

Digitaltechnik

6. Lösungsblatt

Institut für Technik der Informationsverarbeitung, Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

1. Aufgabe:

1.1

(y)

		x1			
		1	1	0	1
		0	1	0	0
x2		0	1	0	0
		0	1	0	0
		x3			

$$\{X_j\}_0 = \{2, 5, 6, 7\}$$

1.2 Disjunktive Form: $y = \bar{x}_2 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_3 x_1$

1.3 Konjunktive Form: $y = (\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1) \& (\bar{x}_2 \vee x_1)$

1.4 Ausgehend von disjunktiver Form:

$$y = \bar{x}_2 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_3 x_1 = \overline{x_2 x_1} \vee \overline{x_3 x_1} = \overline{x_2 x_1} \& \overline{x_3 x_1} = (x_1 \& \bar{x}_3) \& (\bar{x}_2 \& x_1) \\ = (x_1 \& (x_3 \& x_3)) \& ((x_1 \& x_1) \& (\bar{x}_2 \& x_2))$$

2. Aufgabe:

2.1:

(y)

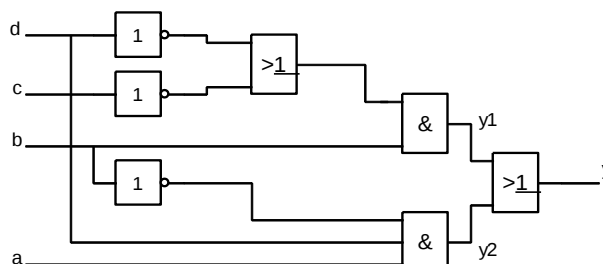
		x1				x5			
		1	0	0	-	1	0	0	1
		0	0	1	0	0	-	0	0
x2		0	-	1	1	0	1	0	0
		1	-	1	1	1	0	0	-
		x3				x4			

2.2:

$$y = (\bar{x}_5 \& x_4 \& x_3) \vee (\bar{x}_2 \& \bar{x}_1) \vee (x_3 \& x_2 \& x_1)$$

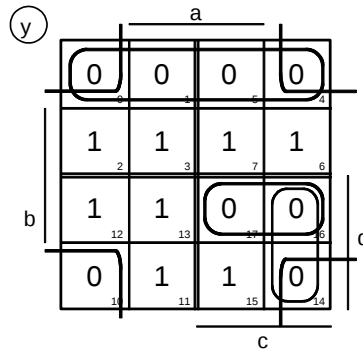
3. Aufgabe:

3.1



3.2

d	c	b	a	y
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

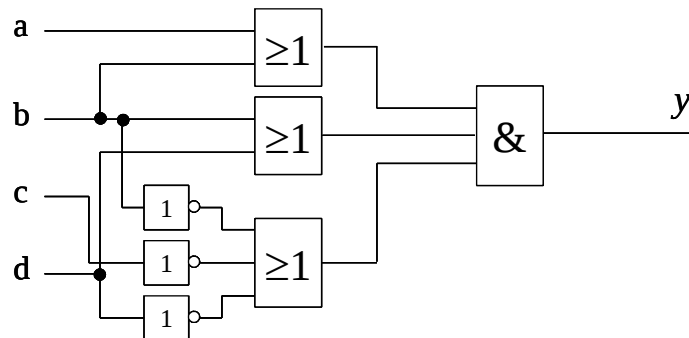


$$\{X_i\}_0 = \{0, 1, 4, 5, 10, 14, 16, 17\}$$

3.3: $W_1 = \bar{d} \vee \bar{c} \vee a$, $W_2 = \bar{d} \vee \bar{c} \vee \bar{b}$, $W_3 = d \vee b$, $W_4 = a \vee b$

3.4: KMF: $y = (d \vee b) \& (a \vee b) \& (\bar{d} \vee \bar{c} \vee \bar{b})$

3.5:



4. Aufgabe:

4.1 $y = (c \vee a) \& (\bar{d} \vee b \vee \bar{a}) \& (d \vee \bar{c} \vee \bar{b} \vee a)$

4.2 $y = (c \vee a) \& (\bar{d} \vee b \vee \bar{a}) \& (d \vee \bar{c} \vee \bar{b} \vee a)$

$$= (\bar{d}c \vee cb \vee c\bar{a} \vee \bar{d}a \vee ba \vee \bar{a}a) \& (d \vee \bar{c} \vee \bar{b} \vee a)$$

$$= (\bar{d}c \vee cb \vee c\bar{a} \vee \bar{d}a \vee ba) \& (d \vee \bar{c} \vee \bar{b} \vee a)$$

$$= (\bar{d}dc \vee \bar{d}\bar{c}c \vee \bar{d}c\bar{b} \vee \bar{d}ca \vee dcb \vee \bar{c}cb \vee c\bar{b}b \vee cba \vee d\bar{c}\bar{a} \vee \bar{c}\bar{c}\bar{a} \vee c\bar{b}\bar{a} \vee c\bar{a}a \vee$$

$$\bar{d}da \vee \bar{d}\bar{c}a \vee \bar{d}\bar{b}a \vee \bar{d}a \vee dba \vee \bar{c}ba \vee \bar{b}ba \vee ba)$$

$$= (\bar{d}c\bar{b} \vee dcb \vee d\bar{c}\bar{a} \vee c\bar{b}\bar{a} \vee \bar{d}a)$$

