



Prüfung

Prof. Dr.-Ing. J. Becker

Digitaltechnik

SS 2011

Institut für Technik der Informationsverarbeitung, KIT

Klausur

Do., 01.09.2011

Lösungsblätter

Hinweise zur Klausur

Hilfsmittel

Als Hilfsmittel zur Prüfung sind vier Seiten vorgegebene und **ein DIN A4 Blatt** selbst geschriebene Formelsammlung zuzulassen. Nicht erlaubt hingegen sind die Verwendung eines Taschenrechners, zusätzliche Unterlagen oder mündliche Kommunikation mit anderen Personen.

Prüfungsdauer

Die Prüfungsdauer beträgt für die Klausur 120 Minuten.

Prüfungsunterlagen

Die Prüfungsunterlagen bestehen aus insgesamt 26 Seiten Aufgabenblättern (einschließlich diesem Titelblatt und zwei zusätzlichen Lösungsblättern). Weiterhin sind 4 zusätzliche Seiten Formelsammlung enthalten.

Bitte überprüfen Sie vor der Bearbeitung der Aufgaben auf jeder Seite oben Ihren vorgedruckten Namen und ihre Matrikelnummer.

Bei Bedarf erhalten Sie zusätzliche Lösungsblätter. Auf jedem zusätzlichen Lösungsblatt ist neben dem Namen auch die Aufgabennummer mit einzutragen. Bitte beachten Sie das Beschreiben der Rückseiten.

Am Ende der Prüfung sind die 26 Seiten Aufgaben- und Lösungsblätter und alle verwendeten zusätzlichen Lösungsblätter abzugeben.

Verwenden Sie zum Bearbeiten der Aufgaben lediglich dotierte Schreibgeräte – keinen Bleistift sowie Rotstifte!

Aufgabe 1	Allgemeines	2	~11%
Aufgabe 2	Mengen, Relationen und Graphen	4	~13%
Aufgabe 3	Codierung, Information und Parität	7	~15%
Aufgabe 4	Zahlendarstellung und Konvertierung	11	~9%
Aufgabe 5	Boolesche Algebra und Schaltnetze	13	~11%
Aufgabe 6	Automaten und Schaltwerke	16	~13%
Aufgabe 7	Minimierung	20	~15%
Aufgabe 8	CMOS-Schaltnetze	23	~13%
		Σ	



Aufgabe 1 Allgemeines

Aufgabe 1.1 Hammingdistanz, Fehlererkennung und -korrektur

- A) Was gibt die Hammingdistanz zwischen zwei gleichlangen Codewörtern an?

☐

- B) Welche Hammingdistanz ist zwischen allen Codewörtern eines Codes mindestens nötig, um folgende Eigenschaften zu erreichen:

☐

Korrektur von bis zu 3 Fehlern: $HD_{\min} =$

Erkennung von bis zu 2 Fehlern: $HD_{\min} =$

- C) Welche Vorteile bietet die Blocksicherung gegenüber der einfachen Paritätssicherung?

☐

Aufgabe 1.2 Schaltglieder

- A) Was ist im Allgemeinen ein Basissystem der Schaltalgebra? Was lässt sich damit realisieren?

☐

- B) Welche Basissysteme der Schaltalgebra kennen Sie? Geben Sie mindestens zwei Basissysteme an.

☐

Aufgabe 1.3 De Morgan

- A) Formen Sie die Schaltfunktion $y = f(a, b, c, d, f, g)$ so um, dass nur noch UND- und NICHT-Operatoren verwendet werden.

☐

$$y = \overline{(a \vee b) \vee (c \vee d) \vee (e \vee f) \vee g}$$

Aufgabe 1.4 Verschiedenes

- A) Warum müssen die pull-up- und pull-down-Netze in der CMOS-Technik komplementär zueinander sein?

☐

- B) Wie nennt man H? Was gibt H an und in welcher Einheit?

☐

$$H = \sum_{i=0}^N p(i) \cdot \lg \frac{1}{p(i)}$$

- C) Erläutern Sie den Unterschied zwischen den PAL- bzw. PLA-Bausteinen und geben Sie die Eigenschaften beider Bausteintypen an?

☐



Aufgabe 2 Mengen, Relationen und Graphen

Aufgabe 2.1 Isomorphe Graphen

Das Blockschaltbild eines digitalen Systems mit den Baugruppen B1 bis B6 und den dazugehörigen Verbindungen zwischen den Baugruppen ist in Abbildung 2-1 gegeben.

