

# Klausur (SS 2022)

## Digitaltechnik



Institut für Technik der Informationsverarbeitung  
Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. Jürgen Becker

Klausur: Digitaltechnik  
Datum: 5. Oktober 2022

**Teilnehmer:**

**Matrikel-Nr.:**

**ID:**

Hörsaal:

Sitzplatz:

Es gelten die folgenden Regelungen:

- Die Bearbeitungszeit beträgt 120 Minuten.
- Es sind keine Hilfsmittel erlaubt, außer
  - einem doppelseitig und handschriftlich beschriebenen DIN-A4-Blatt.
- Nutzen Sie nur **dokumentenechte Schreibgeräte** – keine Bleistifte oder rote Farbe!
- Die Verwendung von eigenem Papier ist nicht zugelassen.
- Vermeiden Sie das Beschreiben der Rückseiten.
- Bei Bedarf erhalten Sie Zusatzblätter von der Aufsicht.
  - Versehen Sie solche Blätter unbedingt mit Ihrer Matrikelnummer.
  - Ordnen Sie jedes zusätzliche Lösungsblatt einer Aufgabe eindeutig zu.

Bitte beachten Sie folgende Informationen zum Ablauf:

- Unzulässige elektronische Geräte **sind auszuschalten** und in einer Tasche zu verstauen.
- Wir werden die Klausuren in Umschlägen austeilen. Bitte lassen Sie diese Umschläge verschlossen, bis wir Ihnen ein entsprechendes Zeichen geben.
- Überprüfen Sie im Anschluss, ob Sie alle Blätter erhalten haben, ob Ihr Name korrekt auf dem Titelblatt vermerkt ist und ob **jedes Blatt mit Ihrer Matrikelnummer versehen** ist. Hierfür erhalten Sie drei Minuten zusätzliche Zeit, die noch nicht zur Bearbeitungszeit zählt. Während dieser Zeit darf nicht geschrieben werden!
- Mit unserer Ankündigung **beginnt die Bearbeitungszeit**.
- Bitte halten Sie während der Bearbeitungszeit Ihren Studierendenausweis bereit.
- In den letzten 30 Minuten der Bearbeitungszeit ist keine vorzeitige Abgabe möglich. Auf das Ende der Bearbeitungszeit weisen wir Sie fünf Minuten im Voraus hin.
- Legen Sie alle Unterlagen, die Sie von uns erhalten haben, nach der Bearbeitungszeit in den Umschlag. Bitte verschließen Sie diesen im Anschluss. Bleiben Sie sitzen, bis wir alle Umschläge eingesammelt und deren Vollständigkeit geprüft haben.

# Klausur (SS 2022)

## Digitaltechnik



Institut für Technik der Informationsverarbeitung  
Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. Jürgen Becker

Klausur: Digitaltechnik  
Datum: 5. Oktober 2022

**Teilnehmer:**

**Matrikel-Nr.:**

**ID:**

Hörsaal:

Sitzplatz:

Es gelten die folgenden Regelungen:

- Die Bearbeitungszeit beträgt 120 Minuten.
- Es sind keine Hilfsmittel erlaubt, außer
  - einem doppelseitig und handschriftlich beschriebenen DIN-A4-Blatt.
- Nutzen Sie nur **dokumentenechte Schreibgeräte** – keine Bleistifte oder rote Farbe!
- Die Verwendung von eigenem Papier ist nicht zugelassen.
- Vermeiden Sie das Beschreiben der Rückseiten.
- Bei Bedarf erhalten Sie Zusatzblätter von der Aufsicht.
  - Versehen Sie solche Blätter unbedingt mit Ihrer Matrikelnummer.
  - Ordnen Sie jedes zusätzliche Lösungsblatt einer Aufgabe eindeutig zu.

Die vorliegende Klausur besteht aus **36 Blättern** und einer dreiseitigen Formelsammlung.

Aufgabe	Punkte	erreichte Punkte
1	30	
2	30	
3	30	
4	29	
5	30	
6	30	
7	32	
8	31	
$\Sigma$	242	

# Aufgabe 1: Allgemeine Fragen

/30

## Codierung und Informationsgehalt

- 1.1 Wie viele Bits werden benötigt, um 260 verschiedene Codewörter darzustellen? Geben Sie Formel und Rechnung mit an.

/2

.....  
 .....

- 1.2 Sie erhalten die folgende Nachricht bestehend aus ASCII-Zeichen über einen fehleranfälligen Kanal:

/4

1	0	0	0	1	0	0	0	D
1	0	1	0	1	0	0	1	T
0	1	0	0	1	0	0	1	\$
1	1	0	1	0	0	1	0	i
1	1	1	0	0	1	1	1	s
1	1	1	0	1	0	0	0	t
0	1	0	0	0	0	0	1	
1	1	1	0	1	1	0	1	v
1	1	0	1	1	1	1	0	o
1	1	0	1	1	0	0	0	l
1	1	0	1	1	0	0	0	l

Es ist bekannt, dass der Sender die sieben Bit des ASCII-Codes um ein sog. Paritätsbit (ganz rechts) auf gerade Quersumme ergänzt hat.

Welches Zeichen erkennt der Empfänger als falsch übertragen? Begründen Sie ihre Antwort.

.....  
 .....

Das letzte Wort vor der Übertragung lautete "toll" und nicht "voll". Warum ist der von der Übertragungsstrecke verursachte Fehler nicht erkennbar?

.....  
 .....

Zwei gedächtnislose Quellen P und Q senden jeweils Zeichen mit den in Tabellen 1.1 und 1.2 angegebenen Auftrittswahrscheinlichkeiten  $p_P$  und  $p_Q$ .

Zeichen	$p_P$
A	0,25
B	0,25
C	0,25
D	0,25

Tabelle 1.1: Quelle P

Zeichen	$p_Q$
W	0,25
X	0,5
Y	0,0625
Z	0,1875

Tabelle 1.2: Quelle Q

- 1.3 Welches der 8 Zeichen besitzt den höchsten Informationsgehalt, welches den niedrigsten? Begründen Sie ihre Antwort.

/2

.....  
 .....  
 .....  
 .....

- 1.4 Welche der beiden Sendequellen P und Q besitzt die größere Entropie? Begründen Sie ihre Antwort.

/2

.....  
 .....  
 .....  
 .....

## Zahlendarstellungen

1.5 Geben Sie den allgemeinen Aufbau einer polyadischen Zahl  $N$  mit der Basis  $R$  an.

/1

.....  
 .....

1.6 Die Zahl 2022 entspricht in römischen Ziffern MMXXII. Handelt es sich bei den römischen Zahlen um ein polyadisches Zahlensystem? Begründen Sie ihre Antwort.

/2

.....  
 .....

1.7 Konvertieren Sie die Zahl  $QA4_{27}$  mit dem Radix 27 in ein Zahlensystem mit dem Radix 3. Das Vorgehen soll ersichtlich sein.

/2

*Hinweis: Werte größer als 9 sind analog zur hexadezimalen Darstellung mit den Buchstaben A-Q gekennzeichnet.*

1.8 Geben Sie die folgende binäre 32-Bit Gleitkommazahl im IEEE754-Format als Dezimalzahl in Exponentialdarstellung an. Ab der 5. Mantissenstelle besitzen alle Bits den Wert 0.

