

 Prüfung Prof. Dr.-Ing. J. Becker <b>Digitaltechnik</b> WS 2007-2008 Institut für Technik der Informationsverarbeitung, Universität Karlsruhe	1 2 3 4 5 6 7 8 $\Sigma$
<b>Klausur</b> Mi., 2.4.2008 Lösungsblätter	

## Hinweise zur Klausur

### Hilfsmittel

Als Hilfsmittel zur Prüfung sind vier Seiten vorgegebene und **zwei Seiten** selbst geschriebene Formelsammlung zugelassen. Nicht erlaubt hingegen sind die Verwendung eines Taschenrechners, zusätzliche Unterlagen und jegliche Kommunikation mit anderen Personen.

### Prüfungsdauer

Die Prüfungsdauer beträgt 120 Minuten.

### Prüfungsunterlagen

Die Prüfungsunterlagen bestehen aus insgesamt 29 Seiten Aufgabenblättern (einschließlich diesem Titelblatt und zusätzlicher Lösungsblätter).

### **Bitte vermerken Sie vor der Bearbeitung der Aufgaben auf jeder Seite oben Ihren Namen, auf der ersten Seite zusätzlich die Matrikelnummer!**

Auf jedes zusätzliche Lösungsblatt ist neben dem Namen auch die Aufgaben- und die Seitennummer mit einzutragen. Vermeiden Sie das Beschreiben der Rückseiten.

Am Ende der Prüfung sind die 29 Seiten Aufgaben- und Lösungsblätter und alle verwendeten zusätzlichen Lösungsblätter abzugeben.

Verwenden Sie zum Bearbeiten der Aufgaben lediglich dokumentenechte Schreibgeräte – keinen Bleistift sowie Rotstifte!

**Aufgabe 1      Allgemeines****Aufgabe 1.1      Allgemeine Fragen**

Beantworten Sie folgende Fragen:

A) Was wird durch die Verwendung optimalen Codes minimiert?

B) Formen Sie die Schaltfunktion  $y = f(a, b)$  mit Hilfe der DeMorgan'schen Regeln so um, daß Sie diese Funktion mit NOR-Gattern realisieren können.

$$y = \overline{(a \vee b)} \& \overline{(\bar{a} \vee \bar{b})}$$

C) Wie viele Eingänge benötigt ein ROM mit einer Speicherkapazität von 32 Byte wenn der Baustein 4 Ausgänge besitzt? Begründen Sie Ihre Antwort, geben Sie ihren Rechenweg an.

D) Worin unterscheidet sich ein Schaltwerk von einem Schaltnetz?

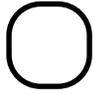
- E) Um bei einer Datenübertragung Fehler erkennen zu können, wird eine Blocksicherung eingesetzt. Hierzu werden jeweils 8 Bit zu einem Datenwort zusammengefaßt, das um ein Paritätsbit erweitert wird. Jeweils 4 Datenworte werden anschließend zu einem Datenblock zusammengefaßt, zu dem dann ein Prüfwort gebildet wird.

Ergänzen Sie den folgenden Datenblock um die jeweiligen Paritätsbits für den Fall einer ungeraden Parität.

	Codeworte								Parität
	1	0	1	0	1	1	0	1	
	1	0	1	1	1	0	1	0	
	0	0	0	0	1	0	1	1	
	1	1	1	0	1	1	1	0	
Prüfwort									

- F) Bei der darauffolgenden Datenübertragung wird dieser Datenblock nun spaltenweise an den Empfänger übermittelt. Bei der Übertragung tritt nun eine Bündelstörung auf. Wie viele aufeinander folgender Bits dürfen von dieser Störung maximal betroffen sein um die Störung eindeutig zu erkennen?

- G) Erläutern Sie den Unterschied zwischen den PAL- bzw. PLA-Bausteinen?

**Aufgabe 2 Mengen & Relationen****Aufgabe 2.1 Allgemein: Mengen, Graphen, Relationen**

- A) Geben Sie für die nachstehenden Aussagen an, ob sie wahr oder falsch sind.  
Fehlerhafte Antworten resultieren in Punktabzug.

Aussage	Wahr	Falsch
Für zwei Mengen S und T gilt genau dann $ S \times T  =  T \times S $ , wenn $S \times T = T \times S$ gilt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$P(\emptyset) = P(P(\emptyset))$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Jeder zyklensfreie Graph ist ein Baum.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ein ungerichteter Graph ist immer zusammenhängend.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

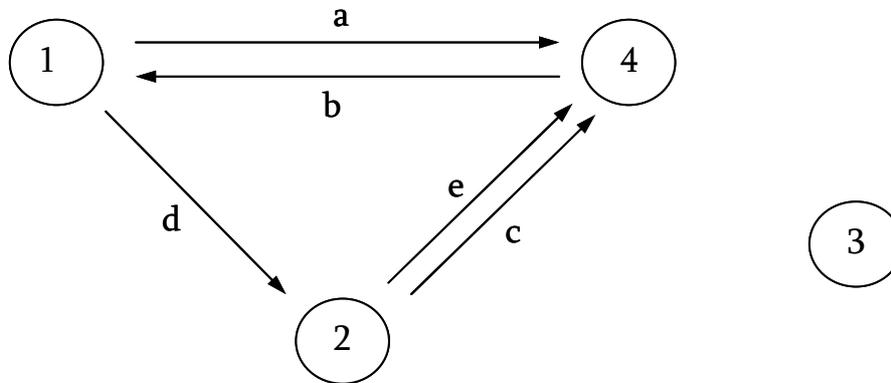
**Aufgabe 2.2 Relationen**

- A) Geben Sie die definierenden Eigenschaften einer Äquivalenzrelation an.



- B) Was besagt die Eigenschaft „Antisymmetrie“ einer Relation?



**Aufgabe 2.3      Graphen**Folgender Graph  $G$  sei gegeben:A) Geben Sie die Definition für den Begriff des *abstrakten Graphen*.B) Geben Sie den gegebenen Graphen  $G$  in der Schreibweise eines abstrakten Graphen an.

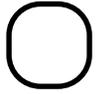
C) Wann sind zwei Graphen isomorph?

D) Beantworten Sie die folgenden Fragen jeweils mit Begründung:

Ist der oben gegebene Graph  $G$  endlich?

Ist der oben gegebene Graph  $G$  entartet?

E) Geben sie in  $G$  eine Zyklusprogression an.



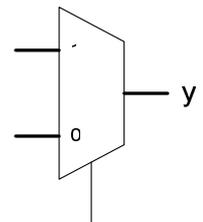
### Aufgabe 3    Boolesche Algebra

#### Aufgabe 3.1    Entwicklungssatz

- A) Die gegebene Schaltfunktion  $y = f(a,b,c,d)$  soll mit Hilfe von 2:1 Multiplexern realisiert werden. Entwickeln Sie dazu die Schaltfunktionen nach sämtlichen Variablen mit Hilfe des Entwicklungssatzes. Entwickeln Sie zuerst nach ,d', danach nach ,c' gefolgt von ,b' und ,a'. Geben Sie sämtliche Teilergebnisse in der Form  $f(a,b,c,d)$  an.

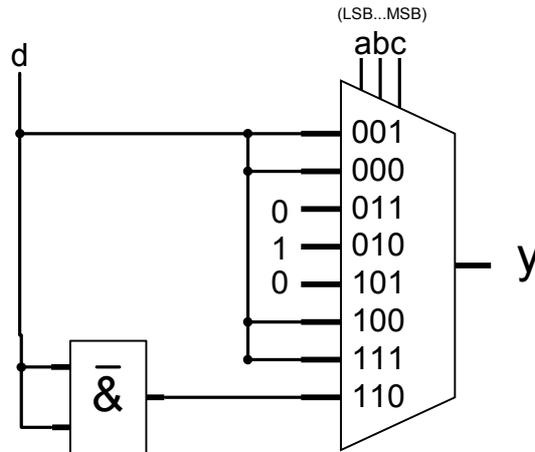
$$y = c(\bar{a}(b \oplus d) + bd) + \bar{d}(\bar{c} + c\bar{b})$$

- B) Zeichnen Sie die gesamte Schaltung unter ausschließlicher Verwendung von 2:1-Multiplexern.

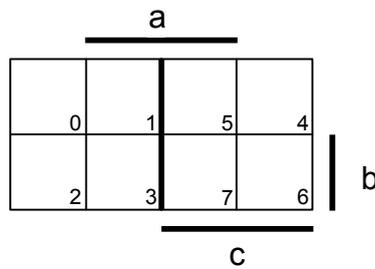


### Aufgabe 3.2 Multiplexer-Realisierung

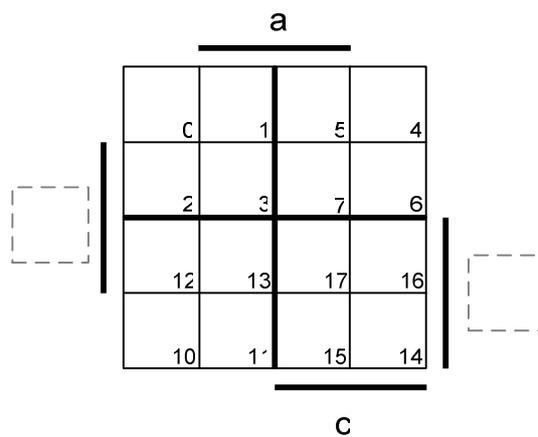
Eine Realisierung einer Schaltfunktion durch ein NAND-Gatter und einen 8:1 Multiplexer ist in nachfolgender Abbildung gegeben.



A) Übertragen Sie obige Schaltung in das gegebene S-Diagramm.

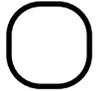


B) Das S-Diagramm aus Teilaufgabe A) soll nun um das Literal **,d'** erweitert werden. Ergänzen Sie dazu die fehlenden Literale und Werte im gegebenen Diagramm und geben Sie die disjunktive Minimalform (DMF) der Multiplexerschaltung an.



DMF =

\_\_\_\_\_



## Aufgabe 4 Polyadische Zahlensysteme

- A) Vervollständigen Sie die Tabelle 1, indem Sie die offenen Felder durch Konvertierung ergänzen.