- A) Um die Platzierung der Baugruppen auf der Platine zu optimieren, soll das Schaltbild in einen ungerichteten Graphen abgebildet werden. Die Baugruppen B1 bis B6 werden auf die Knoten 1 bis 6 abgebildet, die Verbindungen zwischen den Baugruppen sollen die Kanten des Graphen bilden. Die Eingangs- und Ausgangsvariablen sollen hierbei unberücksichtigt bleiben. Vervollständigen Sie dazu den Graphen G in Abbildung 2-2.

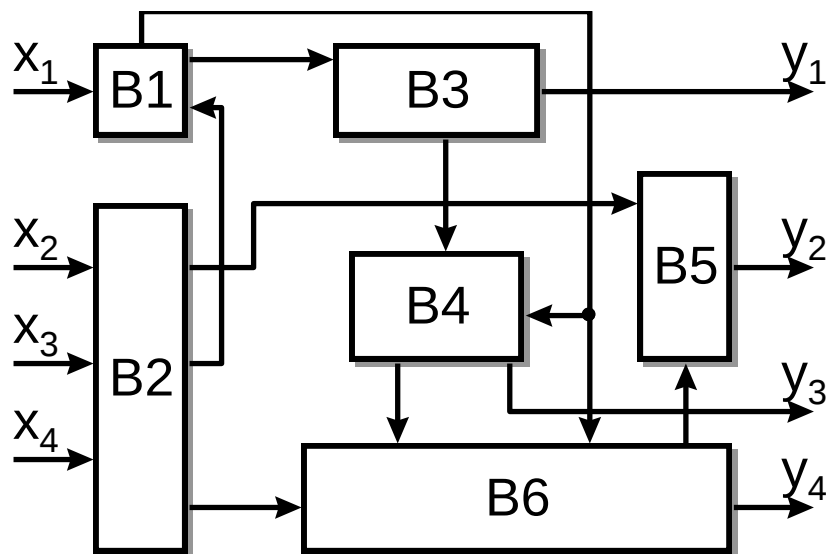


Abbildung 2-1: Blockschaltbild

①

③

⑤

②

④

⑥

Abbildung 2-2: Graph G

- B) Um die Anzahl der benötigten Verdrahtungsebenen zu minimieren soll der Graph G nun in einen isomorphen planaren Graphen H umgeformt werden. Geben Sie den planaren Graphen H in Abbildung 2-3 an. Die schwarze Umrandung stellt die Grenze der Platine dar und darf nicht überquert werden.

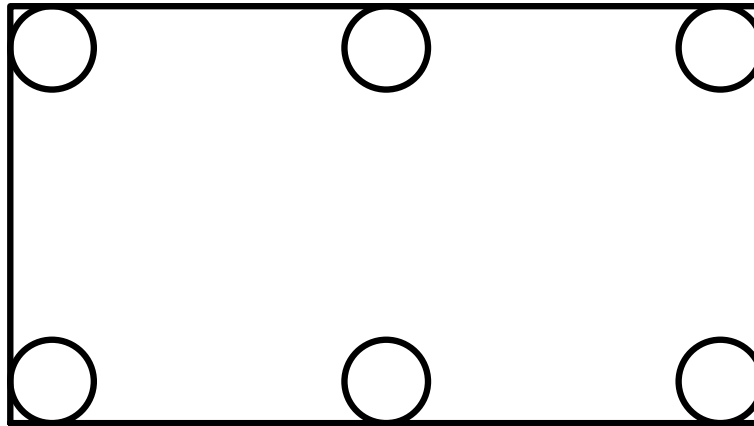


Abbildung 2-3: Graph H

Aufgabe 2.2 Relationen

Durch die in Tabelle 2-1 dargestellte Matrix sei die Relation $Y \propto Z$ definiert.

Y\Z	a	b	c	d	e	F	g	h
a	X			X				
b	X	X	X	X	X	X	X	X
c			X					
d				X				
e			X		X		X	X
f				X		X		
g							X	
h			X					X

Tabelle 2-1: Relation

- A) Welche Eigenschaften weist die Relation $Y \propto Z$ auf? Begründen Sie ihre Antworten?

- B) Um welchen speziellen Typ von Relation handelt es sich? Begründen Sie ihre Antwort?