/3

0													31		
1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	...	0

.....

1.9 Kann das Ergebnis der Berechnung  $-1.0/0.0$  im IEEE754-Format dargestellt werden? Begründen Sie ihre Antwort.

/2

.....  
 .....

## Schaltfunktionen und Schaltwerke

Es sei die folgende Schaltfunktion  $z$  gegeben:

$$z = (x_1 \vee x_2) \& (x_1 \vee \bar{x}_3) \tag{1}$$

1.10 Vervollständigen Sie die Wahrheitstabelle 1.3 mithilfe der Schaltfunktion  $z$ .

/2

$x_3$	$x_2$	$x_1$	$z$
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

Tabelle 1.3: Funktionstabelle  $z$

1.11 Geben Sie die Schaltfunktion  $z$  in kanonischer disjunktiver Normalform an.

/2

.....  
 .....

1.12 Kann eine Schaltfunktion, deren Primterme nur aus Kernen besteht, mehrere gleichwertige Minimalformen besitzen? Begründen Sie kurz ihre Antwort.

/2

.....  
 .....

1.13 Die Schaltfunktion des Carry-Bits eines Volladdierers ist gegeben durch

$$c_{i+1} = a_i \cdot b_i + (\bar{a}_i \cdot b_i + a_i \cdot \bar{b}_i) \cdot c_i$$

Handelt es sich hierbei um ein Schaltnetz oder ein Schaltwerk? Begründen Sie ihre Antwort.

/2

.....  
 .....

1.14 Welche Basissysteme sind in der heutigen Mikroelektronik von entscheidender Bedeutung? Begründen Sie ihre Antwort.

/2

.....  
 .....

# Aufgabe 2: Optimale Codes

/30

## Allgemeine Fragen

2.1 Durch die Anwendung des Huffman-Verfahrens auf eine gedächtnislose Quelle  $S$  ist der Codierungsbaum in Abbildung 2.1 entstanden. Vervollständigen Sie Tabelle 2.1 mit den Codewörtern, die sich durch diesen Baum ergeben.

/2

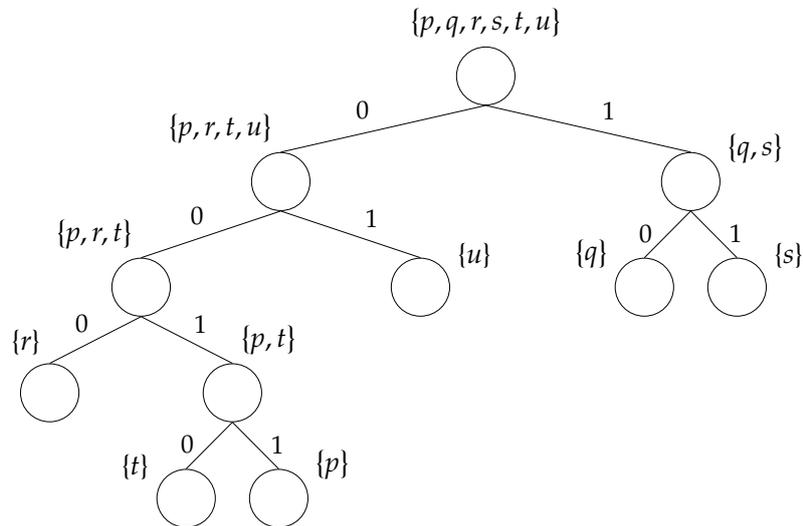


Abbildung 2.1: Codierungsbaum für die gedächtnislose Quelle  $S$

<b>Symbol</b>	$p$	$q$	$r$	$s$	$t$	$u$
<b>Codewort</b>						

Tabelle 2.1: Codewörter der von  $S$  erzeugten Symbole

2.2 Gegeben ist eine gedächtnislose Quelle mit der Entropie  $H = \frac{3}{2}$  Bit. Durch die Anwendung des Shannon-Fano-Verfahrens auf diese Quelle ergibt sich ein Code mit der mittleren Codewortlänge  $\bar{m}_1 = \frac{3}{2}$  Bit. Ist es in diesem Fall grundsätzlich möglich, durch die Anwendung des Huffman-Verfahrens eine Codierung mit mittlerer Codewortlänge  $\bar{m}_2 < \bar{m}_1$  zu erhalten? Begründen Sie Ihre Antwort.

/2

.....

.....

.....

.....

.....

Eine gedächtnislose Quelle  $\hat{S}$  generiert Symbole gemäß Tabelle 2.2. Diesen Symbolen sind die ebenfalls in der Tabelle angegebenen Codewörter zugeordnet.

Symbol	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
Wahrscheinlichkeit	$\frac{2}{25}$	$\frac{41}{250}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{19}{250}$	$\frac{7}{25}$
Codewort	001	10	11	000	01

Tabelle 2.2: Auftrittswahrscheinlichkeiten und Codewörter der von  $\hat{S}$  erzeugten Symbole

2.3 Bestimmen Sie die mittlere Codewortlänge der in Tabelle 2.2 gezeigten Codierung und geben Sie diese dezimal oder als vollständig gekürzter Bruch an.

/3

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2.4 Codieren Sie die Symbolfolge „*a d b a*“ gemäß der Zuordnung in Tabelle 2.2.

/2

.....

.....

2.5 Tabelle 2.3 zeigt eine präfixfreie Codierung für eine weitere gedächtnislose Quelle  $S'$ . Bei ihrer Erzeugung ist als Zielalphabet nicht das binäre Alphabet  $T_2 = \{0, 1\}$ , sondern das ternäre Alphabet  $T_3 = \{0, 1, 2\}$  zur Anwendung gekommen. Wie lautet die Symbolfolge, die unter Verwendung des Codes in Tabelle 2.3 die Codewortfolge „1012112100“ ergibt?

/1

Symbol	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>
Codewort	10	12	0	11	2

Tabelle 2.3: Codierung der Quelle  $S'$  für ein ternäres Zielalphabet

.....

.....

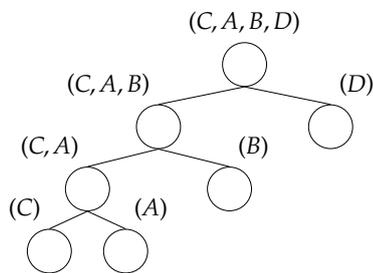
## Shannon-Fano-Verfahren

2.6 Gegeben sind die gedächtnislosen Quellen  $S_1, S_2, S_3$  und  $S_4$  sowie absolute Häufigkeiten für die von ihnen erzeugten Symbole. Geben Sie für jede Quelle an, ob der zu ihr aufgeführte Codierungsbaum aus einer korrekten Anwendung des Shannon-Fano-Verfahrens entstanden ist. Benennen Sie **bei einem fehlerhaften Baum** den Knoten, der nicht korrekt in eine linke bzw. rechte Teilmenge zerlegt wurde, und **korrigieren Sie diese Zerlegung**.

*Hinweis: Jeder Baum enthält maximal einen Fehler. Nehmen Sie an, dass die absoluten Häufigkeiten repräsentativ für die Auftrittswahrscheinlichkeiten der Symbole sind und dass die Symbole zu Beginn nach aufsteigender Auftrittswahrscheinlichkeit **von links nach rechts** sortiert werden.*

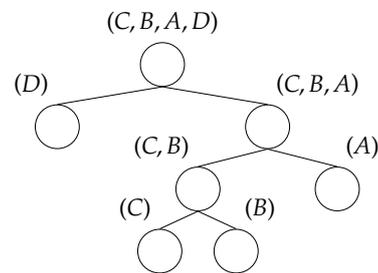
**Quelle  $S_1$ :**

Symbol	A	B	C	D
Häufigkeit	22	25	9	30



**Quelle  $S_2$ :**

Symbol	A	B	C	D
Häufigkeit	20	17	3	27



**Antwort für  $S_1$ :**

.....

.....

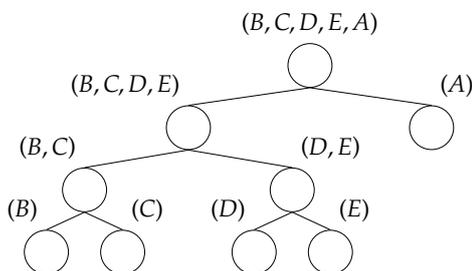
**Antwort für  $S_2$ :**

.....

.....

**Quelle  $S_3$ :**

Symbol	A	B	C	D	E
Häufigkeit	39	6	10	13	14



**Antwort für  $S_3$ :**

.....

.....

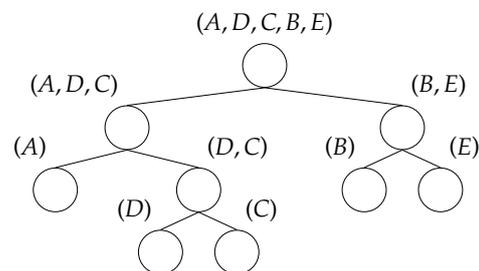
**Antwort für  $S_4$ :**

.....

.....

**Quelle  $S_4$ :**

Symbol	A	B	C	D	E
Häufigkeit	15	44	22	19	53



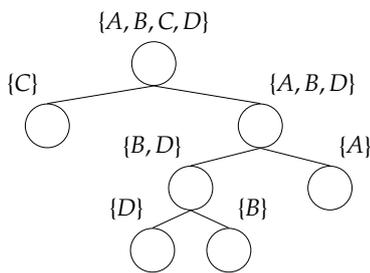
## Huffman-Verfahren

2.7 Gegeben sind die gedächtnislosen Quellen  $S'_1, S'_2, S'_3$  und  $S'_4$  sowie absolute Häufigkeiten für die von ihnen erzeugten Symbole. Geben Sie für jede Quelle an, ob der zu ihr aufgeführte Codierungsbaum aus einer korrekten Anwendung des Huffman-Verfahrens entstanden ist. Beschreiben Sie **bei einem fehlerhaften Baum** kurz, in welchem Schritt des Huffman-Verfahrens ein Fehler aufgetreten ist und **korrigieren Sie diesen Schritt**.

*Hinweis: Jeder Baum enthält maximal einen Fehler. Nehmen Sie an, dass die absoluten Häufigkeiten repräsentativ für die Auftrittswahrscheinlichkeiten der Symbole sind.*

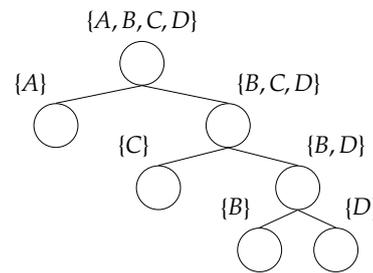
**Quelle  $S'_1$ :**

Symbol	A	B	C	D
Häufigkeit	61	34	59	12



**Quelle  $S'_2$ :**

Symbol	A	B	C	D
Häufigkeit	211	83	92	96



**Antwort für  $S'_1$ :**

.....

.....

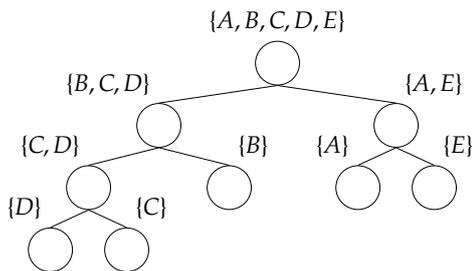
**Antwort für  $S'_2$ :**

.....

.....

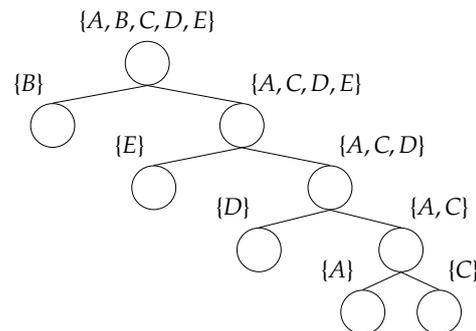
**Quelle  $S'_3$ :**

Symbol	A	B	C	D	E
Häufigkeit	52	29	17	5	53



**Quelle  $S'_4$ :**

Symbol	A	B	C	D	E
Häufigkeit	12	45	13	22	27



**Antwort für  $S'_3$ :**

.....

.....

**Antwort für  $S'_4$ :**

.....

.....

## Aufgabe 3: Zahlensysteme

/30

3.1 Vervollständigen Sie Tabelle 3.1, indem Sie die entsprechende Konvertierung in die offenen Felder eintragen.

/12

Hexadezimal	Dezimal	Oktal	Binär
		3 073 <sub>O</sub>	
	2280 <sub>D</sub>		
			0101 1111 0101 <sub>B</sub>
AC <sub>H</sub>			

Tabelle 3.1: Konvertierung zwischen Zahlensystemen

3.2 Konvertieren Sie die Zahl  $931_{27}$  mit der Basis 27 in die entsprechende Zahl mit der **Basis drei (3)**.

 /2

3.3 Konvertieren Sie die Zahl  $95_{27}$  mit der Basis 27 in die entsprechende Zahl mit der **Basis neun (9)**.

 /2

## Fließkommazahlen

3.4 Addieren Sie die zwei 16-Bit Fließkommazahlen aus Tabelle 3.2. Tragen Sie das binäre **Ergebnis** der Fließkommaaddition in die **Tabelle** ein **und** geben Sie auch die entsprechende **Dezimalzahl** an (vereinfachen Sie das Ergebnis so weit wie möglich und geben Sie bis zu drei Nachkommastellen der Zahl an). Die Fließkommazahl ist nach dem IEEE 754-2008 Standard codiert.

/7

	$V$	$E_4$	$E_3$	$E_2$	$E_1$	$E_0$	$M_0$	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_4$	$M_5$	$M_6$	$M_7$	$M_8$	$M_9$
	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1
+	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0

Tabelle 3.2: Addition zweier Fließkommazahlen

**BCD-Code**

3.5 Berechnen Sie mit Hilfe des BCD-Code die folgende Berechnung:  $2568_D + 1474_D$ .  
Geben Sie das Ergebnis als BCD-Zahl und Dezimalzahl an.



# Aufgabe 4: Mengen, Relationen und Graphen

/29

## Mengen

Gegeben sind die folgenden Mengen:

$$A = \{2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, a, b, c\}$$

$$B = \{3, 5, 10\}$$

$$C = \{a \mid a \in A \text{ und } (a \text{ ist eine gerade Zahl oder } (a - 1)^2 = 16 \text{ gilt.})\}$$

$$D = \{b \mid b \in B \text{ und } b \text{ ist eine gerade Zahl}\}$$

$$X = \{d, t\}$$

$$Y = \{d\}$$

4.1 Geben Sie die Elemente der Mengen C und D an.

/2

.....  
 .....

4.2 Berechnen Sie die folgenden Mengenoperationen. Achten Sie auf die korrekte Notation.

/6

$$C \cup D =$$

$$\mathcal{P}(C \cap \{5, 6, 9\}) =$$

$$C \times \{2, 7\} =$$

$$|B \times C| =$$

$$\{A \cup B\} \cap D =$$

$$C_A(C \cup D) =$$

4.3 Gilt für die Mengen X und Y allgemein  $X \times Y = Y \times X$ ? Begründen Sie kurz.

/2

.....  
 .....

4.4 Geben Sie für die Mengenoperation  $(X \times Y)^2$  das Ergebnis an. Wie groß ist die Mächtigkeit der Menge?

/3

.....  
 .....

# Graphen

Gegeben ist der folgende gerichtete und gewichtete Graph  $\Psi$  (Abbildung 4.1).

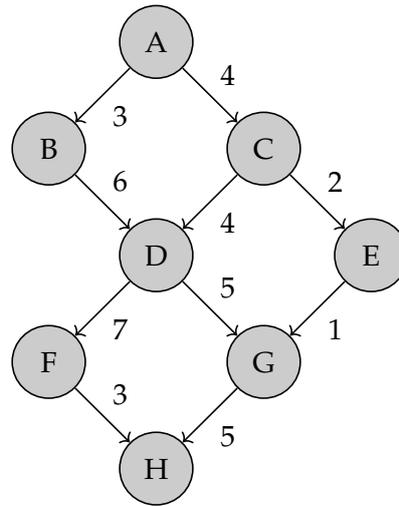


Abbildung 4.1: Gerichteter und gewichteter Graph  $\Psi$

4.5 Geben Sie den kürzesten Weg von A nach H an.

.....

4.6 Nennen Sie den Knoten aus  $\Psi$  mit dem größten Knotengrad.

.....

4.7 Ist die Adjazenzmatrix von  $\Psi$  symmetrisch? Begründen Sie kurz.

.....

4.8 Ist  $\Psi$  zusammenhängend? Begründen Sie kurz.

.....

4.9 Ist der maximale Eingangsgrad von  $\Psi$  gleich 2? Begründen Sie kurz.

.....

4.10 Existiert zu dem Graphen  $\Psi$  ein dualer Graph? Begründen Sie kurz.

.....

4.11 Beschreiben Sie, welche Bedingungen gelten müssen damit zwei Graphen isomorph sind.

.....

.....

## Relationen

Gegeben ist der Graph  $\Omega$ .

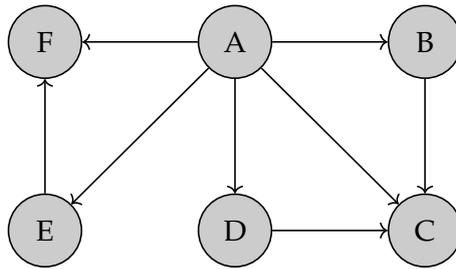


Abbildung 4.2: Graph  $\Omega$

4.12 Welche Eigenschaften einer Relation werden im Graphen  $\Omega$  dargestellt?

.....  
 .....

4.13 Wie müssten Sie  $\Omega$  verändern damit die Relation die Eigenschaft der Reflexivität erhält?  
 Um welche Relation handelt es sich dann?

.....

4.14 Wie müssten Sie  $\Omega$  verändern damit die Eigenschaft Symmetrie erfüllt wird?

.....

# Aufgabe 5: Boolesche Algebra

/30

## Huntingtonsche Axiome

5.1 Nennen Sie zwei grundlegende Forderungen, die ein Axiomensystem (z.B. die 5 Huntingtonschen Axiome) erfüllen muss.

/2

.....  
.....

5.2 Nennen Sie zwei Beispiele für die Interpretation der Booleschen Algebra.

/2

.....  
.....

5.3 Ergänzen Sie Tabelle 5.1 um die jeweils fehlenden Schalterrealisierungen bzw. den Namen des dargestellten Huntingtonschen Axioms.

*Hinweis: Die Zeichnung einer Variante ist ausreichend, also entweder Seriell- oder Parallelschaltung.*

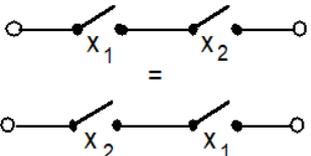
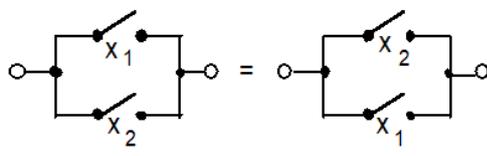
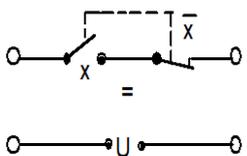
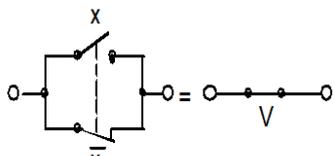
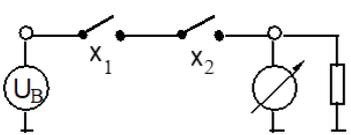
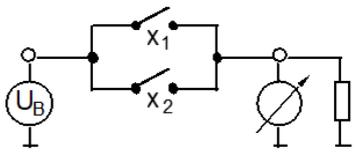
Schalterrealisierung		Huntingtonsches Axiom
seriell	parallel	
		Distributivität
		
		
		Neutrales Element
		

Tabelle 5.1: Ergänzen Sie die jeweils leeren Zellen.



## Entwicklungssatz und Schaltfunktionen

5.5 Geben Sie die Definition einer Schaltfunktion in kanonischer DNF an, sowie ein Beispiel einer solchen mit zwei Literalen ( $x_1$  und  $x_2$ ) und zwei Termen.

/2

.....

.....

.....

.....

5.6 Gesucht wird eine Logikfunktion  $G(c, b, a)$ . Dazu ist die folgende Entwicklung nach dem Entwicklungssatz der Schaltalgebra gegeben. Überführen Sie die Entwicklung mit Hilfe der Tabelle 5.3 in die entsprechende Logikfunktion. Tragen Sie die gefundene Logikfunktion in die Lösungszeilen über der Tabelle ein.

/6

.....

.....

