen Kästchen die entsprechenden algebraischen Ausdrücke ein, die den jeweiligen Knoten in der Schaltung entsprechen.

B) Geben Sie die Funktion y in algebraischer Form an.

$$y =$$

C) Zeichnen Sie nun das zur gegebenen CMOS-Schaltung zugehörige Gatternetz.

D) Welcher Eingang muss nun mit dem Ausgang y verbunden werden, um ein RS-Flipflop zu bekommen? Geben Sie die Variablenzuordnung zwischen der gegebenen CMOS-Schaltung und den Eingängen des RS-Flipflops an.



Aufgabe 7 Automaten

Gegeben sei die Zustandsübergangstabelle eines Schaltwerks mit drei Speicherelementen. Die Zustände des Schaltwerks werden direkt zur weiteren Nutzung ausgegeben. Es werden vorderflanken- gesteuerte JK- Flipflops zur Speicherung der Zustände verwendet. Neben dem Takteingang verfügt jedes Flipflop auch über einen Reset- Eingang. Die Speicherelemente sind zum Anfang alle zurückgesetzt worden.

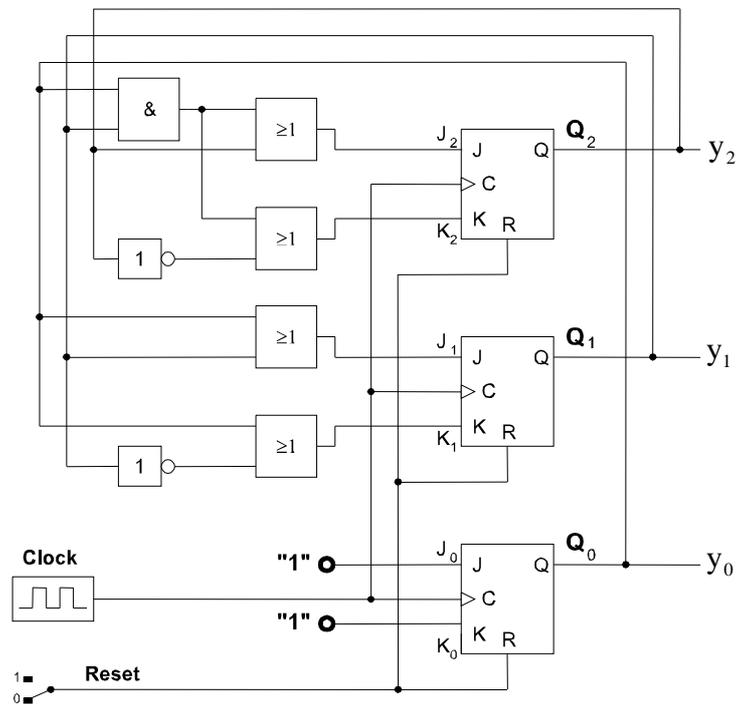
Die Ansteuerfunktionen für die JK- Flipflops sind in folgender Tabelle gegeben:

| | Q | | | Q_1^{0+} | | | | | | | | | | | |
|---|-------|-------|-------|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | Q_2 | Q_1 | Q_0 | Q_2 | Q_1 | Q_0 | J_2 | K_2 | J_1 | K_1 | J_0 | K_0 | T_2 | T_1 | T_0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | d | 0 | d | 1 | d | | | |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | d | 1 | d | d | 1 | | | |
| 2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | d | d | 0 | 1 | D | | | |
| 3 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | d | d | 1 | d | 1 | | | |
| 4 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | d | 0 | 0 | d | 1 | D | | | |
| 5 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | d | 0 | 1 | d | d | 1 | | | |
| 6 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | d | 0 | d | 0 | 1 | D | | | |
| 7 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | d | 1 | d | 1 | d | 1 | | | |

Tabelle 4

A) Welche digitaltechnische Funktion wird durch die Zustandstabelle realisiert:

In der folgenden Abbildung ist das Schaltwerk des minimierten Zustandsautomaten für den Fall der Einstellenergänzung der JK- Ansteuerfunktionen dargestellt worden.



B) Um welchen Automatentyp handelt es sich?

C) Nun sollen die JK-Flipflops gegen einen neuen Flipfloptypen mit nur einem Steuereingang ersetzt werden. Welcher Flipfloptyp eignet sich dafür und welche Bedingungen ergeben sich dann für die alten JK- Eingangsfunktionen aus der Tabelle, um den neuen Flipfloptyp verwenden zu können? Nutzen Sie bei der Bestimmung des neuen Flipfloptyps die don't care- Eigenschaften der JK- Ansteuerfunktionen aus. Tragen Sie dementsprechend in der Zustandsübergangstabelle die neuen Ansteuerwerte für die Eingänge T_2 bis T_0 ein.