☐

Aufgabe 2.3 Mengen

Für die folgenden Teilaufgaben seien drei Mengen A , B und C gegeben:

$$A = \{1, c, 3, b, 4, f, 7\}$$

$$B = \{2, 4, a, b\}$$

$$C = \{1, 4, f\}$$

- A) Geben Sie die Kardinalitäten der drei Mengen in korrekter Notation an.

☐

- B) Ist eine der Mengen eine echte Untermenge einer der anderen Mengen? Falls ja, geben Sie dies in der korrekten Notation an.

☐

- C) Geben Sie die Potenzmenge $P(C)$ der Menge C an.

☐

- D) Geben Sie die Vereinigung und den Durchschnitt der Mengen A und B an.

☐

- E) Geben Sie das Komplement C bezüglich A in korrekter Notation an.

☐



Aufgabe 3 Codierung, Information und Parität

Aufgabe 3.1 Optimale Codierung

Zur komprimierten Speicherung von Bilddateien soll der folgende Algorithmus angewandt werden:

- Die Datei wird in Zeichengruppen von jeweils 16 bit unterteilt.
- Die Auftrittshäufigkeit der einzelnen 16 bit-Zeichengruppen wird gezählt.
- Für die Zeichen wird dann eine optimale Codierung nach Shannon-Fano erstellt.

Inhalt der Bilddatei mit 18 Zeichengruppen:

FA2C 00A4 2CC1 FA2C 9D31 A010 00A4 9D31 FA2C
FA2C 9D31 A010 FA2C A010 FA2C FA2C 9D31 9D31

- A) Identifizieren Sie alle unterschiedlichen Zeichengruppen. Geben Sie deren Auftrittshäufigkeit und ihre Auftrittswahrscheinlichkeit an.



Zeichengruppe	Auftrittshäufigkeit	Auftrittswahrscheinlichkeit	Codierung

Tabelle 3-1: Codierung

- B) Geben Sie den Informationsgehalt H der Bilddatei bezogen auf die vorkommenden Zeichengruppen als Formel mit eingesetzten Werten an.



C) Bestimmen Sie für die in der Datei aufgetretenen Zeichengruppen eine optimale Codierung nach Shannon-Fanø. Stellen Sie einen Codebaum auf. Verwenden Sie dazu folgende Konventionen:



- Sortieren Sie die Zeichengruppen zu Beginn entsprechend den Auftrittshäufigkeiten aufsteigend von links nach rechts. Falls unterschiedliche Knoten dieselbe Auftrittshäufigkeiten haben, sortieren Sie diese nach ihrer Wertigkeit aufsteigend von links nach rechts.
- Teilen Sie eine Menge immer so auf, dass die Differenz zwischen den Summen der Auftrittshäufigkeiten der Teilmengen minimiert wird.
- Verändern sie die Reihenfolge der Sortierung/Ordnung während der Anwendung des Verfahrens nicht.
- Weisen Sie den linken Ästen des entstehenden Baumes die „0“ zu, den rechten Ästen die „1“.

D) Geben Sie in Tabelle 3-1 die im vorigen Aufgabenteil ermittelten Codewörter der einzelnen Zeichengruppen an.



Aufgabe 3.2 Paritätsprüfung

Für die Übertragung von Daten über eine störanfällige Übertragungsstrecke soll eine sogenannte Paritätssicherung verwendet werden. Die Paritätssicherung und die anschließende Übertragungsreihenfolge sind in Abbildung 3-1 dargestellt. Jedes Datenwort (bestehend aus mehreren Bits $a_0 a_1 a_2 \dots a_n$) wird mit einem Paritätsbit ergänzt. Für die Übertragung werden von mehreren Datenwörtern zuerst alle höchstwertigen Bits übertragen, dann die niederwertigeren.