$G(0, 0, a) = [\bar{a} \wedge G(0, 0, 0)] \vee [a \wedge G(0, 0, 1)]$	$G(1, 0, a) = [\bar{a} \wedge G(1, 0, 0)] \vee [a \wedge G(1, 0, 1)]$
$G(0, 0, 0) = 0$	$G(1, 0, 0) = 1$
$G(0, 0, 1) = 0$	$G(1, 0, 1) = 1$
$G(0, 1, a) = [\bar{a} \wedge G(0, 1, 0)] \vee [a \wedge G(0, 1, 1)]$	$G(1, 1, a) = [\bar{a} \wedge G(1, 1, 0)] \vee [a \wedge G(1, 1, 1)]$
$G(0, 1, 0) = 1$	$G(1, 1, 0) = 1$
$G(0, 1, 1) = 0$	$G(1, 1, 1) = 0$
$G(0, b, a) = [\bar{b} \wedge G(0, 0, a)] \vee [b \wedge G(0, 1, a)]$	$G(1, b, a) = [\bar{b} \wedge G(1, 0, a)] \vee [b \wedge G(1, 1, a)]$
$G(0, 0, a) =$	$G(1, 0, a) =$
$G(0, 1, a) =$	$G(1, 1, a) =$
$G_{DNF}(c, b, a) = [\bar{c} \wedge G(0, b, a)] \vee [c \wedge G(1, b, a)]$	
$G(0, b, a) =$	$G(1, b, a) =$

Tabelle 5.3: Ergänzen Sie die jeweils leeren Zellen.

## Programmable Array Logic (PAL)

Ein Programmable Array Logic (PAL) ist eine konfigurierbare logische Schaltung. Dabei werden die Eingangssignale  $x_0$  bis  $x_n$  zu den Termen  $t_0$  bis  $t_m$  miteinander konjunktiv verknüpft. Diese Terme werden in der zweiten Stufe zu den Ausgangssignalen  $y_0$  bis  $y_p$  disjunktiv verknüpft. Dadurch können beliebige Funktionen in Abhängigkeit von den Eingangssignalen realisiert werden.

5.7 Geben Sie die Literalverknüpfung der Terme  $t_0$  bis  $t_2$  aus Abbildung 5.1 in Abhängigkeit der Eingangsliterale  $x_0$  bis  $x_3$  an.

/3

Term	Literalverknüpfung
$t_0$	
$t_1$	
$t_2$	

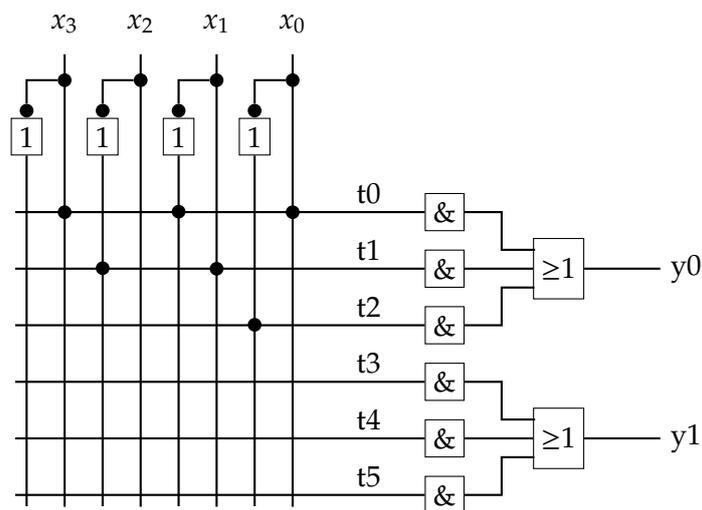


Abbildung 5.1: Programmable Array Logic (PAL).

5.8 Konfigurieren Sie den PAL-Baustein in Abbildung 5.1, sodass  $y_1 = x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_0 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_0 \bar{x}_2 x_3$ .

/1

# Aufgabe 6: Minimierung

/30

## Allgemeine Fragen

6.1 Was ist der Unterschied zwischen einem Minterm und einem Maxterm?

/2

.....  
 .....

6.2 Welche der beiden Normalformen wird durch Maxterme dargestellt?

/2

.....  
 .....

## Logikminimierung

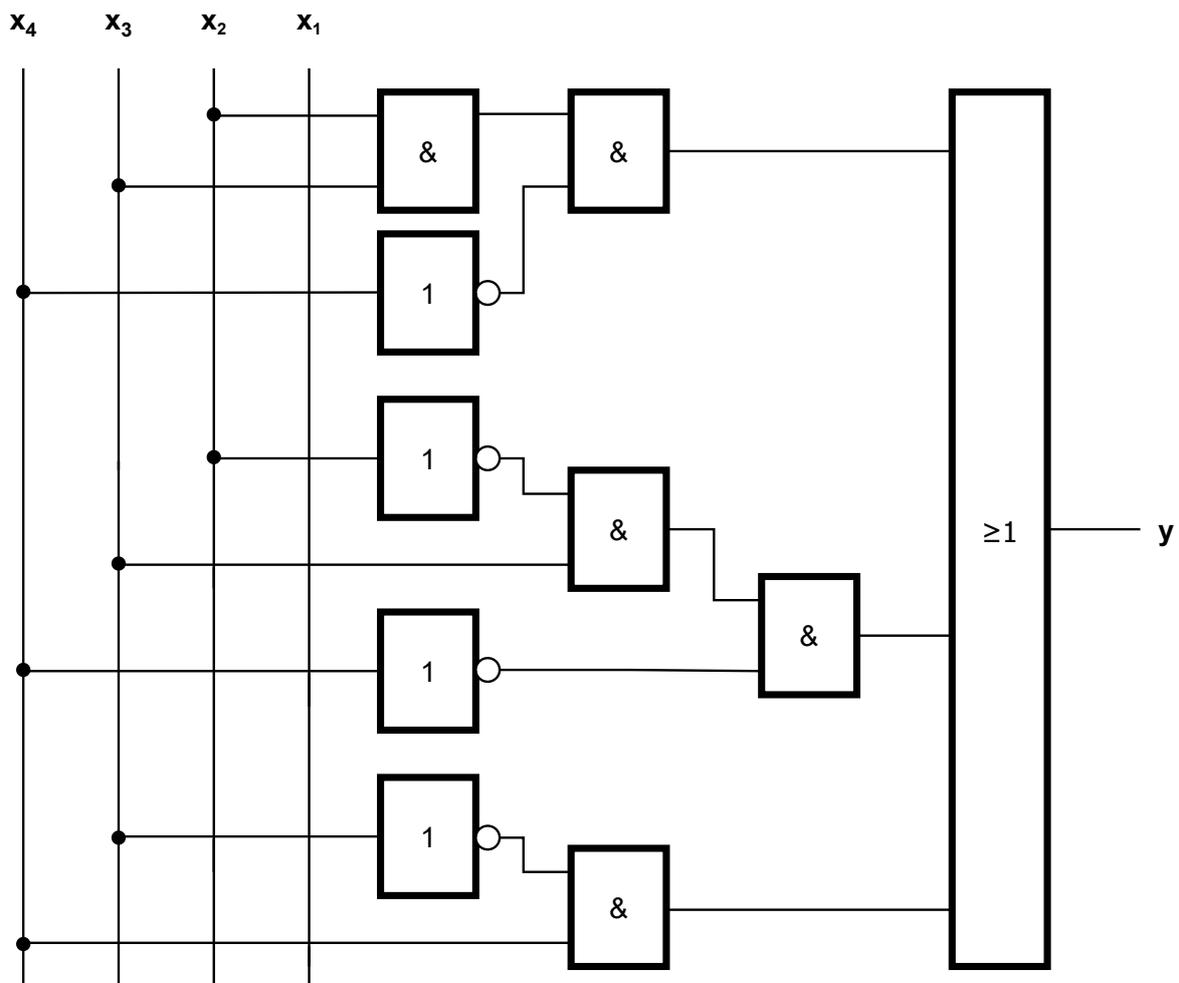


Abbildung 6.1: Logikgatterschaltung der Schaltfunktion  $y = f_1(x_4, x_3, x_2, x_1)$

6.3 Gegeben sei die in Abbildung 6.1 durch Logikgatter dargestellte Schaltfunktion  $y = f_1(x_4, x_3, x_2, x_1)$ . Tragen sie die Null- und Einstellen der Schaltfunktion  $f_1$  in die Wahrheitstabelle (Tabelle 6.1) ein.

/6

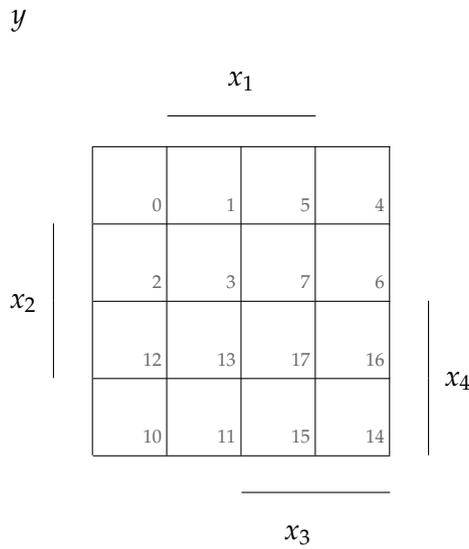
Tabelle 6.1: Wahrheitstabelle der Schaltfunktion  $f_1$ 

$x_4$	$x_3$	$x_2$	$x_1$	$y$
0	0	0	0	
0	0	0	1	
0	0	1	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
0	1	1	1	
1	0	0	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	0	1	
1	1	1	0	
1	1	1	1	

/6

6.4 Tragen Sie alle Eins- und Nullstellen der Schaltfunktion  $y = f_1(x_4, x_3, x_2, x_1)$  in das Symmetriediagramm ein. Markieren Sie alle Primeinsblöcke im Symmetriediagramm und geben Sie anschließend alle Primimplikanten an.

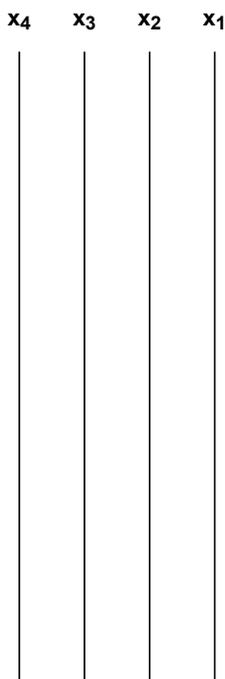
**Hinweis:** Falls Sie die vorherige Aufgabe nicht lösen konnten, gehen Sie von der Einsstellenmenge  $\{X_j\}_1 = \{(-, -, 1, 1), (0, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (1, 0, 0, 0), (1, 1, 0, 0)\}$  der Schaltfunktion  $y = f_1(x_4, x_3, x_2, x_1)$  aus. Nehmen Sie zusätzlich an, dass alle weiteren Eingangskombinationen zu einer logischen Null am Ausgang der Schaltfunktion führen.



.....

6.5 Zeichnen Sie die minimierte Logikgatterschaltung der Schaltfunktion  $y = f_1(x_4, x_3, x_2, x_1)$ , bestehend aus AND-, OR- und NOT-Gattern mit maximal zwei Eingängen.

/4



6.6 Bewerten Sie mit Hilfe der in der Vorlesung vorgestellten Metrik den von Ihnen erzielten Optimierungserfolg.

/2

.....

.....

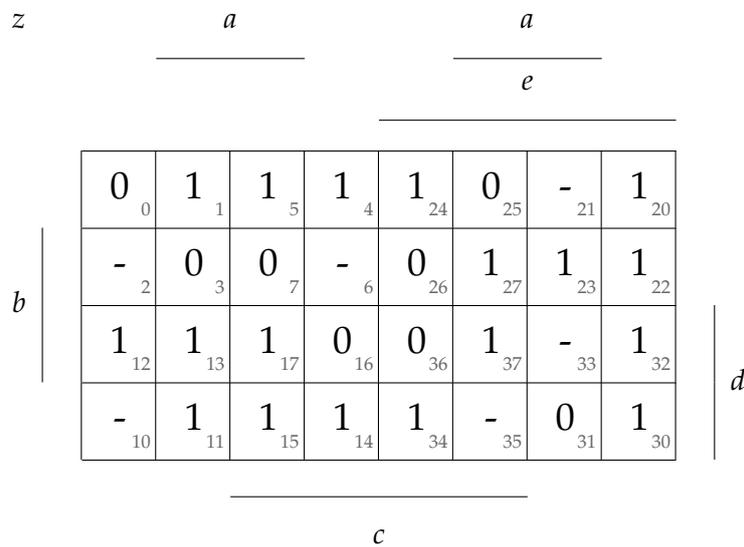
.....

.....

### Symmetriediagramme

6.7 Gegeben sei nun das Symmetriediagramm der Schaltfunktion  $z = f_2(e, d, c, b, a)$ . Markieren Sie alle Primnullblöcke im Symmetriediagramm und geben Sie anschließend alle Primimplikate an.

/8



.....

.....

.....

.....

# Aufgabe 7: Automaten

/32

## Allgemein

7.1 Nennen Sie eine negative Eigenschaft von Schaltnetzen, welche die Verwendung von Schaltwerken wie Automaten notwendig macht.

/2

.....

.....

.....

Die folgende Gleichung beschreibt die Ausgabefunktion eines Automaten, wobei  $A_h^v$  der Ausgabe,  $E_g^v$  der Eingabe und  $S_k^v$  dem Zustand entspricht:  $A_h^v = \lambda(E_g^v, S_k^v)$

7.2 Welchen Automatentyp beschreibt diese Gleichung? Begründen Sie Ihre Antwort.

/1

.....

.....

7.3 Skizzieren Sie die Struktur eines **Moore-Automaten**. Vervollständigen Sie hierfür Abbildung 7.1, indem Sie Datenflüsse durch Pfeile kennzeichnen. **Beschriften** Sie anschließend die Ein- und Ausgangspfeile des Speichers mit den entsprechenden Symbolen.