4.3

Term	Block	Einsstellen					Präsenzvar.
		1	4	5	14	16	
$\bar{d}c\bar{b}$	(0, 1, 0, -)		x	x			p_1
dcb	(1, 1, 1, -)					x	p_2
$d\bar{c}\bar{a}$	(1, 1, -, 0)				x	x	p_3
$c\bar{b}\bar{a}$	(-, 1, 0, 0)		x		x		p_4
$\bar{d}a$	(0, -, -, 1)	x		x			p_5

$$\begin{aligned}
4.4 \quad PA &= p_5 \& (p_1 \vee p_4) \& (p_1 \vee p_5) \& (p_3 \vee p_4) \& (p_2 \vee p_3) \\
&= p_5 \& (p_1 \vee p_1 p_4 \vee p_1 p_5 \vee p_4 p_5) \& (p_2 p_3 \vee p_2 p_4 \vee p_3 \vee p_3 p_4) \\
&= p_5 \& (p_1 \vee p_4 p_5) \& (p_2 p_4 \vee p_3) \\
&= p_5 \& (p_1 p_2 p_4 \vee p_1 p_3 \vee p_2 p_4 p_5 \vee p_3 p_4 p_5) \\
&= p_1 p_2 p_4 p_5 \vee p_1 p_3 p_5 \vee p_2 p_4 p_5 \vee p_3 p_4 p_5 \\
&= p_1 p_3 p_5 \vee p_2 p_4 p_5 \vee p_3 p_4 p_5
\end{aligned}$$

$$4.5 \quad \text{DMF1: } y = \overline{d} \overline{c} \overline{b} \vee d \overline{c} \overline{a} \vee d a$$

$$\text{DMF2: } y = d \overline{c} b \vee c \overline{b} \overline{a} \vee \overline{d} a$$

$$\text{DMF3: } y = d \overline{c} \overline{a} \vee c \overline{b} \overline{a} \vee \overline{d} a$$

4.6

PI	Kosten c_i Anzahl der Literale	1	4	5	14	15
p_1	3		x	x		
p_2	3					x
p_3	3				x	x
p_4	3		x		x	
p_5	2	(x)		x		

- Kerngröße p_5

PI	Kosten c_i Anzahl der Literale	4	14	15
p_1	3	x		
p_2	3			x
p_3	3		x	x
p_4	3	x	x	

- keine dominierenden Spalten
- Zeilendominanz

$p_3 > p_2$ und $c_3 = c_2 \rightarrow p_2$ streichen

$p_4 > p_1$ und $c_4 = c_1 \rightarrow p_1$ streichen

PI	Kosten c_i Anzahl der Literale	4	14	15
p_3	3		x	(x)
p_4	3	(x)	x	

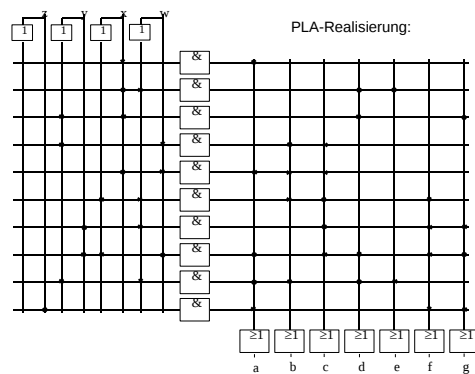
- p_3 und p_4 sind Kerngrößen

Eine mögliche kostenminimale Funktion umfasst somit die Primimplikanten p_3, p_4 und p_5

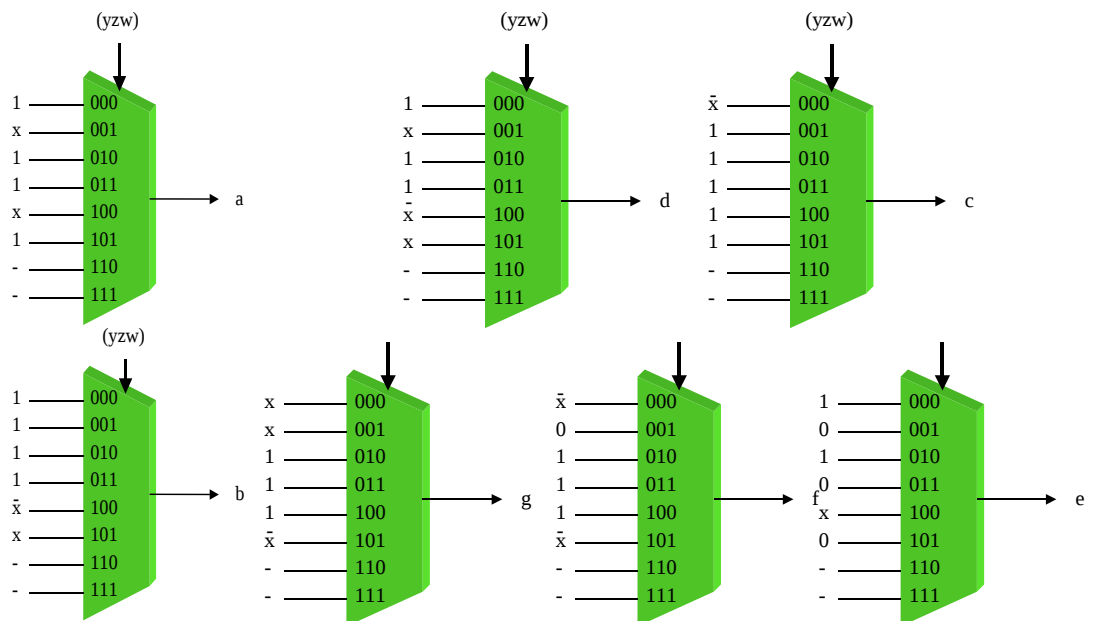
5. Aufgabe:

$$\begin{aligned}
5.1 \quad a &= z + x + \overline{w} \overline{y} + w y & d &= z + \overline{w} \overline{y} + x \overline{w} + x \overline{y} + w y \overline{x} & g &= z + x \overline{y} + \overline{w} y + \overline{x} y \\
b &= \overline{y} + \overline{w} x + w x & e &= \overline{w} y + x \overline{w} & & \\
c &= y + w + \overline{x} & f &= z + \overline{w} y + \overline{x} \overline{w} + y \overline{x} & &
\end{aligned}$$

5.2

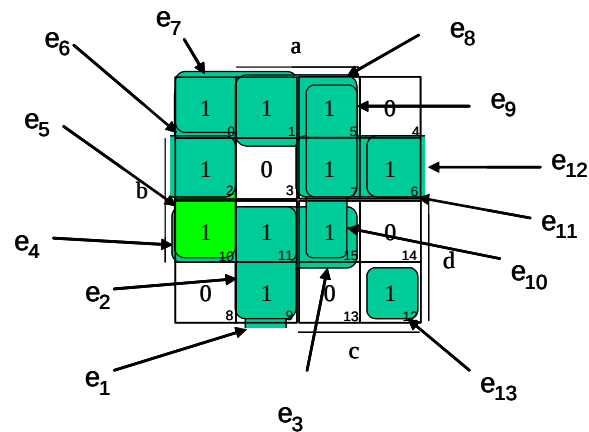


5.3



6. Aufgabe:

6.1: Symmetriediagramm mit Kennzeichnung der Primimplikanten



6.2:

Unter der Annahme, dass der zyklische Kern zuerst nach e_8 und später nach e_9 (Fallunterscheidung!) weiterentwickelt wird, ergeben sich zwei gleichwertige, kostenminimale Und-/Oder-Realisierungen f_1 bzw. f_2 .

$$f_1 = e_{13} + e_5 + e_6 + e_1 + e_3 + e_9 + e_{12}$$

$$f_2 = e_{13} + e_5 + e_6 + e_2 + e_8 + e_{10} + e_{11}$$

Der Petrick Ausdruck für die Funktion f lautet:

$$\begin{aligned} P_e &= (e_6 + e_7)_0 (e_7 + e_8 + e_1)_1 (e_6 + e_5 + e_{12})_2 (e_8 + e_9)_5 \\ &\quad (e_{12} + e_{11})_6 (e_9 + e_{11} + e_{10})_7 (e_1 + e_2)_9 (e_4 + e_5)_{10} \\ &\quad (e_4 + e_2 + e_3)_{11} (e_{13})_{12} (e_1 + e_2)_{15} \stackrel{!}{=} 1 \end{aligned}$$

7. Aufgabe:

7.1:

	1	2	3	4	5	6	7	8
A		X			X		X	
B				X	X		X	
C			X					X
D				X				X
E	X		X			X		

$$P_e = E \square A \square (C + E) \square (B + D) \square (A + B) \square E \square (A + B) \square (C + D)$$

7.2:

$$P_e = EABC + EABD + EADC + EAD$$

Gewicht EABC: 1420g

Gewicht EABD: 1750g

Gewicht EADC: 1620g

Gewicht EAD: 1450g

Die kostengünstigste Kombination ist EABC mit einem Gesamtgewicht von 1420g

Aufgabe F2:

F2.1: Es handelt sich um einen Moore Automaten, da die Ausgabe nur von Zuständen abhängt.

F2.2: Der Automat verfügt über 5 Zustände.

D.h., es werden $\lceil \lg 5 \rceil = 3$ Flip-Flops für die Realisierung des Automaten benötigt.

F2.3:

Diagramm	Tabelle
A	R
B	U
C	Z
D	W
E	T
G	X
L	Y

S^n	X	S^{n+1}	Y
R	-	Z	0
U	0 1	R Z	0
W	0 1	T W	0
Z	-	W	1
T	0 1	Z U	1