- D) Bestimmen Sie für diesen neuen Flipfloptyp die Ansteuerfunktionen und minimieren Sie diese. Geben Sie die entsprechenden algebraischen Ausdrücke an.

| | | | | |
|-------|-------|---|---|---|
| T_2 | Q_0 | | | |
| | 0 | 0 | 1 | 0 |
| Q_2 | Q_1 | | | |
| | 0 | 0 | 1 | 0 |

$$T_2 =$$

| | | | | |
|-------|-------|---|---|---|
| T_1 | Q_0 | | | |
| | 0 | 0 | 1 | 1 |
| Q_2 | Q_1 | | | |
| | 0 | 0 | 1 | 1 |

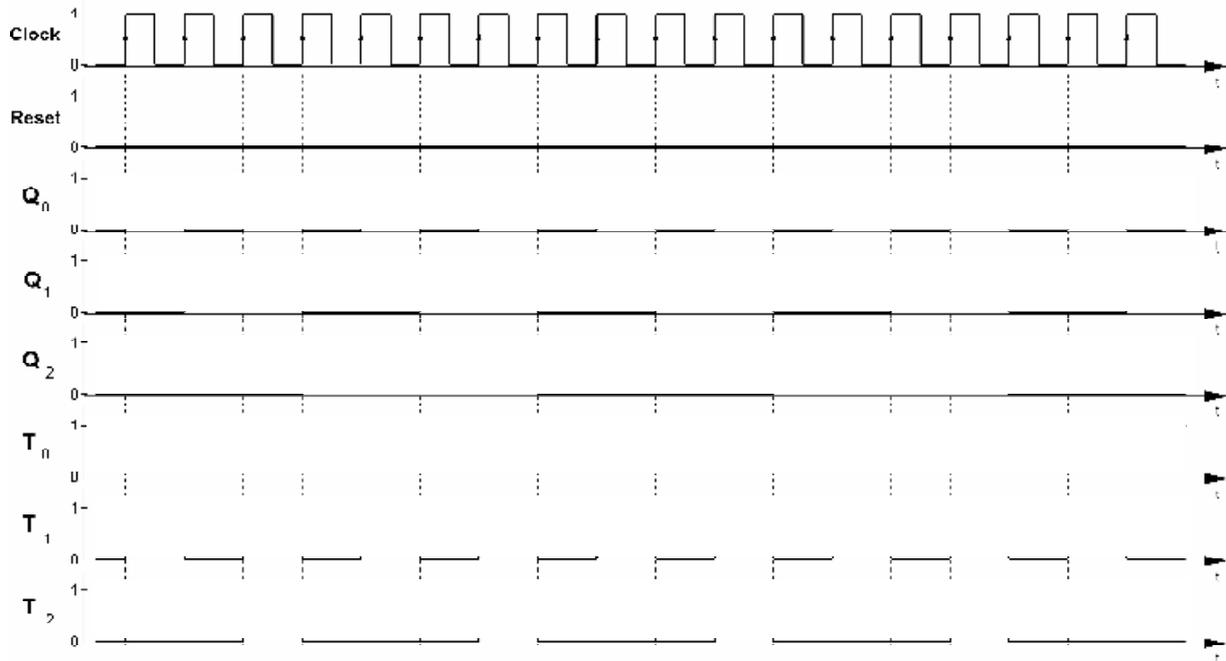
$$T_1 =$$

| | | | | |
|-------|-------|---|---|---|
| T_0 | Q_0 | | | |
| | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Q_2 | Q_1 | | | |
| | 1 | 1 | 1 | 1 |

$$T_0 =$$

- E) Zeichnen Sie die Schaltung des im Aufgabenteil C) und D) modifizierten Automaten mit dem neuen Flipfloptyp und den neuen Überföhrungsfunktionen.

- F) Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der Zustandsübergänge und der Eingangssignale des neuen modifizierten Schaltwerks aus Teilaufgabe e). Nehmen Sie dabei an, dass alle Flipflops zum Anfang einem Reset unterzogen worden sind.



Matrikelnummer:

Name:

Zusätzliches Lösungsblatt 1:

Matrikelnummer:

Name:

Zusätzliches Lösungsblatt 2: