Grundlagen der Digitaltechnik

6. Lösungsblatt

Institut für Technik der Informationsverarbeitung, Universität Karlsruhe

1. Aufgabe:

$$y = (a \,\&\, \overline{b}) \vee \overline{a} = (a \vee \overline{a}) \,\&\, (\overline{b} \vee \overline{a}) = 1 \,\&\, (\overline{b} \vee \overline{a}) = \overline{b} \vee \overline{a}$$

NICHT, UND, ODER	$y = \overline{b} \vee \overline{a}$
NICHT, UND	$y = \overline{\overline{\overline{b} \vee \overline{a}}} = \overline{\overline{\overline{b}}\,\&\,\overline{\overline{a}}} = \overline{b \,\&\, a}$
NICHT, ODER	$y = \overline{b} \vee \overline{a}$
UND ANTIVALENZ	aus $\overline{a} = (a \nequiv 1)$ folgt $y = (a \,\&\, b) \nequiv 1$
NAND	$y = b \mathbin{\overline{\&}} a$
NOR	$y = \overline{\overline{b}\,\overline{\vee}\,\overline{a}} = (\overline{b} \mathbin{\overline{\vee}} \overline{a}) \mathbin{\overline{\vee}} (\overline{b} \mathbin{\overline{\vee}} \overline{a}) =$ $= \left[(b \mathbin{\overline{\vee}} b) \mathbin{\overline{\vee}} (a \mathbin{\overline{\vee}} a)\right] \mathbin{\overline{\vee}} \left[(b \mathbin{\overline{\vee}} b) \mathbin{\overline{\vee}} (a \mathbin{\overline{\vee}} a)\right]$

2. Aufgabe:

2.1

y

		x1	x1	
	1_{0}	1_{1}	0_{5}	1_{4}
x2	0_{2}	1_{3}	0_{7}	0_{6}
			x3	x3

$\{X_j\}_0 = \{ 2, 5, 6, 7 \}$

2.2 Disjunktive Form: $y = \overline{x}_2\overline{x}_1 \vee \overline{x}_3 x_1$

2.3 Konjunktive Form: $y = (\overline{x}_3 \vee \overline{x}_1) \,\&\, (\overline{x}_2 \vee x_1)$

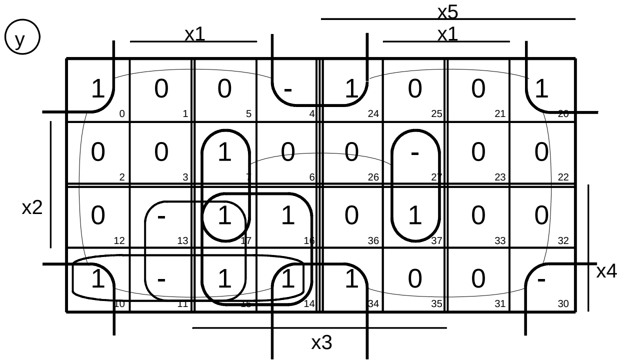
2.4 Ausgehend von disjunktiver Form:

$$y = \overline{x}_2\overline{x}_1 \vee \overline{x}_3 x_1 = \overline{\overline{\overline{x}_2\overline{x}_1 \vee \overline{x}_3 x_1}} = \overline{\overline{\overline{x}_2\overline{x}_1} \,\&\, \overline{\overline{x}_3 x_1}} = (x_1 \mathbin{\overline{\&}} \overline{x_3}) \mathbin{\overline{\&}} (\overline{x_1} \mathbin{\overline{\&}} \overline{x_2})$$

$$= (x_1 \mathbin{\overline{\&}} (x_3 \mathbin{\overline{\&}} x_3)) \mathbin{\overline{\&}} ((x_1 \mathbin{\overline{\&}} x_1) \mathbin{\overline{\&}} (x_2 \mathbin{\overline{\&}} x_2))$$

3. Aufgabe:

3.1:

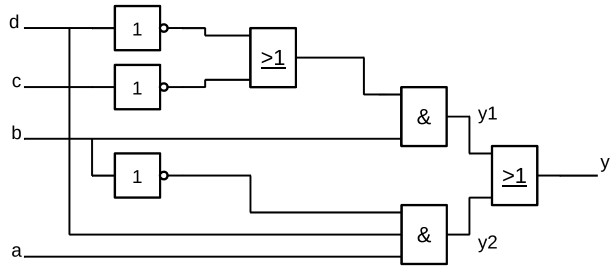


3.2:

$$y = (\bar{x}_5 \,\&\, x_4 \,\&\, x_3) \vee (\bar{x}_2 \,\&\, \bar{x}_1) \vee$$
$$(x_3 \,\&\, x_2 \,\&\, x_1)$$

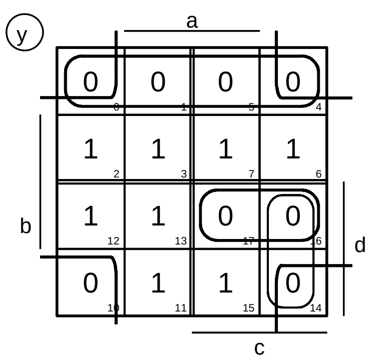
4. Aufgabe:

4.1



4.2

d	c	b	a	y
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

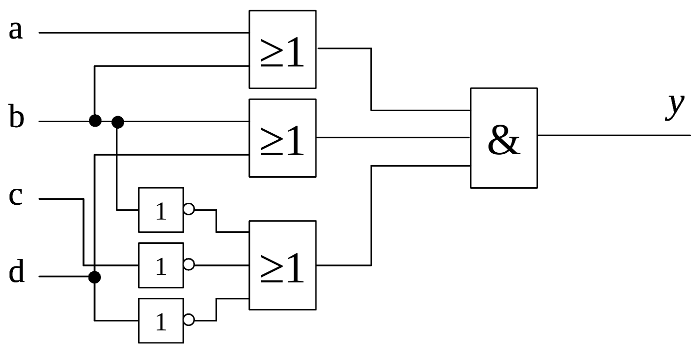


$\{X_j\}_0 = \{ 0, 1, 4, 5, 10, 14, 16, 17 \}$

4.3: $W_1 = \bar{d} \vee \bar{c} \vee a$, $W_2 = \bar{d} \vee \bar{c} \vee \bar{b}$, $W_3 = d \vee b$, $W_4 = a \vee b$

4.4: KMF: $y = (d \vee b) \,\&\, (a \vee b) \,\&\, (\bar{d} \vee \bar{c} \vee \bar{b})$

4.5:



5. Aufgabe:

5.1 $y = (c \vee a) \,\&\, (\bar{d} \vee b \vee \bar{a}) \,\&\, (d \vee \bar{c} \vee \bar{b} \vee a)$

5.2 $y = (c \vee a) \,\&\, (\bar{d} \vee b \vee \bar{a}) \,\&\, (d \vee \bar{c} \vee \bar{b} \vee a)$

$= (\bar{d}c \vee cb \vee c\bar{a} \vee \bar{d}a \vee ba \vee \bar{a}a) \,\&\, (d \vee \bar{c} \vee \bar{b} \vee a)$

$= (\bar{d}c \vee cb \vee c\bar{a} \vee \bar{d}a \vee ba) \,\&\, (d \vee \bar{c} \vee \bar{b} \vee a)$

$= (\bar{d}dc \vee \bar{d}\bar{c}c \vee \bar{d}c\bar{b} \vee \bar{d}ca \vee dcb \vee \bar{c}cb \vee c\bar{b}b \vee cba \vee dc\bar{a} \vee \bar{c}c\bar{a} \vee c\bar{b}\bar{a} \vee c\bar{a}a \vee$

$\bar{d}da \vee \bar{d}\bar{c}a \vee \bar{d}\bar{b}a \vee \bar{d}a \vee dba \vee \bar{c}ba \vee \bar{b}ba \vee ba)$

$= (\bar{d}c\bar{b} \vee dcb \vee dc\bar{a} \vee c\bar{b}\bar{a} \vee \bar{d}a)$

5.3

Term	Block	Einsstellen 1	4	5	14	16	Präsenzvar.
$\bar{d}c\bar{b}$	(0, 1, 0, -)		x	x			p_1
dcb	(1, 1, 1, -)					x	p_2
$dc\bar{a}$	(1, 1, -, 0)				x	x	p_3
$c\bar{b}\bar{a}$	(-, 1, 0, 0)		x		x		p_4
$\bar{d}a$	(0, -, -, 1)	x		x			p_5

5.4 PA $= p_5 \,\&\, (p_1 \vee p_4) \,\&\, (p_1 \vee p_5) \,\&\, (p_3 \vee p_4) \,\&\, (p_2 \vee p_3)$

$= p_5 \,\&\, (p_1 \vee p_1p_4 \vee p_1p_5 \vee p_4p_5) \,\&\, (p_2p_3 \vee p_2p_4 \vee p_3 \vee p_3p_4)$

$= p_5 \,\&\, (p_1 \vee p_4p_5) \,\&\, (p_2p_4 \vee p_3)$

$= p_5 \,\&\, (p_1p_2p_4 \vee p_1p_3 \vee p_2p_4p_5 \vee p_3p_4p_5)$

$= p_1p_2p_4p_5 \vee p_1p_3p_5 \vee p_2p_4p_5 \vee p_3p_4p_5$

$= p_1p_3p_5 \vee p_2p_4p_5 \vee p_3p_4p_5$

5.5 DMF1: $y = \bar{d}c\bar{b} \vee dc\bar{a} \vee \bar{d}a$

DMF2: $y = dcb \vee c\bar{b}\bar{a} \vee \bar{d}a$

DMF3: $y = dc\bar{a} \vee c\bar{b}\bar{a} \vee \bar{d}a$

5.6

PI	Kosten c_i Anzahl der Literale	1	4	5	14	15
p_1	3		x	x		
p_2	3					x
p_3	3				x	x
p_4	3		x		x	
p_5	2	x		x		

- Kerngröße p_5

PI	Kosten c_i Anzahl der Literale	4	14	15
p_1	3	x		
p_2	3			x
p_3	3		x	x
p_4	3	x	x	

- keine dominierenden Spalten
- Zeilendominanz

$p_3 > p_2$ und $c_3 = c_2 \rightarrow p_2$ streichen
$p_4 > p_1$ und $c_4 = c_1 \rightarrow p_1$ streichen

PI	Kosten c_i Anzahl der Literale	4	14	15
p_3	3			x
p_4	3	x		

- p_3 und p_4 sind Kerngrößen

Eine mögliche kostenminimale Funktion umfasst somit die Primimplikanten p_3,p_4 und p_5

6. Aufgabe:

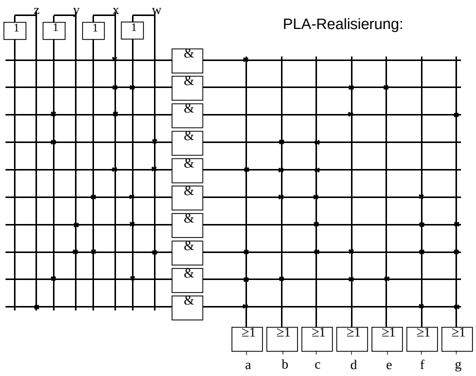
6.1

$$a = z + x + \bar{w}\bar{y} + wy \qquad d = z + \bar{w}\bar{y} + x\bar{w} + x\bar{y} + wy\bar{x} \qquad g = z + x\bar{y} + \bar{w}y + \bar{x}y$$

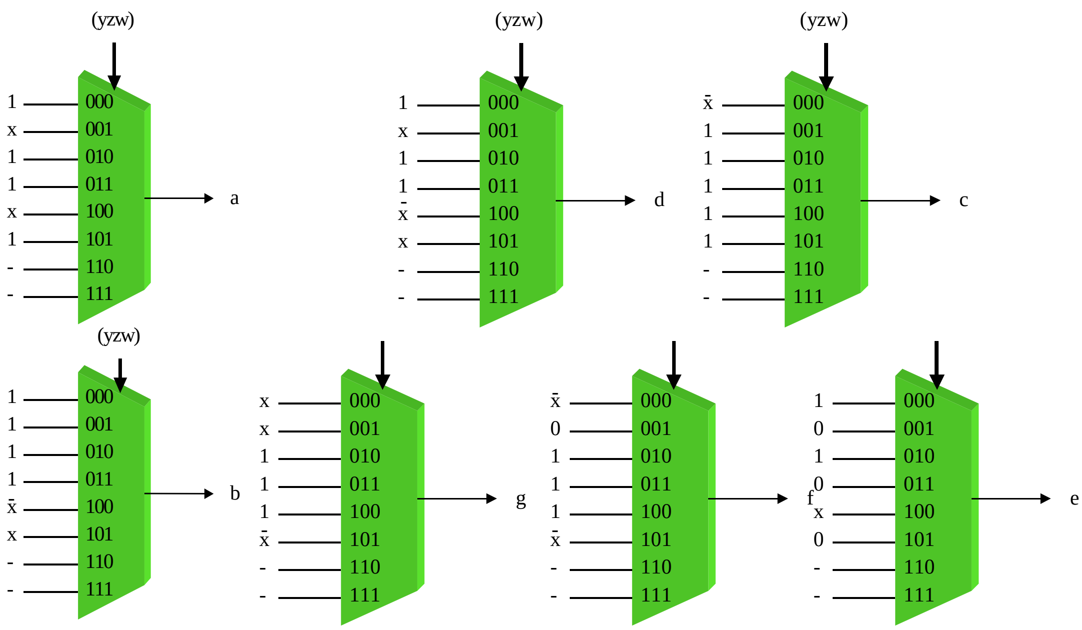
$$b = \bar{y} + \bar{w}\bar{x} + wx \qquad e = \bar{w}\bar{y} + x\bar{w}$$

$$c = y + w + \bar{x} \qquad f = z + \bar{w}y + \bar{x}\bar{w} + y\bar{x}$$

6.2

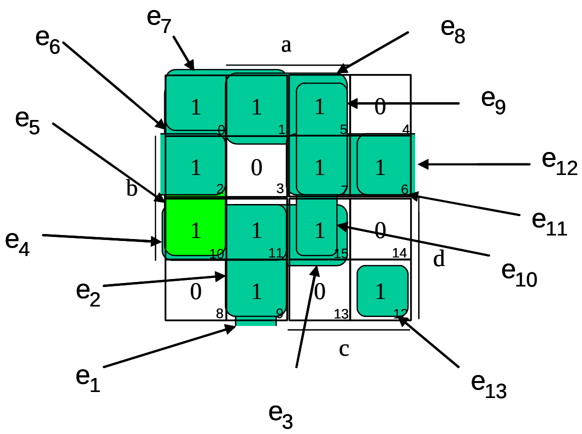


6.3



7. Aufgabe:

7.1: Symmetriediagramm mit Kennzeichnung der Primimpliakanten



7.2:

Unter der Annahme, dass der zyklische Kern zuerst nach e_8 und später nach e_9 (Fallunterscheidung!) weiterentwickelt wird, ergeben sich zwei gleichwertige, kostenminimale Und-/Oder-Realisierungen f_1 bzw. f_2.

$$f_1 = e_{13} + e_5 + e_6 + e_1 + e_3 + e_9 + e_{12}$$

$$f_2 = e_{13} + e_5 + e_6 + e_2 + e_8 + e_{10} + e_{11}$$

Der Petrick Ausdruck für die Funktion *f* lautet:

$$P_e = (e_6 + e_7)_0 (e_7 + e_8 + e_1)_1 (e_6 + e_5 + e_{12})_2 (e_8 + e_9)_5$$
$$(e_{12} + e_{11})_6 (e_9 + e_{11} + e_{10})_7 (e_1 + e_2)_9 (e_4 + e_5)_{10}$$
$$(e_4 + e_2 + e_3)_{11} (e_{13})_{12} (e_1 + e_2)_{15} \stackrel{!}{=} 1$$

8. Aufgabe:

8.1:

	1	2	3	4	5	6	7	8
A		X			X		X	
B				X	X		X	
C			X					X
D				X				X
E	X		X			X		

$P_e = E \bullet A \bullet (C+E) \bullet (B+D) \bullet (A+B) \bullet E \bullet (A+B) \bullet (C+D)$

8.2:
$P_e = EABC + EABD + EADC + EAD$

Gewicht EABC: 1420g
Gewicht EABD: 1750g
Gewicht EADC: 1620g
Gewicht EAD: 1450g

Die kostengünstigste Kombination ist EABC mit einem Gesamtgewicht von 1420g

Aufgabe F2:

F2.1: Es handelt sich um einen Moore Automaten, da die Ausgabe nur von Zuständen abhängt.

F2.2: Der Automat verfügt über 5 Zustände.

D.h., es werden $\lceil ld5 \rceil$ = 3 Flip-Flops für die Realisierung des Automaten benötigt.

F2.3:

Diagramm	Tabelle
A	R
B	U
C	Z
D	W
E	T
G	X
L	Y

S^n	X	S^{n+1}	Y
R	-	Z	0
U	0 1	R Z	0
W	0 1	T W	0
Z	-	W	1
T	0 1	Z U	1