Dezimal	Binär	Oktal	BCD
			0100 0111 0001 <sub>BCD</sub>
		1342 <sub>O</sub>	
	1111101 <sub>B</sub>		
61 <sub>D</sub>			

**Tabelle 1**

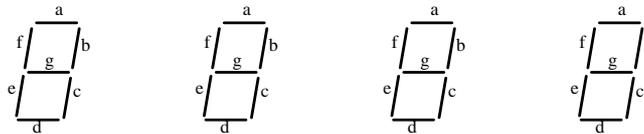
- B) Addieren Sie die im Dezimalsystem gegebenen Zahlen 6758<sub>D</sub> und 3942<sub>D</sub> im BCD Code. Stellen Sie ihren Lösungsweg – inklusive eventuell notwendiger Korrekturschritte - ausführlich dar.

- C) Wandeln Sie die im Hexadezimal gegebenen Zahlen  $7D_H$  und  $2E2_H$  in den Stibitz Code um.

$7D_H =$  \_\_\_\_\_

$2E2_H =$  \_\_\_\_\_

Zur Ansteuerung einer 4-stelligen Ziffernanzeige werden über eine Datenleitung die binär codierten Ziffern an die Ansteuerungseinheit der Ziffernanzeige übertragen. Erst dort wird das Signal zur Darstellung auf den 7-Segmentanzeigen gewandelt.



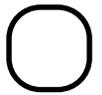
- D) Wie viele Bits müssen maximal übertragen werden um die Anzeige mit einem Wert zu beschreiben wenn die Zahl im Stibitz Code codiert übertragen wird?

Auf der Datenleitung ist es nun möglich 3-wertige Signale zu übertragen. Die Signale nehmen entweder den Wert low ( $0_D$ ), high ( $1_D$ ) oder „hochohmig“ ( $2_D$ ) an.

- E) Wandeln Sie die im Dezimalsystem gegebenen Zahlen  $47_D$  und  $11_D$  in das Zahlensystem mit der Basis 3. Geben Sie Ihre Rechenschritte eindeutig an.

- F) Wie viele Zeichen müssen nun maximal an die Ziffernanzeige übersendet werden, wenn alle darzustellenden Ziffern individuell im Zahlensystem zur Basis 3 codiert werden?

## Aufgabe 5      Minimierung



### Aufgabe 5.1      Verfahren nach Nelson



Für eine unvollständig definierte Schaltfunktion  $F$  sei die Menge der Einstellen (E) und die Menge der Freistellen (F) in **dezimaler** Indizierung wie folgt gegeben:

$$E = \{6, 7, 11, 15\}_{dez}$$

$$F = \{3, 4, 12, 14\}_{dez}$$

Mit Hilfe des Nelson-Verfahrens sollen nun alle Primimplikanten der Funktion ermittelt werden.

- A) Tragen Sie hierzu zunächst die Eins-, Null- und Freistellen in folgendes Symmetriediagramm ein.

		— $x_1$ —			
		0	1	5	4
 $x_2$ 	2	3	7	6	 $x_4$ 
	12	13	17	16	
		— $x_3$ —			
		10	11	15	14

- B) Bilden Sie die Nullblocküberdeckung  $\tau_0$  der Funktion  $G$ . (Freistellen werden hierzu nicht genutzt).

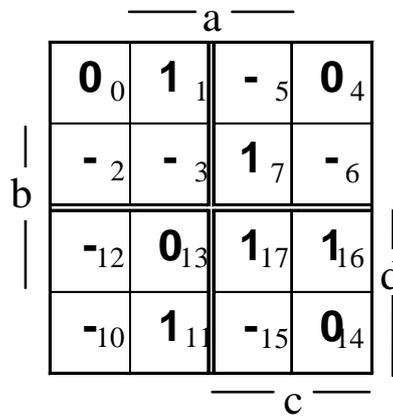
- C) Bilden Sie nun die Einsvervollständigung  $g^E$ :

- D) Distribuieren Sie nun schrittweise den in Teil C) gefundenen Ausdruck aus. Formen Sie dabei geeignet um und streichen Sie alle redundanten Terme bzw. Termanteile. Geben Sie anschließend alle gefundenen Primimplikanten an. Verwendete Umformungsregeln müssen nicht angegeben werden.



**Aufgabe 5.2 Verfahren nach Petrick**

Gegeben sei folgendes Symmetriediagramm der Schaltfunktion  $G$ :



- A) Das Nelson-Verfahren lieferte dabei die in der Tabelle 2 bereits eingetragenen Primterme. Vervollständigen Sie nun die folgende Überdeckungstabelle. Bilden Sie die Kostenfunktionswerte für gegebene Primterme, indem Sie die Variablen jeweils mit „1“ gewichten.



Präsenzvariablen	Primterme	Einsstellen (oktale Indizes)					Kosten
		1	7	11	16	17	
$p_1$	$\bar{b}a$						
$p_2$	$b\bar{a}$						
$p_3$	$ca$						
$p_4$	$cb$						
$p_5$	$d\bar{c}a$						
$p_6$	$d\bar{c}b$						
$p_7$	$\bar{d}a$						
$p_8$	$\bar{d}b$						

**Tabelle 2**

- B) Ermitteln Sie nun die Kernimplikate aus **Tabelle 2**, indem Sie zunächst die **Spaltendominanzen** ausnutzen. Markieren Sie die Kernimplikate durch einen Kreis. Streichen Sie alle Zeilen, die von den ermittelten Kernimplikaten bereits vollständig überdeckt werden.



- C) Tragen Sie nun die im Aufgabenteil B) ermittelte Resttabelle in die Tabelle 3 ein (ordnen Sie dabei die verbleibenden oktalen Indizes wiederum aufsteigend an).

Präsenz- variablen	Primterme	Einsstellen (oktale Indizes)				Kosten

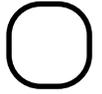
Tabelle 3

- D) Nutzen Sie nun die **Zeilendominanzen**, um redundante Zeilen zu streichen und somit eine kostenminimale Realisierung der Schaltfunktion  $G$  zu erhalten. Streichen Sie dazu zuerst alle dominierten Zeilen und danach erst die durch die dominierenden Zeilen überdeckten Maxterme.
- E) Welche Kosten entstehen bei der von Ihnen ermittelten Realisierung? Geben Sie die somit benötigten Präsenzvariablen  $p_n$  und die zugehörige DMF an.

benötigte Präsenzvariablen: \_\_\_\_\_

Kosten der Realisierung : \_\_\_\_\_

zugehörige DMF: \_\_\_\_\_



## Aufgabe 6 Optimale Codes

Für eine Optimierung des deutschen Mautsystems auf Autobahnen sollen fahrzeugspezifische Zählungen durchgeführt werden. Die Erfassung der Fahrzeuge erfolgt durch die bereits installierten LKW Mautbrücken die durch Videoverarbeitung in der Lage sind Fahrzeugklassen und Kennzeichentypen zu unterscheiden. Die gemessenen Daten werden an eine Zentrale übermittelt. Aufgrund von Bandbreitenbeschränkungen des Übertragungskanal sind die Fahrzeugtypen auf Basis unten stehender Annahmen optimal zu kodieren.

Fahrzeugklasse	Initialen	Annahme (/1000Fzg.)
PKW Inland	PKWI	400
PKW Ausland	PKWA	80
Bus Inland	BUSI	20
Bus Ausland	BUSA	5
Kleintransporter Inland	KTI	50
Kleintransporter Ausland	KTA	40
LKW Inland	LKWI	200
LKW Ausland	LKWA	170
Nicht erkannt / sonstiges	NES	35

**Tabelle 4**

- A) Bestimmen Sie für die in Tabelle 4 gegebene Verteilung eine Huffman-Codierung und tragen Sie diese in die offizielle Ergebnisliste (Tabelle 5) ein.

Zu berücksichtigende Hinweise zur Ermittlung der Huffman-Codierung:

- Benutzen Sie zur Kennzeichnung die Initialen der verschiedenen Fahrzeugtypen.
- Sortieren Sie die Liste der Fahrzeugtypen aufsteigend von rechts nach links abhängig ihrer Annahmehäufigkeit.
- Auch hinzugefügte Knoten müssen (der Annahmehäufigkeit entsprechend) aufsteigend von rechts nach links aufsteigend sortiert werden.
- Weisen Sie den jeweils linken Ästen des entstehenden Baumes die „1“ zu, den jeweils rechten Ästen die „0“.

Lösungsblatt, Huffman Codierung:



<b>Fahrzeugklasse</b>	<b>Annahme (/1000Fzg.)</b>	<b>Ermittelte Huffman- Codierung</b>
PKW Inland	400	
PKW Ausland	80	
Bus Inland	20	
Bus Ausland	5	
Kleintransporter Inland	50	
Kleintransporter Ausland	40	
LKW Inland	200	
LKW Ausland	170	
Nicht erkannt / sonstiges	35	

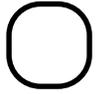
**Tabelle 5**

B) Geben Sie die Formel zur Berechnung der mittleren Codewortlänge für die Codierung an. Berechnen Sie anschließend diesen Wert.

- C) Anhand welcher Quelleneigenschaft kann die Effizienz der gefundenen Huffman-Codierung beurteilt werden? Geben Sie deren Namen sowie deren formale Beschreibung an.

- D) Welche Anzahl an Bytes kann an einem Zähler pro Tag im Mittel gegenüber einer Codierung mit Codewörtern identischer minimaler Länge eingespart werden?

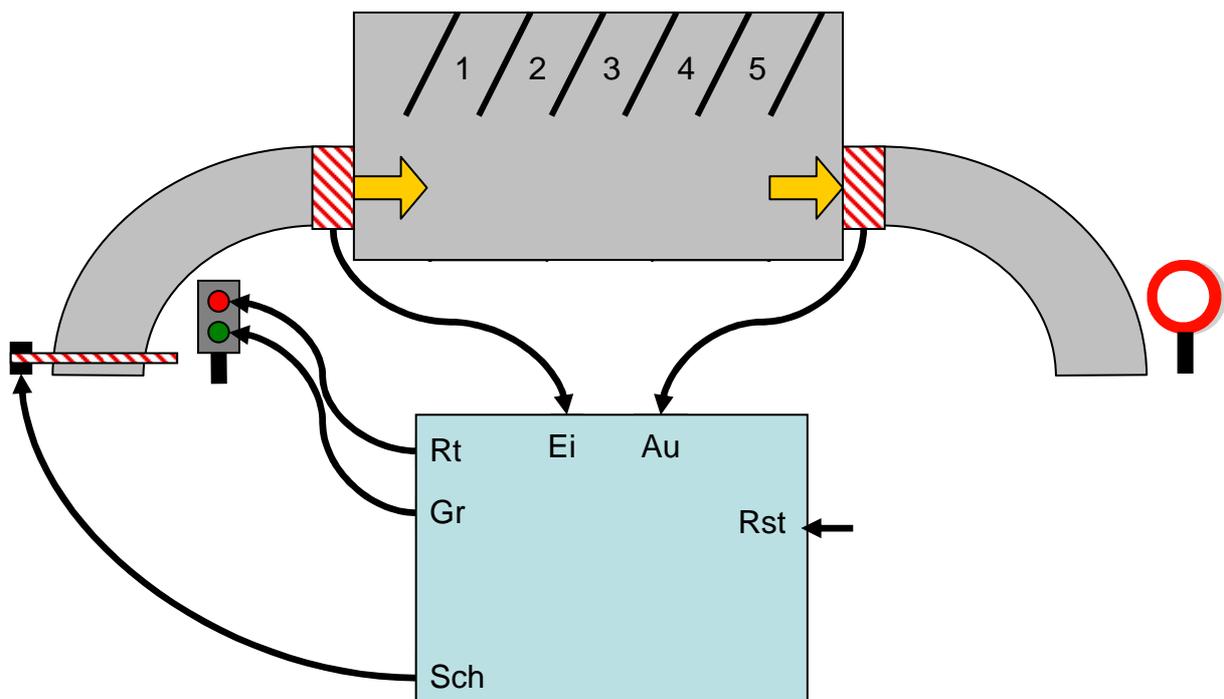
Es wird davon ausgegangen, daß pro Tag 80000 Autos einen Zähler passieren und die mittlere Codewortlänge des Huffman-Codes 2,5 Bits beträgt.



## Aufgabe 7 Automaten

Da auf dem Parkplatz hinter dem Institutsgebäude immer sehr viele Autos stehen, wurde von der Institutsleitung entschieden ein Schrankensystem zu installieren (siehe Abbildung unten). Dabei dürfen maximal 5 Fahrzeuge auf dem Hof stehen. Dabei können die Autos nur auf der linken Seite auf das Gelände fahren und es über die rechte Seite wieder verlassen. Wenn ein Fahrzeug auf das Gelände auffährt oder es verlässt, überfährt es einen Kontaktstreifen der dies der Steuerung meldet. Des Weiteren ist an der Steuerung noch eine Schranke, die die Zufahrt absperrt, angeschlossen sowie eine Ampel.

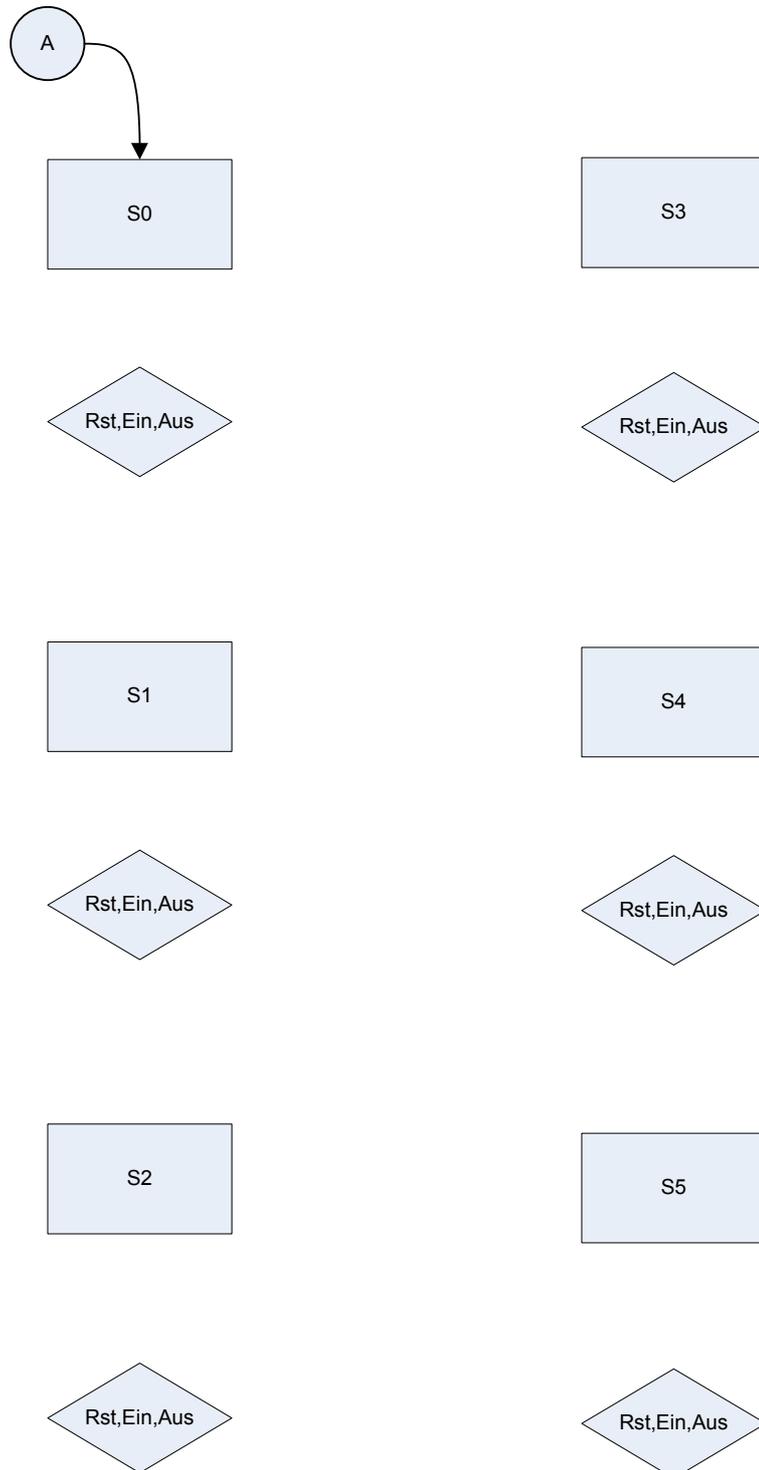
Es soll nun ein Automat entworfen werden, der zählt wie viele Fahrzeuge sich auf dem Parkplatz befinden und diesen durch die Schranke absperrt, falls die maximale Anzahl von 5 Autos erreicht wird. Befinden sich weniger als fünf Fahrzeuge auf dem Gelände soll der Parkplatz befahrbar sein. Außerdem wird der Zustand noch durch eine Ampel angezeigt (Grün = Mindestens ein Parkplatz frei ; Rot = Alle Parkplätze belegt).



Die Signale die im Automaten verwendet werden sind wie folgt definiert:

Gr	Grüne Leuchte an der Ampel (Ausgang) (1=Ein;0=Aus)
Rt	Rote Leuchte an der Ampel (Ausgang) (1=Ein;0=Aus)
Schr	Schranke (Ausgang) (1=Geschlossen;0=Offen)
Ein	Kontaktstreifen meldet das einfahren eines Fahrzeugs (Eingang)
Aus	Kontaktstreifen meldet das verlassen eines Fahrzeugs (Eingang)
Rst	Reset, setzt den Zustand des Automaten auf „kein Auto auf dem Gelände“ (high-aktiv, Eingang)

- A) Realisieren Sie den Automaten als Mealy-Automat unter ausschließlicher Verwendung oben genannter Signale. Stellen Sie die Ausgaben als Blöcke dar.



- C) Ist der Automat auch als Medwedjew-Automat realisierbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

### Aufgabe 7.1 Technische Realisierung eines Automaten

Gegeben sei die Zustandsübergangstabelle eines Schaltwerks mit drei Speicherelementen. Die Zustandskodierung des Schaltwerks wird als Ausgabe zur direkten weiteren Nutzung ausgegeben. Es werden vorderflanken- gesteuerte JK- Flipflops zur Speicherung der Zustände verwendet. Neben dem Takteingang verfügt jedes Flipflop auch über einen Clear- und einen Set- Eingang. Die Speicherelemente sind zum Anfang alle zurückgesetzt worden.

- A) Vervollständigen Sie die unten Tabelle mit notwendigen Steuersignalen, wenn als Speicherelemente JK – Flipflops und ein T-FF verwendet wird.

	Q			Q <sup>t+1</sup>			T <sub>2</sub>	J <sub>1</sub>	K <sub>1</sub>	J <sub>0</sub>	K <sub>0</sub>
	Q <sub>2</sub>	Q <sub>1</sub>	Q <sub>0</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>1</sub>	Q <sub>0</sub>					
0	0	0	0	0	0	1					
1	0	0	1	0	1	1					
2	0	1	1	0	1	0					
3	0	1	0	1	1	0					
4	1	1	0	1	1	1					
5	1	1	1	1	0	1					
6	1	0	1	1	0	0					
7	1	0	0	0	0	0					

- B) Welche digitaltechnische Funktion wird durch die Zustandstabelle realisiert?

C) Geben Sie für das T-FlipFlop und die JK-FlipFlops die jeweiligen Ansteuerfunktionen an und minimieren Sie diese. Geben Sie die resultierenden algebraischen Ausdrücke an.