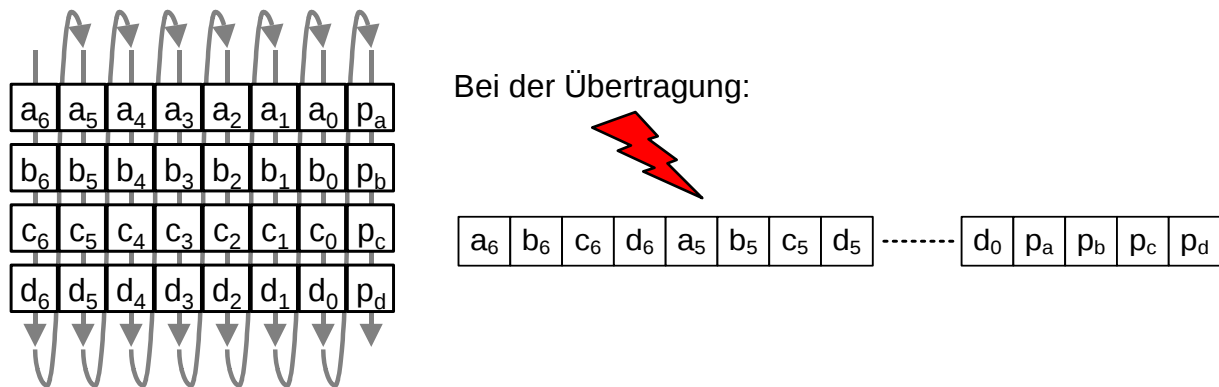


Abbildung 3-1: Schema der Datenübertragung

Unter Anwendung des eben vorgestellten Verfahrens sollen Sie nun eine Datenübertragung realisieren. Folgende Randbedingungen müssen berücksichtigt werden:

Durchsatz der Datenübertragung: 1 MBit/s

Maximale Dauer einer Störung: 6,45 μ s

Minimaler Abstand zwischen dem Beginn zweier Störungen: 57,5 μ s

Ein übertragenes Bit gilt als gestört, wenn die Störung während der halben Übertragungszeit oder länger vorliegt.

A) Wie lange ist die Übertragungsdauer je Bit?

B) Wie viele Datenwörter müssen „verwürgelt“ werden (Scrambling), um bei der Übertragung alle Fehler, die durch Störungen maximaler Dauer verursacht werden, erkennen zu können? Wie nennt man solche Störungen?

- C) Um die Effizienz der zu realisierenden Datenübertragung zu erhöhen sollen Sie nun die optimale Datenwortgröße ermitteln um im Empfänger zu gewährleisten, dass alle durch Störungen verursachten Fehler erkannt werden können. Berücksichtigen Sie dabei Ihr Ergebnis aus Teilaufgabe B).

☐

Aufgabe 3.3 Blocksicherung

- A) Welche Anzahl an Fehlern kann mit der sogenannten Blocksicherung pro Block in jedem Fall korrigiert werden? Welche Anzahl kann maximal in jedem Fall erkannt werden?

☐

- B) In Abbildung 3-2 ist ein übertragener Datenblock abgebildet. Bei der Übertragung ist eine korrigierbare Anzahl an Fehlern aufgetreten. Markieren Sie die fehlerhafte(n) Bit(s) unter der Annahme von gerader Parität.

☐

0	1	0	1	0	1	0	1
1	1	1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	1	0	1	0
0	0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	1	0	1	0	1
0	1	1	0	0	1	0	0

Abbildung 3-2: Übertragener Datenblock

Aufgabe 4 Zahlendarstellung und Konvertierung**Aufgabe 4.1 BCD**

- A) Addieren Sie die im Dezimalsystem gegebenen Zahlen 337_D und 563_D im BCD Code. Stellen Sie ihren Lösungsweg – inklusive aller notwendigen Korrekturschritte – ausführlich dar.



Aufgabe 4.2 Konvertierung

Vervollständigen Sie die Tabelle 4-1, indem Sie die offenen Felder durch Konvertierung ergänzen.

☐

Stibitz	Binär	Hexadezimal	Dezimal
		7DB _H	
	101010111100 _B		

Tabelle 4-1: Konvertierungstabelle

Aufgabe 4.3 Fließkommazahlen

Abbildung 4-1 zeigt eine Darstellung von Fließkommazahlen mit 16 Bit. Das höchstwertige Bit stellt das Vorzeichen V dar, die acht Bits in der Mitte den Exponenten E und die niederwertigsten sieben Bits die Mantisse M.

V	E ₇	E ₆	E ₅	E ₄	E ₃	E ₂	E ₁	E ₀	M ₆	M ₅	M ₄	M ₃	M ₂	M ₁	M ₀
---	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------

Abbildung 4-1: 16 Bit Fließkommazahlenformat

Für alle möglichen binären Belegungen ergibt sich der Dezimalwert Z aus nachstehender Formel (vgl. IEEE-Fließkommazahl):

$$Z = (-1)^V \cdot 2^{E-127} \cdot (1, M)$$

- A) Stellen Sie die Zahl **-24,625_D** in der angegebenen 16-Bit-Fließkommazahlendarstellung dar. Geben Sie die Zwischenschritte bei der Umrechnung an.

☐

V	E ₇	E ₆	E ₅	E ₄	E ₃	E ₂	E ₁	E ₀	M ₆	M ₅	M ₄	M ₃	M ₂	M ₁	M ₀



Aufgabe 5 Boolesche Algebra und Schaltnetze

Aufgabe 5.1 Boolesche Algebra

Gegeben seien die beiden booleschen Funktionen y_1 und y_2 :

$$y_1 = \bar{a}b\bar{c}\bar{d} \vee a\bar{b}\bar{d} \vee \bar{b}c\bar{d}$$

$$y_2 = (\bar{a} \vee \bar{b}) (\bar{b} \vee \bar{c}) (\bar{d}) (a \vee b \vee c)$$

- A) Zeigen Sie durch algebraische Umformung, dass der boolesche Ausdruck y_1 dem Ausdruck y_2 entspricht.



Aufgabe 5.2 Entwicklungssatz und Multiplexerrealisierung

Gegeben Sei folgende boolesche Schaltfunktion y:

$$y = f(d, c, b, a) = \bar{a} \bar{c} \vee b \vee \bar{d} \bar{c} \vee a c d$$

- A) Entwickeln Sie die Schaltfunktion y nach der Variablen b. Geben Sie alle Zwischenschritte an. ☐

- B) Entwickeln Sie die Restfunktionen zuerst nach der Variablen c und dann, falls erforderlich, nach den verbleibenden Variablen a und anschließend nach d, so dass als Restfunktionen nur noch Konstanten übrig bleiben. Geben Sie alle Zwischenschritte an. ☐

- C) Zeichnen Sie die gesamte Schaltung y entsprechend der Entwicklungs-Reihenfolge aus Teilaufgabe A) und B) unter ausschließlicher Verwendung von 2:1 Multiplexern.



Aufgabe 5.3 PAL-Realisierung

Gegeben Sie die zweistufige disjunktive Funktion z :

$$z = (abc) \vee (\bar{b}cd) \vee (bcd\bar{d}) \vee (a\bar{c}d) \vee (\bar{a}\bar{b})$$

- A) Realisieren Sie z mit Hilfe des in Abbildung 5–1 dargestellten PAL-Bausteins

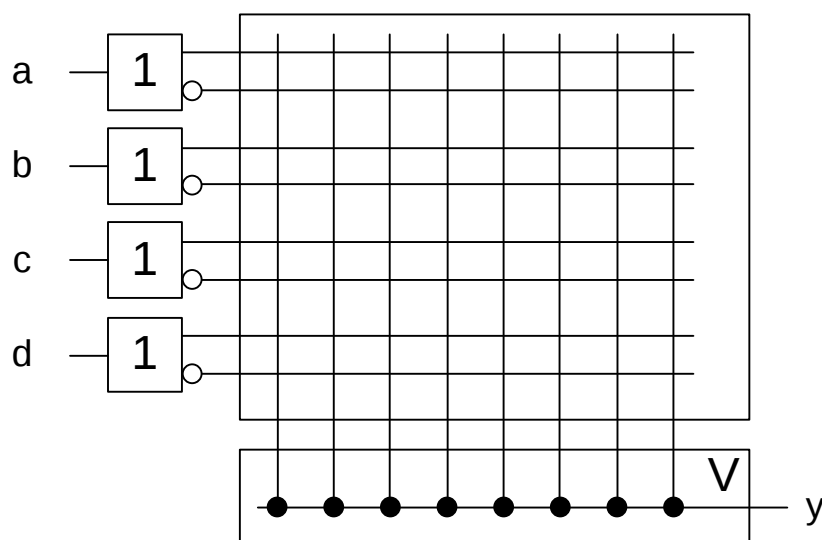


Abbildung 5–1: PAL-Schaltnetz



Aufgabe 6 Automaten und Schaltwerke

Aufgabe 6.1 Automatenentwurf

Sie sollen die Tafelsteuerung für einen Hörsaal entwerfen. Die Tafel soll dabei über einen Wippschalter mit 3 Schalterstellungen gesteuert werden. In der Mittelstellung des Schalters soll die Tafel stehen, wird der Schalter nach oben oder unten gedrückt, soll die Tafel in die entsprechende Richtung fahren. Auch durch noch so heftiges Drücken kann dieser Schalter nicht gleichzeitig das Signal für Auf- und Abfahrt erzeugen. Die Tafelanlage besitzt zusätzlich Endschalter, die anzeigen, ob sich die Tafel am oberen oder unteren Ende befindet. In diesem Fall darf die Tafel natürlich nicht weiter in Richtung Endanschlag gefahren werden, auch wenn der entsprechende Wippschalter dieser Richtung gedrückt wird. Überprüfen Sie vor jeder Fahrt der Tafel, ob sich die Tafel nicht schon am entsprechenden Anschlag befindet. Gehen Sie davon aus, dass die Eingabe nie direkt von „Hochfahren“ in „Runterfahren“ bzw. umgekehrt wechselt.

Eingangsvariablen:

- SH: 0: Schalter nicht in Stellung „Hochfahren“
1: Schalter ist in Stellung „Hochfahren“
- SR: 0: Schalter nicht in Stellung „Runterfahren“
1: Schalter ist in Stellung „Runterfahren“
- AO: 0: Die Tafel befindet sich nicht am oberen Anschlag
1: Die Tafel ist am oberen Anschlag
- AU: 0: Die Tafel befindet sich nicht am unteren Anschlag
1: Die Tafel befindet sich am unteren Anschlag

Ausgangsvariablen:

- TH: 0: Die Tafel wird nicht hochgefahren
1: Die Tafel wird hochgefahren
- TR: 0: Die Tafel wird nicht runtergefahren
1: Die Tafel wird runtergefahren

Zustandsnamen:

„Stillstand“, „Hochfahren“, „Runterfahren“

- A) Entwerfen Sie das Ablaufdiagramm für eine Realisierung als Moore-Automat.



Abbildung 6–1: Ablaufdiagramm

Aufgabe 6.2 Realisierung eines Automaten

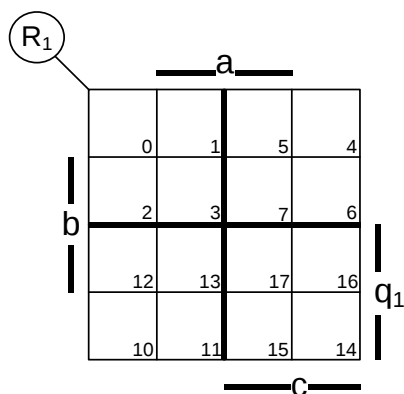
Die Ablauftabelle für einen anderen Zustandsautomaten mit der Zustandsvariable q_1 , den Eingangsvariablen a , b und c und der Ausgangsvariablen y ist in Tabelle 6-1 gegeben.

- A) Ermitteln sie die Ansteuerfunktion für eine Realisierung des Automaten mit RS-Flip-Flops. Verwenden Sie dazu auch Freistellen.

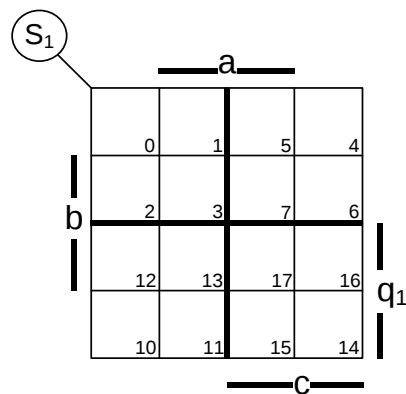
q_1^n	c	b	a	q_1^{n+1}	y	R_1	S_1
0	0	0	0	0	0		
0	0	0	1	1	0		
0	0	1	-	1	0		
0	1	0	-	0	0		
0	1	1	0	1	1		
0	1	1	1	0	0		
1	-	0	0	0	1		
1	-	0	1	1	1		
1	-	1	0	1	1		
1	-	1	1	0	1		

Tabelle 6-1: Ablauftabelle

- B) Übertragen Sie die Ansteuerfunktion für die Flip-Flop-Eingänge R_1 und S_1 in die unten stehenden Symmetriediagramme und bestimmen Sie die disjunktive Minimalform.



$J_2 =$



$K_2 =$

- C) Um welchen Automatentyp handelt es sich bei dem in Aufgabenteil A) und B) realisierten Automaten? Begründen Sie Ihre Antwort.