/4

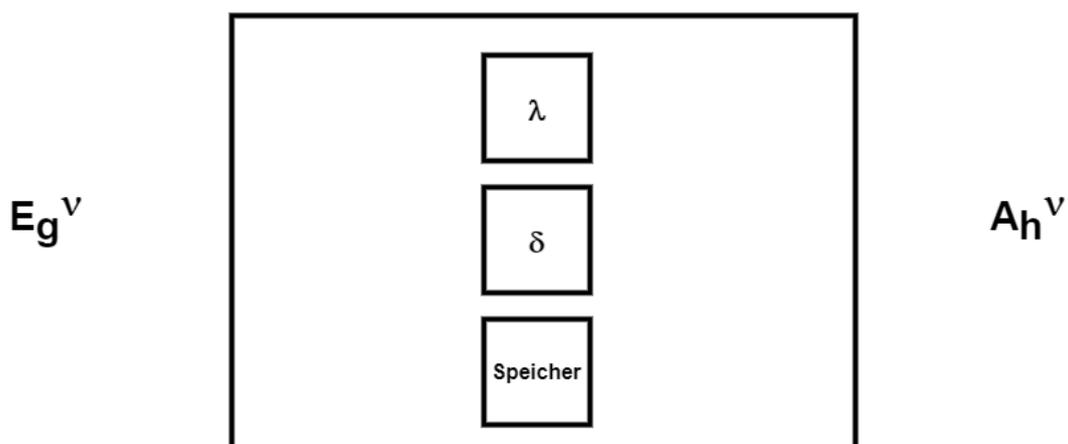


Abbildung 7.1: Struktur eines Automaten

## Automatenanalyse

Nun soll ein Automat gemäß des in Abbildung 7.2 gegebenen Ablaufdiagramms entworfen und realisiert werden.

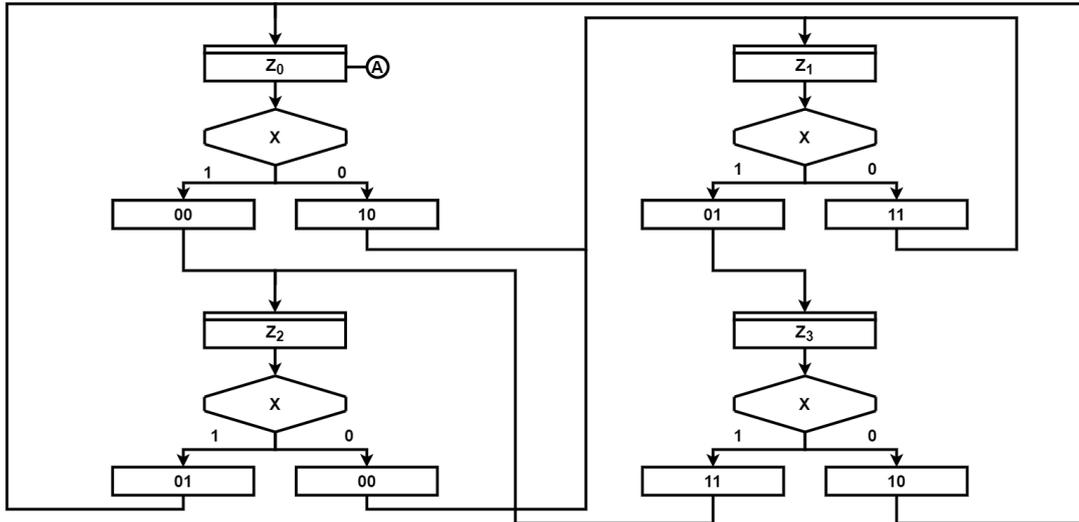


Abbildung 7.2: Ablaufdiagramm

7.4 Vervollständigen Sie folgende Ablauftabelle entsprechend dem Ablaufdiagramm aus Abbildung 7.2.

/4

Zustand	Eingabe	Folgezustand	Ausgabe
$S^v$	$E^v = X$	$S^{v+1}$	$A^v$
$Z_0$	0		
	1		
$Z_1$	0		
	1		
$Z_2$	0		
	1		
$Z_3$	0		
	1		

Tabelle 7.1: Ablauftabelle

## Realisierung von Automaten mit FlipFlops

7.5 Ein Zustandsautomat soll mittels **JK-FlipFlop** (mit Eingang  $j_0$  und  $k_0$ ) für das erste Bit  $Q_0^v$  und **RS-FlipFlop** (mit Eingängen  $r_1$  und  $s_1$ ) für das zweite Bit  $Q_1^v$  realisiert werden. Ergänzen Sie in der nachfolgenden Ablauftabelle die fehlenden Ansteuerbits für die Eingänge  $j_0, k_0, r_1$  und  $s_1$  der FlipFlops. Verwenden Sie nach Möglichkeit „don't care“-Stellen.

/12

Zustand	Eingabe	Folgezustand	Flipflop-Ansteuerung			
			$j_0$	$k_0$	$r_1$	$s_1$
$S^v = (Q_0^v, Q_1^v)$	$E^v = (E_0, E_1)$	$S^{v+1}$				
0,0	0,0	1,0				
	0,1	0,1				
	1,0	0,0				
	1,1	1,1				
0,1	0,0	1,0				
	0,1	1,1				
	1,0	0,1				
	1,1	0,0				
1,0	0,0	0,0				
	0,1	1,1				
	1,0	0,1				
	1,1	0,0				
1,1	0,0	0,1				
	0,1	1,0				
	1,0	1,1				
	1,1	0,0				

Tabelle 7.2: Ablauftabelle eines Zustandsautomaten

7.6 Füllen Sie die in Abbildung 7.3 vorgegebenen Symmetrie-Diagramme für  $k_0$  und  $r_1$  auf Basis Ihrer Antwort in Tabelle 7.2 aus. Bestimmen Sie anschließend eine **disjunktive minimale Ansteuerfunktion** für  $k_0$  und  $r_1$ .

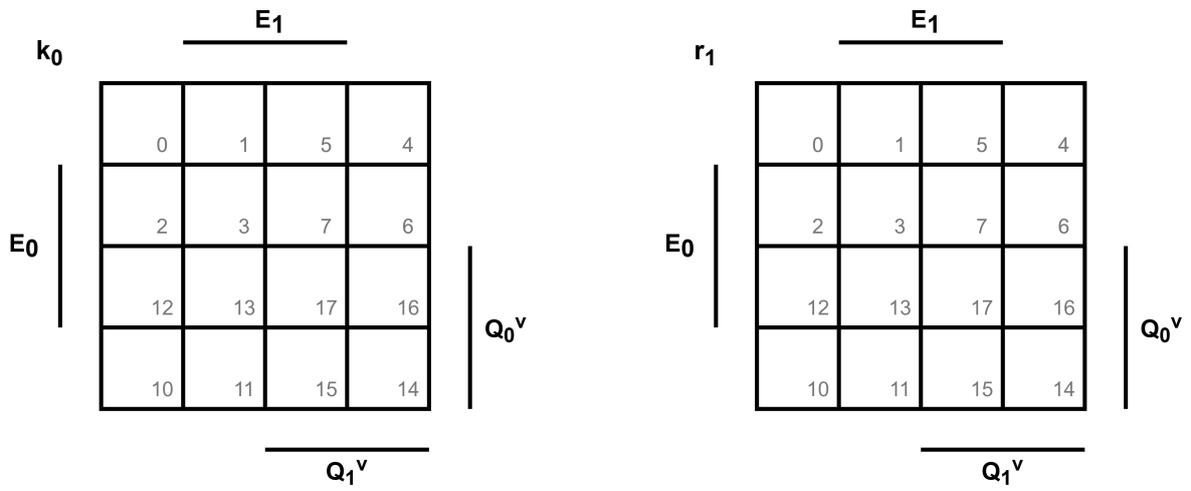


Abbildung 7.3: Symmetrie-Diagramme für  $k_0$  und  $r_1$

$k_0 =$  .....

$r_1 =$  .....

# Aufgabe 8: CMOS und Gatter

/31

## Allgemeine Fragen

- 8.1 Zeichnen Sie eine NOR-Schaltung mit den zwei Eingängen  $a$  und  $b$  und dem Ausgang  $y$  in CMOS Technologie. Verwenden Sie **negative Logik**, d.h. der CMOS-Pegel  $V_{DD}$  entspricht einer logischen '0'.

/2

- 8.2 Abbildung 8.1 zeigt einen Inverter in CMOS Technologie. Wird hier negative oder positive Logik verwendet? Begründen Sie Ihre Antwort.

/1

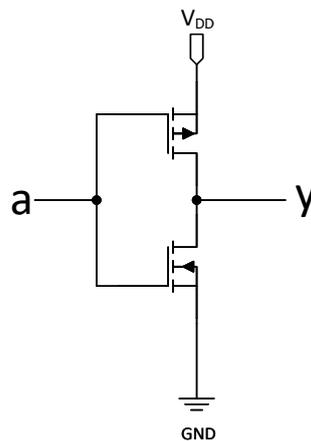


Abbildung 8.1: CMOS-Inverter

.....

.....

.....

8.3 Welche Transistoren werden in CMOS Schaltungen in den Pull-Up Netzen verwendet?  
Welche in den Pull-Down Netzen?

/2

.....  
.....

## Schaltungssynthese

**Hinweis:** Verwenden Sie für die folgenden Aufgaben eine **positive Logik**, d.h. der CMOS-Pegel  $V_{DD}$  entspricht einer logischen '1'.

8.4 Formen Sie die gegebene Funktion so um, dass diese nur durch **NAND-Operationen** (mit beliebig vielen Eingängen) **und Invertier-Operationen** dargestellt wird.

/3

Führen Sie die Umformung mit den Huntingtonschen Axiomen und den Regeln (R1-R12) vom Formelblatt durch. Nutzen Sie dazu die folgende Tabelle. Tragen Sie die Zwischenschritte zeilenweise ein, maximal ein Schritt pro Zeile. Tragen Sie in die linke Spalte die verwendete Regel ein und in die rechte das Ergebnis nach Anwendung dieser.

**Hinweis:** Die Verwendung des Kommutativgesetzes H2, des Distributivgesetzes H3 sowie des Assoziativgesetzes R10a/R10b muss nicht explizit angegeben werden.

Regel	Umformung
-	$a \vee \overline{b \vee c \vee d}$

- 8.5 Zeichnen Sie den Schaltplan aus NAND Gattern (mit beliebig vielen Eingängen) und Invertern zur Funktion  $y = d \wedge \overline{\overline{bc}} \wedge \overline{\overline{a}} \wedge \overline{\overline{ad}}$ .
- Hinweis:** Als Eingänge stehen nur  $a, b, c, d$  zur Verfügung.

/4

- 8.6 Zeichnen Sie die CMOS-Transistor-Schaltung aus NOR-, NAND- Gattern (mit jeweils beliebig vielen Eingängen) und Invertern zur Funktion  $y = (a \wedge (\overline{b \vee c}) \wedge (\overline{c \vee d}))$ .
- Hinweis:** Jeder geklammerte Ausdruck muss **einem** Gatter (plus ggf. einem Inverter) entsprechen.
- Hinweis:** Als Eingänge stehen nur  $a, b, c, d$  zur Verfügung.

/6

## Schaltungsanalyse

**Hinweis:** Verwenden Sie für die folgenden Aufgaben eine **positive Logik**, d.h. der CMOS-Pegel  $V_{DD}$  entspricht einer logischen '1'.

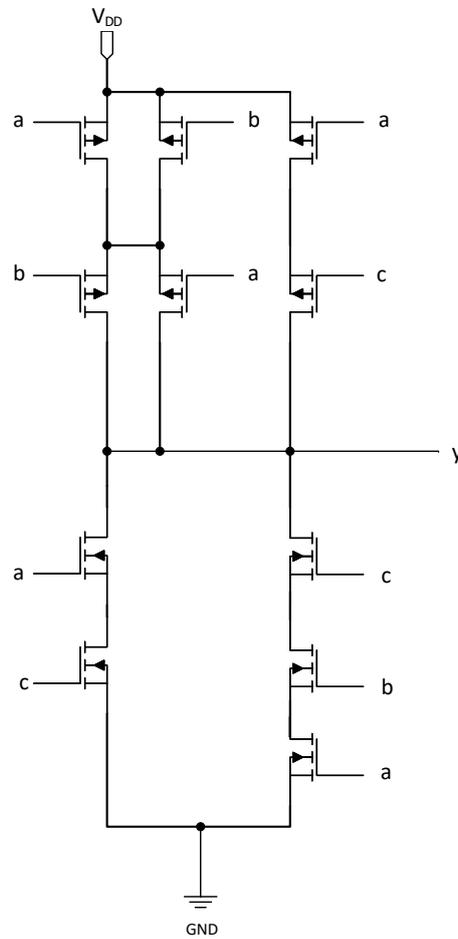


Abbildung 8.2: CMOS-Schaltung

8.7 Geben Sie die Funktionen  $F$  für das Pull-Up Netz und  $G$  für das Pull-Down Netz zur Schaltung in Abbildung 8.2 an.

/2

.....

.....

.....

.....

.....

.....

a	b	c	F	G	Kurzschluss	Undefiniert
0	0	0				
0	0	1				
0	1	0				
0	1	1				
1	0	0				
1	0	1				
1	1	0				
1	1	1				

Tabelle 8.1: Kurzschlüsse und undefinierte Stellen

8.8 Füllen Sie in Tabelle 8.1 die **Spalten F und G** entsprechend des Pull-Up Netzes und Pull-Down Netzes der Schaltung aus Abbildung 8.2 aus.

8.9 Füllen Sie in Tabelle 8.1 die **Spalte Kurzschlüsse** entsprechend der Spalten F und G aus. Füllen Sie alle Zeilen aus und nutzen Sie  $x$ , falls für die Eingangskombination ein Kurzschluss auftritt und  $-$ , falls nicht.

8.10 Füllen Sie in Tabelle 8.1 die **Spalte Undefiniert** entsprechend der Spalten F und G aus. Füllen Sie alle Zeilen aus und nutzen Sie  $x$ , falls für die Eingangskombination der Ausgang undefiniert ist und  $-$ , falls nicht.

8.11 Nennen Sie zwei verschiedene Möglichkeiten, um zu prüfen, ob eine Schaltung wohldefiniert ist.

.....

.....

.....

.....



**Zusatzblatt zu Aufgabe  :**