$K_C$

	$Q_C$			
	c	1	2	3
$Q_2$	7	6	5	4
	$Q_1$			

$J_C$

	$Q_C$			
	c	1	2	3
$Q_2$	7	6	5	4
	$Q_1$			

$K_1$

	$Q_C$			
	c	1	2	3
$Q_2$	7	6	5	4
	$Q_1$			

$J_1$

	$Q_C$			
	c	1	2	3
$Q_2$	7	6	5	4
	$Q_1$			

$T_2$

	$Q_C$			
	c	1	2	3
$Q_2$	7	6	5	4
	$Q_1$			

$K_0 =$  \_\_\_\_\_

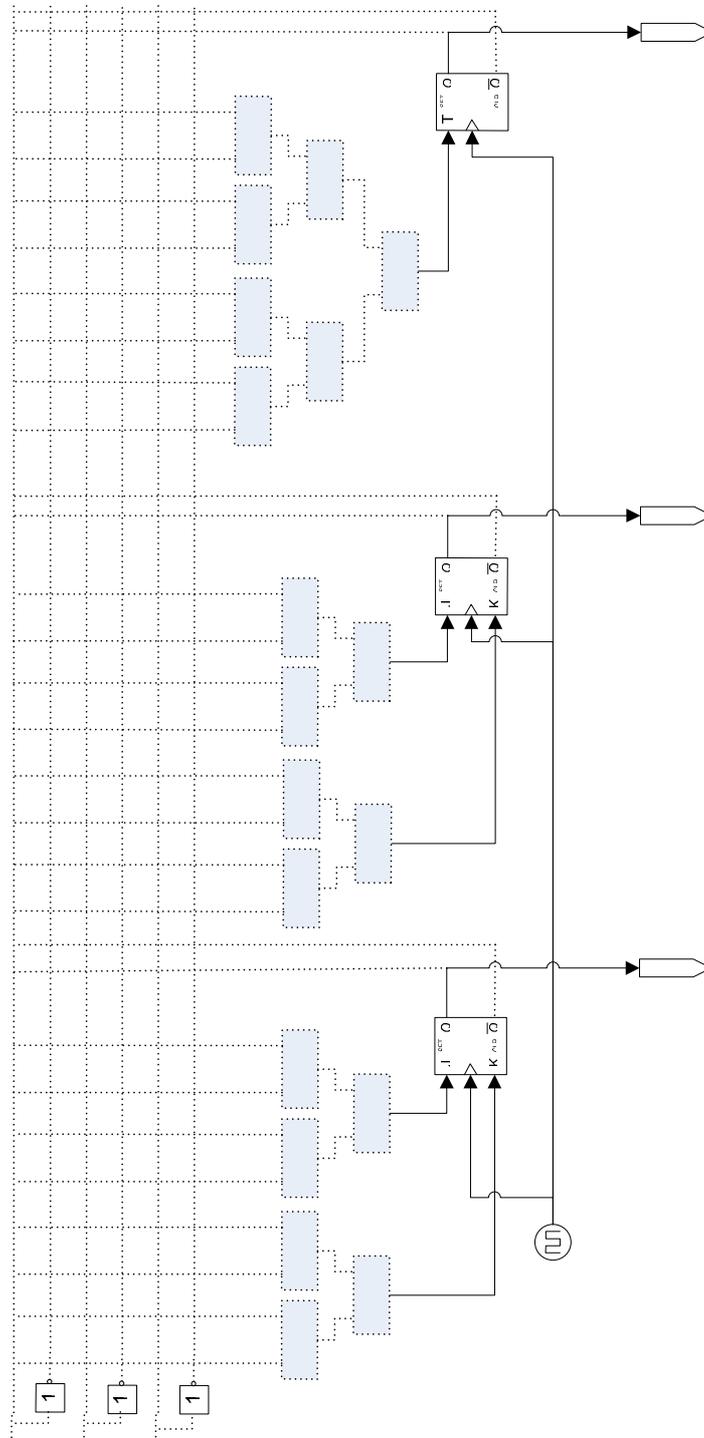
$J_0 =$  \_\_\_\_\_

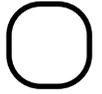
$K_1 =$  \_\_\_\_\_

$J_1 =$  \_\_\_\_\_

$T_2 =$  \_\_\_\_\_

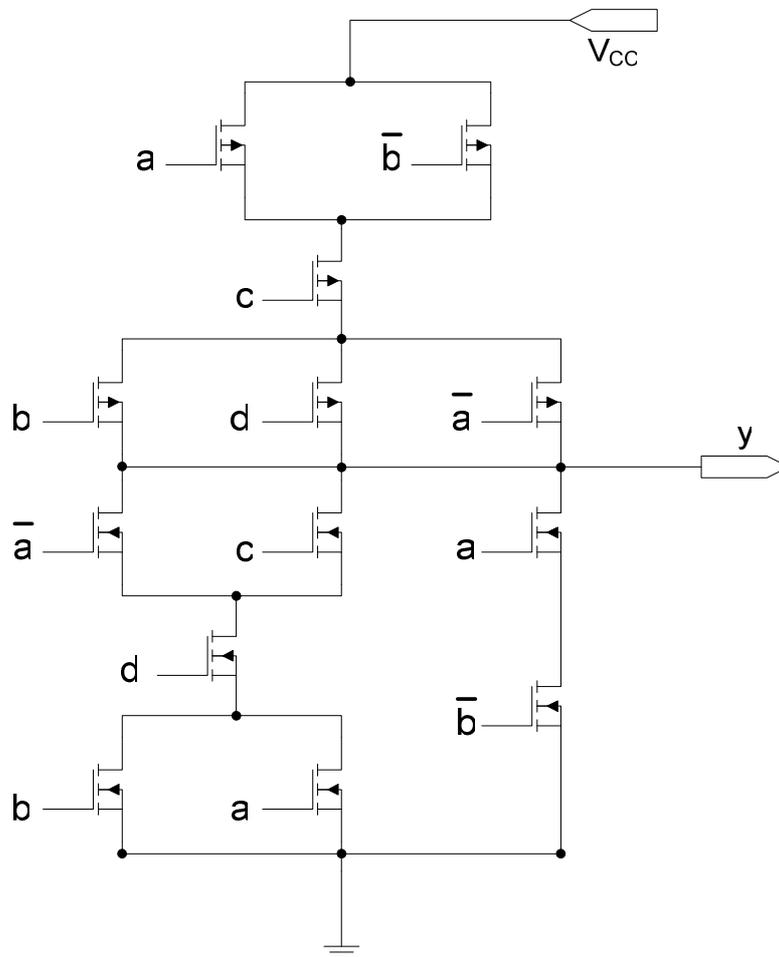
D) Entwerfen Sie die Schaltung des im Aufgabeteil c) entworfenen Automaten unter Verwendung der nachfolgenden Skizze. Hinweis: Die SET und CLR Eingänge der Flipflops sollen dabei nicht beachtet werden.