☐



Aufgabe 7 Minimierung

Aufgabe 7.1 Kanonische Darstellung

In Abbildung 7-1 ist das Symmetriediagramm der Funktion y gegeben.

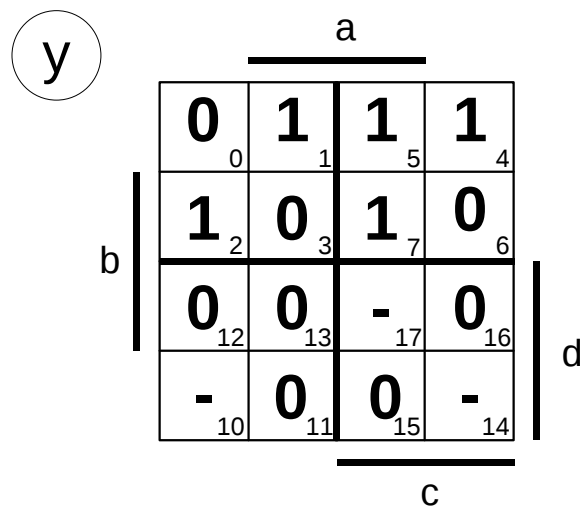


Abbildung 7-1: Symmetriediagramm

- A) Geben Sie die Konjunktive Minimalform (KMF) der im Symmetriediagramm (Abbildung 7-1) gegebenen Funktion y an. Freistellen dürfen mitverwendet werden.

☐

- B) Geben Sie nun die Disjunktive Normalform (DNF) der Gleichung y an:

☐

- C) Welche der beiden Gleichungen aus Teilaufgabe A) und B) würden Sie als Schaltung realisieren? Warum?

☐

Aufgabe 7.2 Verfahren nach Petrick

Gegeben sei folgendes Symmetriediagramm der Schaltfunktion **G**:

— a —			
0 ₀	1 ₁	1 ₅	1 ₄
1 ₂	0 ₃	0 ₇	1 ₆
1 ₁₂	1 ₁₃	0 ₁₇	0 ₁₆
1 ₁₀	1 ₁₁	0 ₁₅	1 ₁₄
— c —			

b | d

- A) Das Nelson-Verfahren lieferte dabei die in der Tabelle 7-1 bereits eingetragenen Terme. Vervollständigen Sie die folgende Überdeckungstabelle für die Schaltfunktion **G**. Setzen Sie als Kostenfunktion die Zahl der Eingangsvariablen (Literale) der einzelnen Terme an.

Präsenz- variable		Einsstellen (oktale Indizes)										Kosten
		1	2	4	5	6	10	11	12	13	14	
p ₁	$d\bar{c}$											
p ₂	$\bar{d}\bar{b}a$											
p ₃	$\bar{d}c\bar{b}$											
p ₄	$\bar{d}c\bar{a}$											
p ₅	$c\bar{b}\bar{a}$											
p ₆	$\bar{d}b\bar{a}$											
p ₇	$\bar{c}b\bar{a}$											
p ₈	$\bar{c}\bar{b}a$											
p ₉	$d\bar{b}\bar{a}$											

Tabelle 7-1: Überdeckungstabelle

- B) Ermitteln Sie nun die Kernimplikanten aus Tabelle 7-1 indem Sie zunächst die Spaltendominanzen ausnutzen. Markieren Sie die Kernimplikanten durch einen Kreis. Streichen Sie alle Zeilen, die von den ermittelten Kernimplikanten bereits vollständig überdeckt werden.

- C) Tragen Sie das im Aufgabenteil B) ermittelte Zwischenergebnis als Resttabelle in die Tabelle 7-2 ein. (Ordnen sie dabei die verbleibenden oktalen Indizes wiederum aufsteigend an).

☐

Präsenz- variable		Einsstellen (oktale Indizes)										Kosten

Tabelle 7-2: Resttabelle

- D) Nutzen Sie nun die Zeilendominanzen um redundante Zeilen zu streichen und somit eine kostenminimale Realisierung der Schaltfunktion **G** zu erhalten.

☐

- E) Welche Kosten entstehen bei der von Ihnen ermittelten Realisierung? Nennen Sie die somit benötigten Präsenzvariablen p_n und die zugehörige DMF.

☐

benötigte Präsenzvariablen:

Kosten der Realisierung:

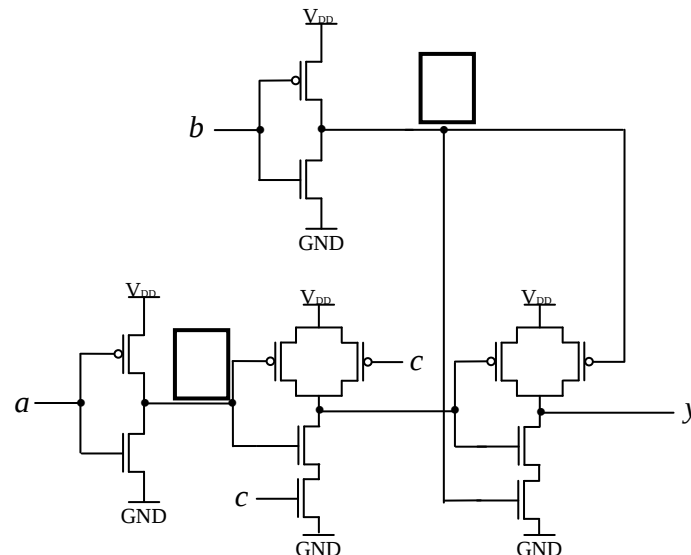
zugehörige DMF:



Aufgabe 8 CMOS-Schaltnetze

Aufgabe 8.1 CMOS-Schaltkreis

Gegeben sei folgender CMOS-Schaltkreis:

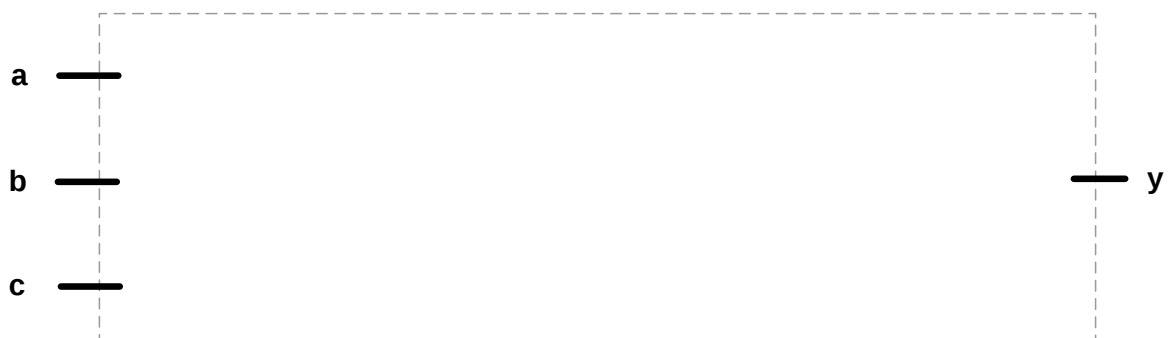


- A) Tragen Sie in die beiden Kästchen die entsprechenden algebraischen Ausdrücke ein, die den jeweiligen Knoten in der Schaltung entsprechen.

- B) Geben Sie die Funktion y in algebraischer Form an.

$y =$

- C) Zeichnen Sie nun das zur CMOS-Schaltung zugehörige Gatternetz.



- D) Welcher Eingang muss nun mit dem Ausgang y verbunden werden, um ein RS-Flipflop zu realisieren? Geben Sie die Variablenzuordnung zwischen den Eingängen der gegebenen CMOS-Schaltung und den Eingängen des RS-Flipflops (R und S) an. Nehmen Sie an, dass der Ausgang y dem Ausgang Q des RS-Flipflops entspricht.

Aufgabe 8.2 CMOS-Schaltnetz

Gegeben ist folgende pull-up-Funktionen F :

$$F = \overline{a}\overline{c}\overline{d} \vee \overline{b}c \vee \overline{c}(a\overline{d} \vee b)$$

- A) Geben Sie die zugehörige Pull-Down-Funktion G für eine wohldefinierte CMOS-Schaltung in konjunktiver Minimalform (KMF) an. Der Rechenweg muss nachvollziehbar sein.

Matr.-Nr.:

Name:

ID:

Zusätzliches Lösungsblatt: (pro zusätzliches Lösungsblatt nur eine Aufgabe!)

Aufgabe _____



Matr.-Nr.:

Name:

ID:

Zusätzliches Lösungsblatt: (pro zusätzliches Lösungsblatt nur eine Aufgabe!)

Aufgabe _____