## Aufgabe 8 CMOS-Schaltnetze

Gegeben sei folgender CMOS-Schaltkreis:



- A) Geben Sie für die vorliegende Schaltung sowohl die pull-down-Funktion  $G$  als auch die pull-up-Funktion  $F$  an.

Matrikelnummer:

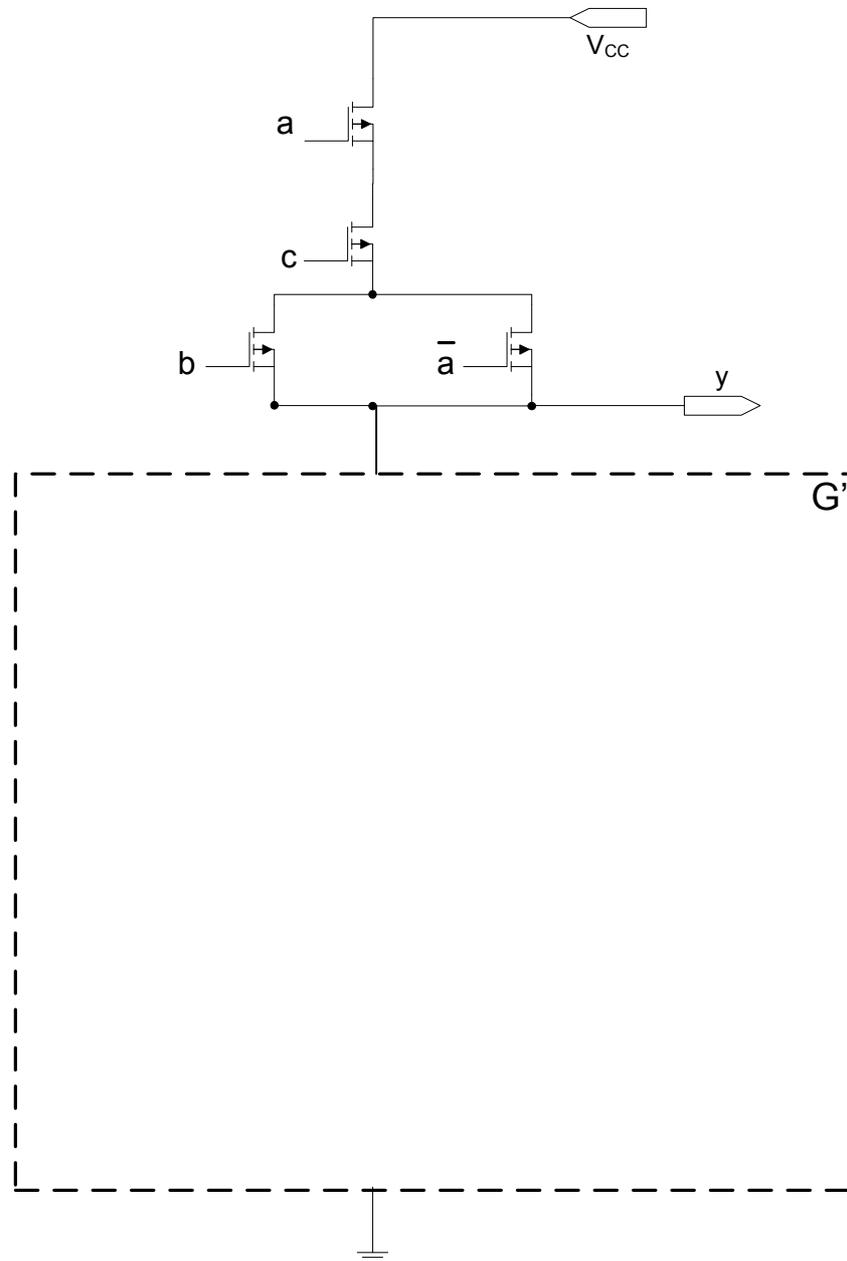
Name:

---

B) Zeigen Sie, daß die Schaltung nicht wohldefiniert ist. Geben Sie die  
Eingangsbelegungen an, welche zu Kurzschlüssen führen.



- C) Ergänzen Sie die unten gegebene Schaltung mit einer Pull-Down Funktion  $G'$ , mit der die Schaltung wohl definiert ist. Geben Sie zusätzlich  $G'$  als schaltalgebraischen Ausdruck an und zeigen Sie daran die Wohldefiniertheit.



$G' =$

Matrikelnummer:

Name:

---

Zusätzliches Lösungsblatt 1:

Matrikelnummer:

Name:

---

Zusätzliches Lösungsblatt 2: