Karlsruhe Institute of Technology

Institut für Technik der Informationsverarbeitung

Dipl.-Ing. J. Heißwolf

heisswolf@kit.edu

Karlsruher Institut für Technologie (**KIT**)

Digitaltechnik

6. Übung

1. Aufgabe

Die Einsstellenmenge einer vollständig definierten Schaltfunktion $y = f(x_3, x_2, x_1)$ sei gegeben mit $\{X_j\}_1 = \{0,1,3,4\}$.

1.1

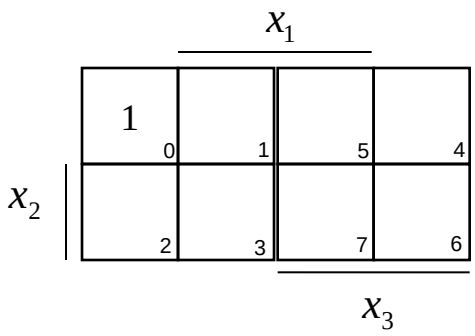
Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein und geben Sie die Nullstellenmenge an $\{X_j\}_0$.

1. Aufgabe

Die Einsstellenmenge einer vollständig definierten Schaltfunktion $y = f(x_1, x_2, x_3)$ sei gegeben mit $\{X_j\}_1 = \{0,1,3,4\}$.

1.1

Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein und geben Sie die Nullstellenmenge an $\{X_j\}_0$.

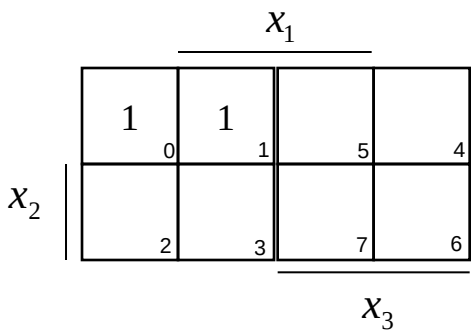


1. Aufgabe

Die Einsstellenmenge einer vollständig definierten Schaltfunktion $y = f(x_1, x_2, x_3)$ sei gegeben mit $\{X_j\}_1 = \{0,1,3,4\}$.

1.1

Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein und geben Sie die Nullstellenmenge an $\{X_j\}_0$.

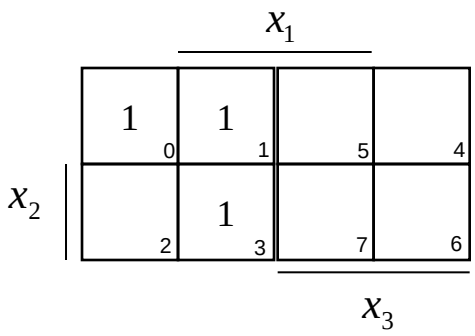


1. Aufgabe

Die Einsstellenmenge einer vollständig definierten Schaltfunktion $y = f(x_1, x_2, x_3)$ sei gegeben mit $\{X_j\}_1 = \{0,1,3,4\}$.

1.1

Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein und geben Sie die Nullstellenmenge an $\{X_j\}_0$.

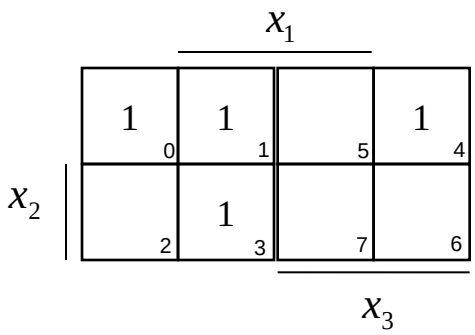


1. Aufgabe

Die Einsstellenmenge einer vollständig definierten Schaltfunktion $y = f(x_1, x_2, x_3)$ sei gegeben mit $\{X_j\}_1 = \{0,1,3,4\}$.

1.1

Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein und geben Sie die Nullstellenmenge an $\{X_j\}_0$.

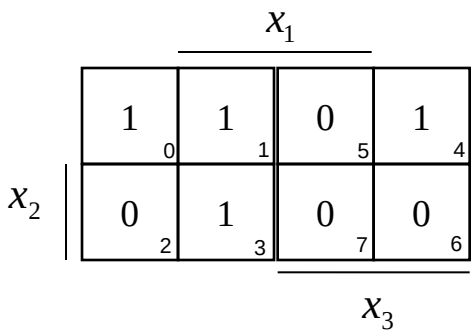


1. Aufgabe

Die Einsstellenmenge einer vollständig definierten Schaltfunktion $y = f(x_1, x_2, x_3)$ sei gegeben mit $\{X_j\}_1 = \{0,1,3,4\}$.

1.1

Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein und geben Sie die Nullstellenmenge an $\{X_j\}_0$.

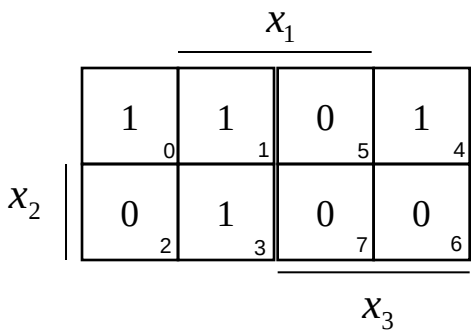


1. Aufgabe

Die Einsstellenmenge einer vollständig definierten Schaltfunktion $y = f(x_1, x_2, x_3)$ sei gegeben mit $\{X_j\}_1 = \{0,1,3,4\}$.

1.1

Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein und geben Sie die Nullstellenmenge an $\{X_j\}_0$.

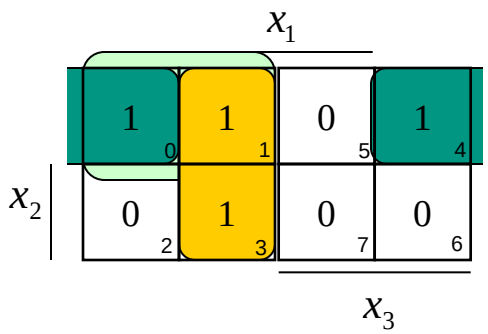


$$\{X_j\}_0 = \{2,5,6,7\}$$

1. Aufgabe

1.2

Geben Sie die vollständige Blocküberdeckung in disjunktiver Form an.



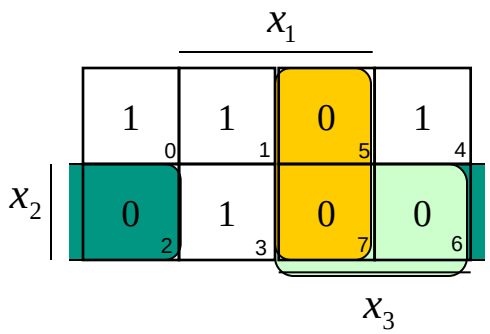
$$y = \overline{x_2} \,\&\, \overline{x_3} \vee x_1 \,\&\, \overline{x_3} \vee \overline{x_1} \,\&\, \overline{x_2}$$

$$y = x_1 \,\&\, \overline{x_3} \vee \overline{x_1} \,\&\, \overline{x_2}$$

1. Aufgabe

1.3

Geben Sie die vollständige Blocküberdeckung in konjunktiver Form an.



$$y = (\overline{x_1} \vee \overline{x_3}) \,\&\, (\overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \,\&\, (\overline{x_2} \vee x_1)$$

$$y = (\overline{x_1} \vee \overline{x_3}) \,\&\, (\overline{x_2} \vee x_1)$$

1. Aufgabe

1.4

Zur Implementierung der Funktion stehen nur NAND-Gatter (mit mehreren Eingängen) zur Verfügung. Formen Sie die disjunktive Form mit Hilfe der DeMorganschen Regeln entsprechend um.

$$y = (x_1 \,\&\, \overline{x_3}) \vee (\overline{x_1} \,\&\, \overline{x_2})$$

$$= \overline{\overline{(x_1 \,\&\, \overline{x_3}) \vee (\overline{x_1} \,\&\, \overline{x_2})}}$$

$$= \overline{\overline{(x_1 \,\&\, \overline{x_3})} \,\&\, \overline{(\overline{x_1} \,\&\, \overline{x_2})}}$$

$$= (x_1 \,\&\, \overline{x_3}) \,\&\, (\overline{x_1} \,\&\, \overline{x_2})$$

$$= (x_1 \,\overline{\&}\, x_3) \,\overline{\&}\, (\overline{x_1} \,\overline{\&}\, \overline{x_2})$$

$$= \underline{\underline{(x_1 \,\overline{\&}\, (x_3 \,\overline{\&}\, x_3)) \,\overline{\&}\, ((x_1 \,\overline{\&}\, x_1) \,\overline{\&}\, (x_2 \,\overline{\&}\, x_2))}}$$

mit $\overline{a} = \overline{a \,\&\, a}$

$= a \,\overline{\&}\, a$

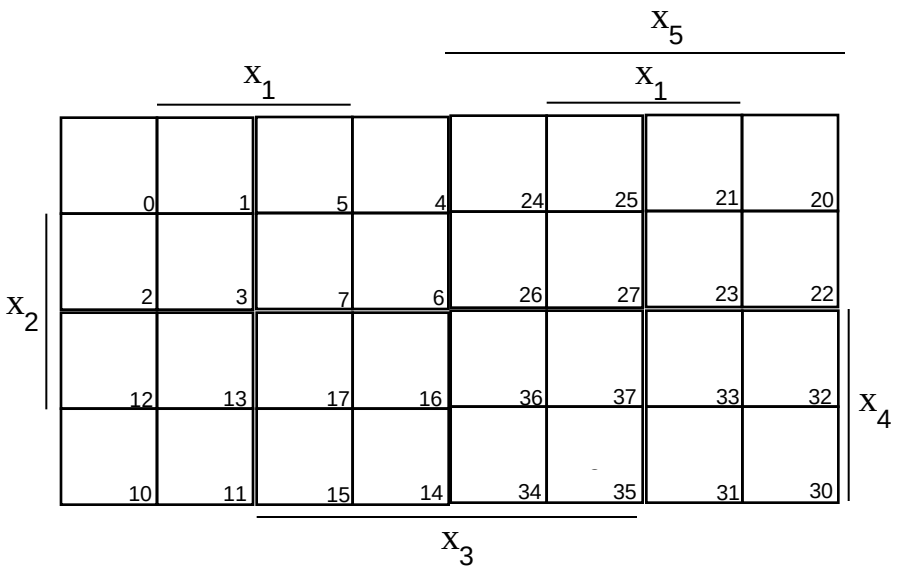
2. Aufgabe

Gegeben sei eine unvollständig definierte Schaltfunktion $y = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ durch ihre Einsstellenmenge $\{X_j\}_1$ und ihre Nullstellenmenge $\{X_j\}_0$.

$$\{X_j\}_1 = \{0,7,10,14,15,16,17,20,24,34,37\}$$
$$\{X_j\}_0 = \{1,2,3,5,6,12,21,22,23,25,26,31,32,33,35,36\}$$

2.1

Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.



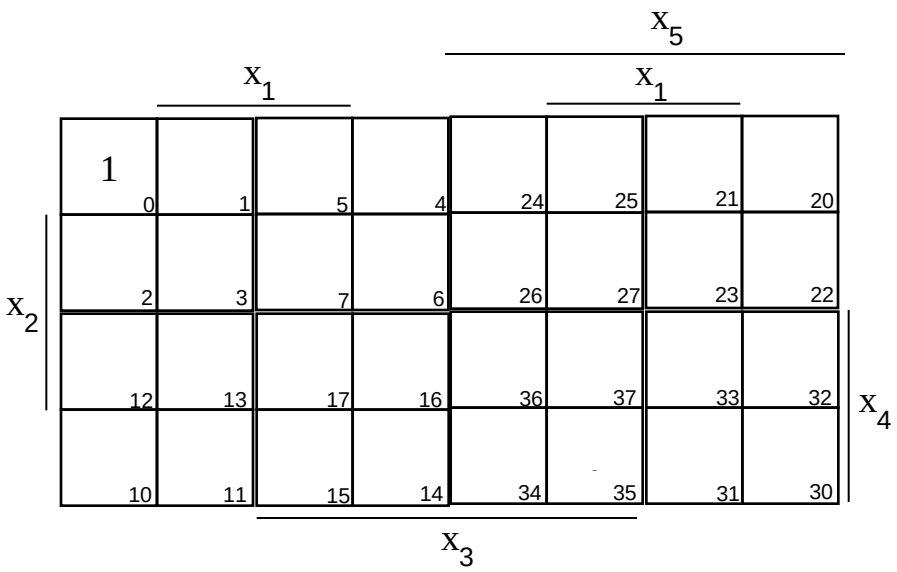
2. Aufgabe

Gegeben sei eine unvollständig definierte Schaltfunktion $y = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ durch ihre Einsstellenmenge $\{X_j\}_1$ und ihre Nullstellenmenge $\{X_j\}_0$.

$$\{X_j\}_1 = \{0,7,10,14,15,16,17,20,24,34,37\}$$
$$\{X_j\}_0 = \{1,2,3,5,6,12,21,22,23,25,26,31,32,33,35,36\}$$

2.1

Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.



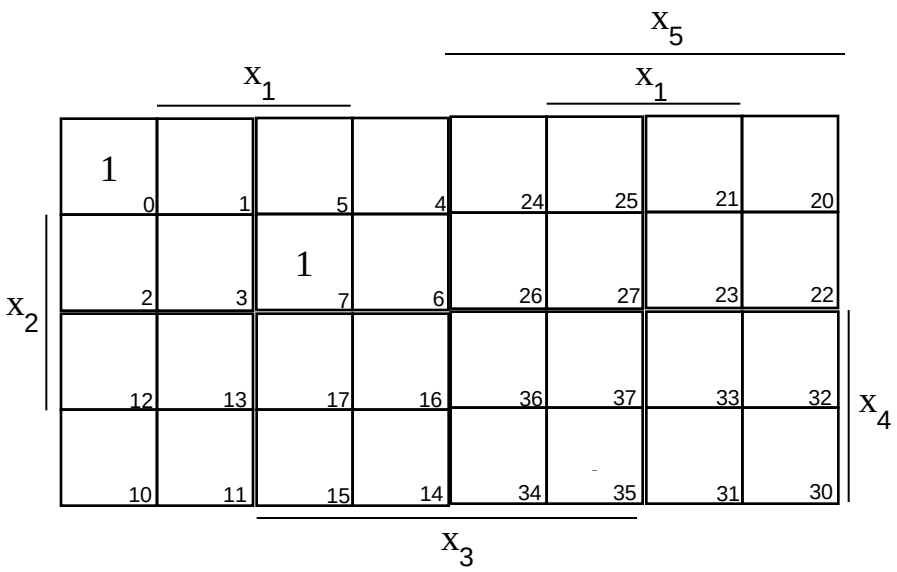
2. Aufgabe

Gegeben sei eine unvollständig definierte Schaltfunktion $y = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ durch ihre Einsstellenmenge $\{X_j\}_1$ und ihre Nullstellenmenge $\{X_j\}_0$.

$$\{X_j\}_1 = \{0,7,10,14,15,16,17,20,24,34,37\}$$
$$\{X_j\}_0 = \{1,2,3,5,6,12,21,22,23,25,26,31,32,33,35,36\}$$

2.1

Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.



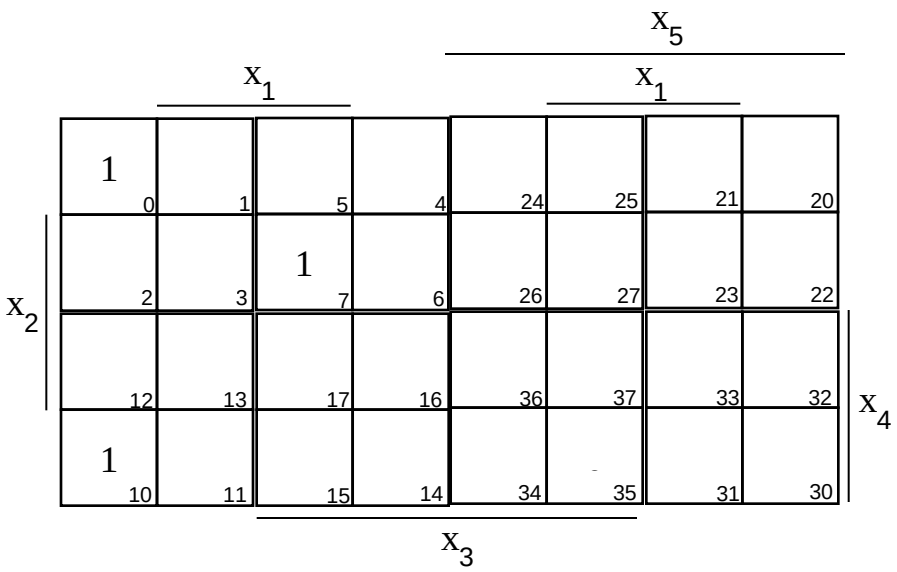
2. Aufgabe

Gegeben sei eine unvollständig definierte Schaltfunktion $y = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ durch ihre Einsstellenmenge $\{X_j\}_1$ und ihre Nullstellenmenge $\{X_j\}_0$.

$$\{X_j\}_1 = \{0,7,10,14,15,16,17,20,24,34,37\}$$
$$\{X_j\}_0 = \{1,2,3,5,6,12,21,22,23,25,26,31,32,33,35,36\}$$

2.1

Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.



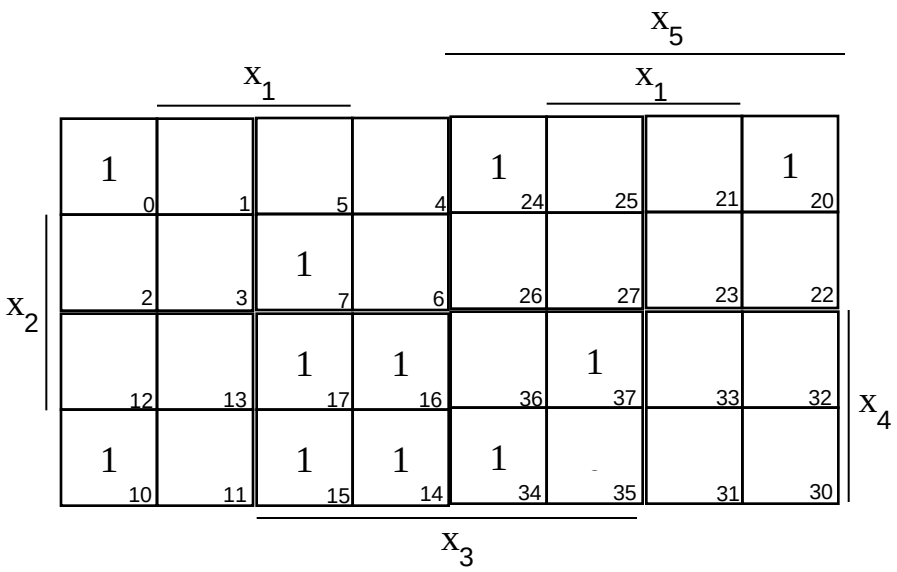
2. Aufgabe

Gegeben sei eine unvollständig definierte Schaltfunktion $y = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ durch ihre Einsstellenmenge $\{X_j\}_1$ und ihre Nullstellenmenge $\{X_j\}_0$.

$$\{X_j\}_1 = \{0,7,10,14,15,16,17,20,24,34,37\}$$
$$\{X_j\}_0 = \{1,2,3,5,6,12,21,22,23,25,26,31,32,33,35,36\}$$

2.1

Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.



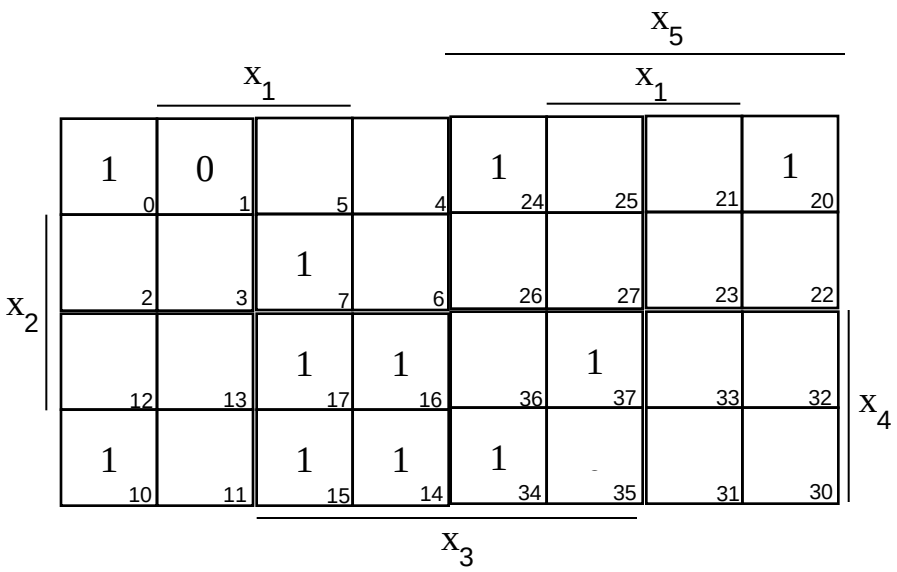
2. Aufgabe

Gegeben sei eine unvollständig definierte Schaltfunktion $y = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ durch ihre Einsstellenmenge $\{X_j\}_1$ und ihre Nullstellenmenge $\{X_j\}_0$.

$$\{X_j\}_1 = \{0,7,10,14,15,16,17,20,24,34,37\}$$
$$\{X_j\}_0 = \{1,2,3,5,6,12,21,22,23,25,26,31,32,33,35,36\}$$

2.1

Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.



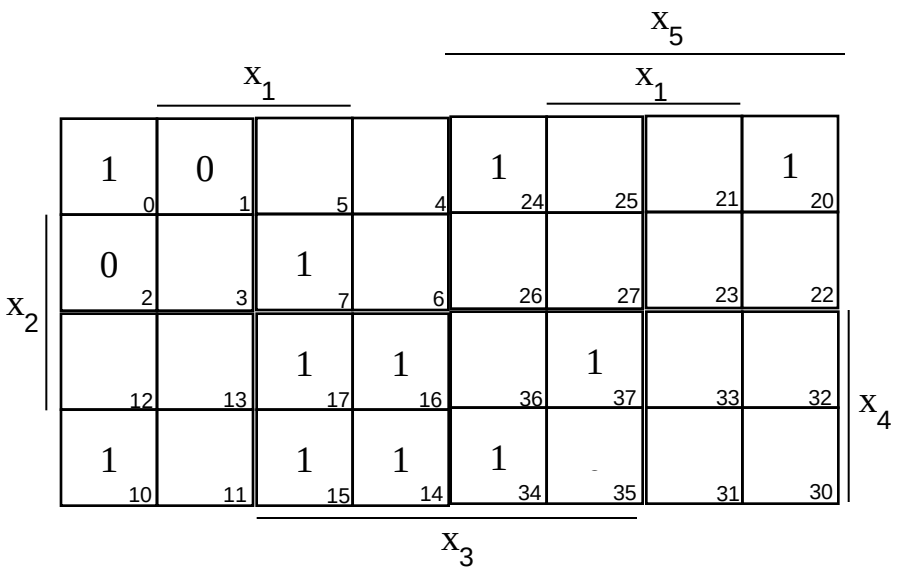
2. Aufgabe

Gegeben sei eine unvollständig definierte Schaltfunktion $y = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ durch ihre Einsstellenmenge $\{X_j\}_1$ und ihre Nullstellenmenge $\{X_j\}_0$.

$$\{X_j\}_1 = \{0,7,10,14,15,16,17,20,24,34,37\}$$
$$\{X_j\}_0 = \{1,2,3,5,6,12,21,22,23,25,26,31,32,33,35,36\}$$

2.1

Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.



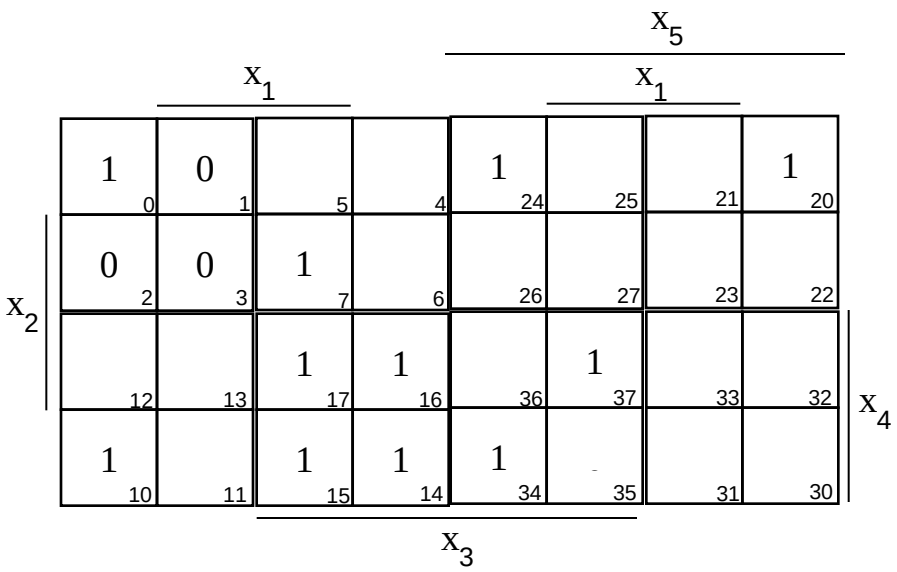
2. Aufgabe

Gegeben sei eine unvollständig definierte Schaltfunktion $y = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ durch ihre Einsstellenmenge $\{X_j\}_1$ und ihre Nullstellenmenge $\{X_j\}_0$.

$$\{X_j\}_1 = \{0,7,10,14,15,16,17,20,24,34,37\}$$
$$\{X_j\}_0 = \{1,2,3,5,6,12,21,22,23,25,26,31,32,33,35,36\}$$

2.1

Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.



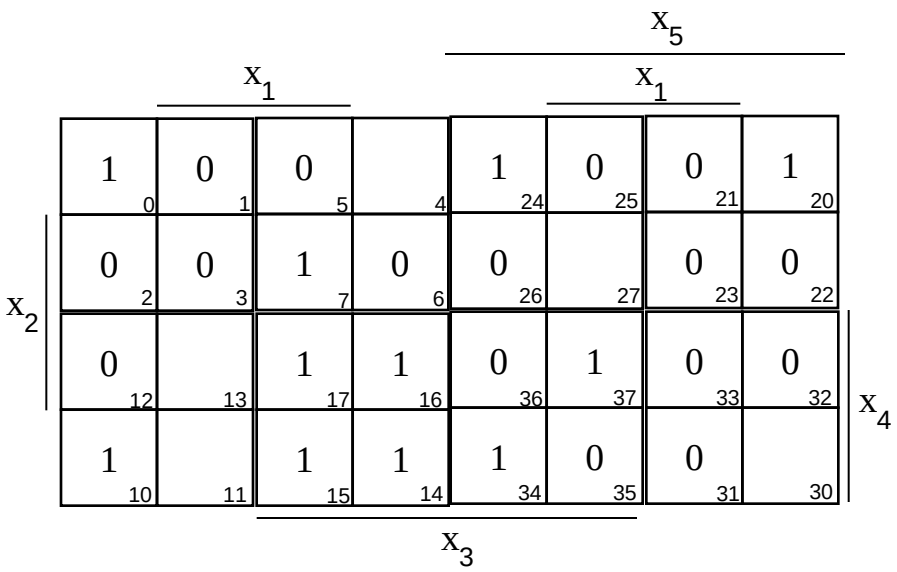
2. Aufgabe

Gegeben sei eine unvollständig definierte Schaltfunktion $y = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ durch ihre Einsstellenmenge $\{X_j\}_1$ und ihre Nullstellenmenge $\{X_j\}_0$.

$$\{X_j\}_1 = \{0,7,10,14,15,16,17,20,24,34,37\}$$
$$\{X_j\}_0 = \{1,2,3,5,6,12,21,22,23,25,26,31,32,33,35,36\}$$

2.1

Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.



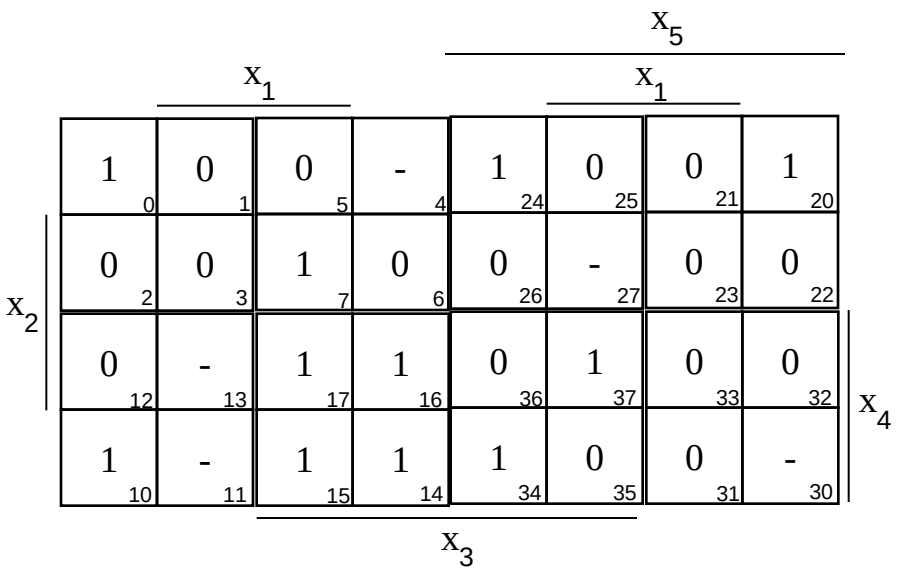
2. Aufgabe

Gegeben sei eine unvollständig definierte Schaltfunktion $y = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ durch ihre Einsstellenmenge $\{X_j\}_1$ und ihre Nullstellenmenge $\{X_j\}_0$.

$$\{X_j\}_1 = \{0,7,10,14,15,16,17,20,24,34,37\}$$
$$\{X_j\}_0 = \{1,2,3,5,6,12,21,22,23,25,26,31,32,33,35,36\}$$

2.1

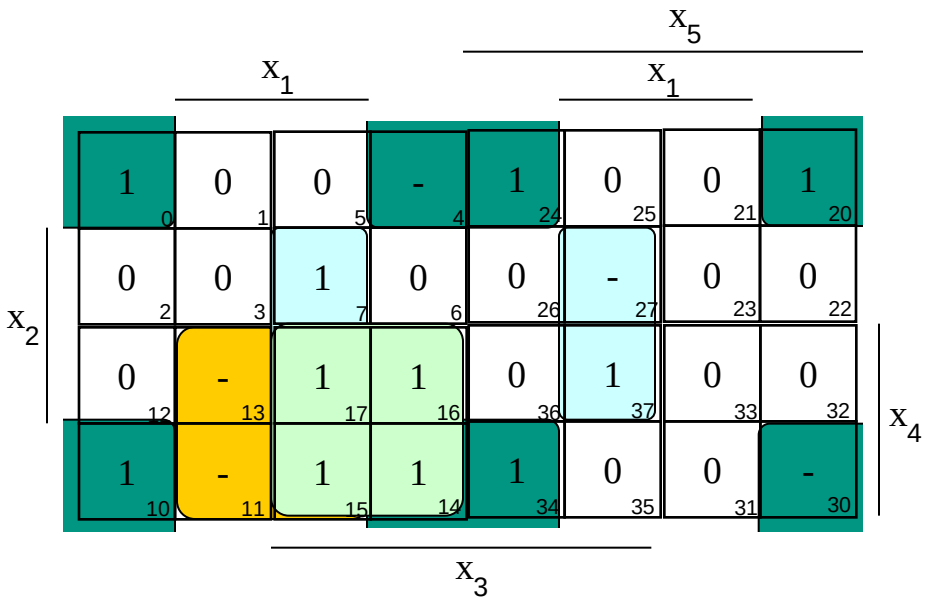
Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein.



2. Aufgabe

2.2

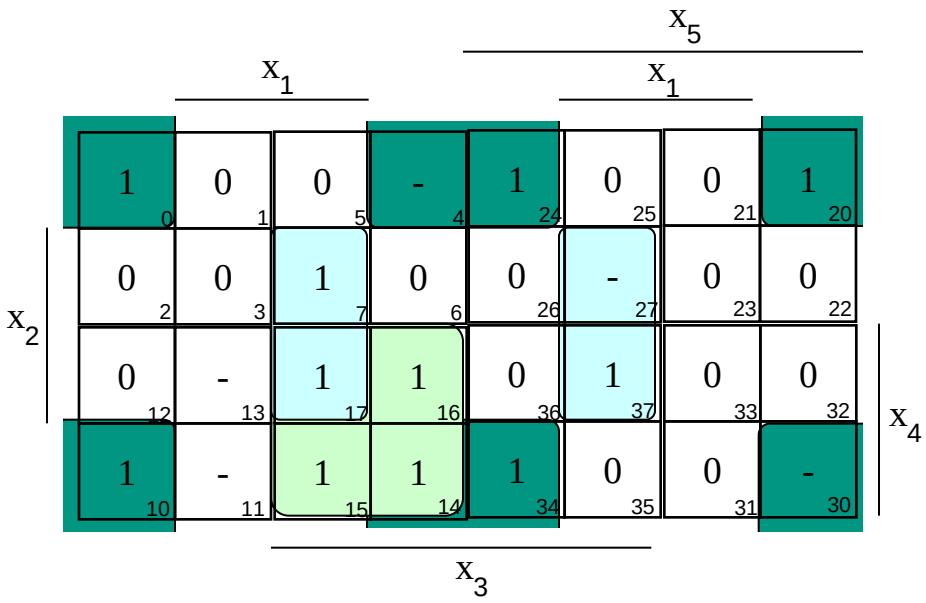
Bestimmen Sie graphisch eine disjunktive Minimalform der Schaltfunktion (DMF), indem Sie alle Primblöcke in das Symmetriediagramm eintragen. Geben Sie den Funktionsausdruck für die DMF an.



2. Aufgabe

2.2

Bestimmen Sie graphisch eine disjunktive Minimalform der Schaltfunktion (DMF), indem Sie alle Primblöcke in das Symmetriediagramm eintragen. Geben Sie den Funktionsausdruck für die DMF an.



$$y = (\overline{x_2} \,\&\, \overline{x_1}) \vee (x_3 \,\&\, x_4 \,\&\, \overline{x_5}) \vee (x_1 \,\&\, x_2 \,\&\, x_3)$$

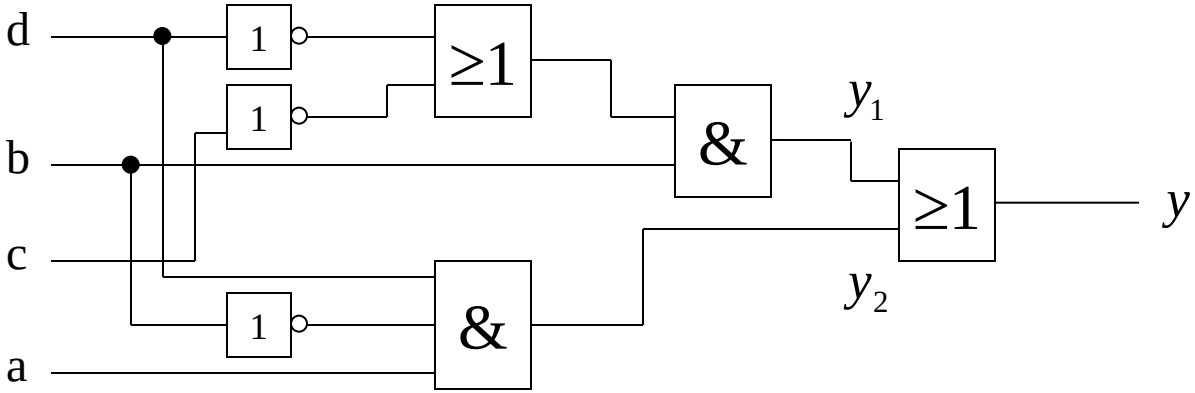
3. Aufgabe

Gegeben sei die Schaltfunktion $y = f(a,b,c,d)$, welche sich aus der ODER-Verknüpfung der beiden Schaltfunktionen $y_1 = f_1(a,b,c,d)$ und $y_2 = f_2(a,b,c,d)$ ergibt.

$$y_1 = (\bar{c} \vee \bar{d}) \,\&\, b \qquad\qquad y_2 = d \,\&\, \bar{b} \,\&\, a$$

3.1

Zeichnen Sie eine Gatterschaltung, die die Funktion y realisiert.



3. Aufgabe

3.2

Geben Sie die Funktionstabelle für die Funktion *y* an. Wie lauten die Nullstellen der Funktion? Tragen Sie die Funktion in ein Symmetriediagramm ein

3. Aufgabe

$$y_1 = (\bar{c} \vee \bar{d}) \,\&\, b$$

$$y_2 = d \,\&\, \bar{b} \,\&\, a$$

j_0	d	c	b	a	y_1	y_2	y
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0
2	0	0	1	0	1	0	1
3	0	0	1	1	1	0	1
4	0	1	0	0	0	0	0
5	0	1	0	1	0	0	0
6	0	1	1	0	1	0	1
7	0	1	1	1	1	0	1
10	1	0	0	0	0	0	0
11	1	0	0	1	0	1	1
12	1	0	1	0	1	0	1
13	1	0	1	1	1	0	1
14	1	1	0	0	0	0	0
15	1	1	0	1	0	1	1
16	1	1	1	0	0	0	0
17	1	1	1	1	0	0	0

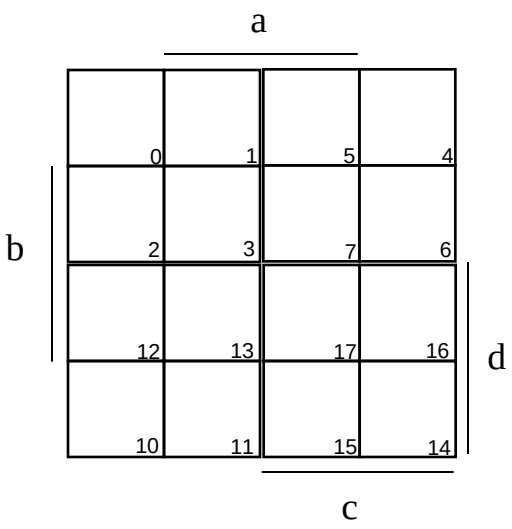
$$\Rightarrow \quad \{X_j\}_0 = \{0,1,4,5,10,14,16,17\}$$

3. Aufgabe

Veranschaulichung mittels Symmetriediagramm:

$$\Rightarrow \quad \{X_j\}_0 = \{\ 0,\ 1,\ 4,\ 5,\ 10,\ 14,\ 16,\ 17\ \}$$

f

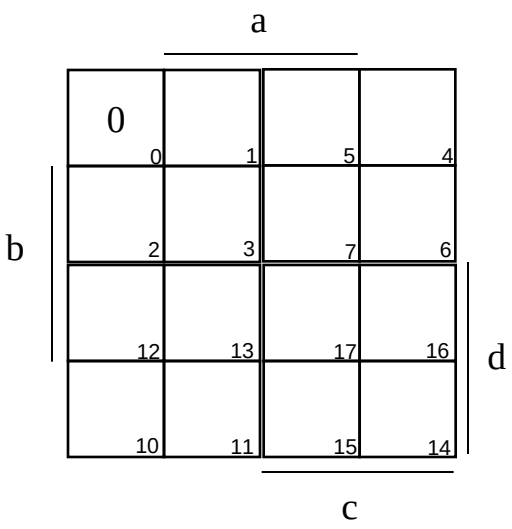


3. Aufgabe

Veranschaulichung mittels Symmetriediagramm:

$$\Rightarrow \quad \{X_j\}_0 = \{\ 0,\ 1,\ 4,\ 5,\ 10,\ 14,\ 16,\ 17\ \}$$

f

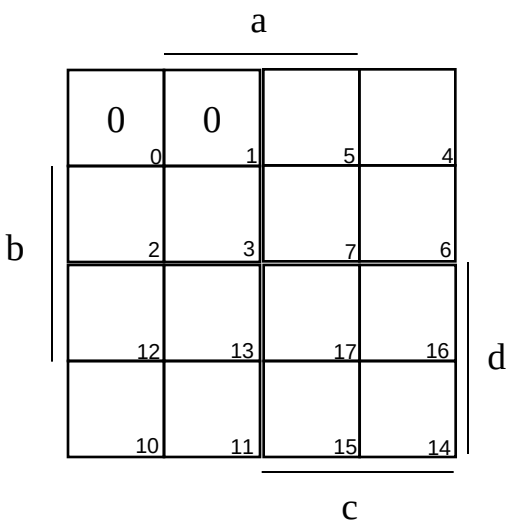


3. Aufgabe

Veranschaulichung mittels Symmetriediagramm:

$$\Rightarrow \quad \{X_j\}_0 = \{\ 0, 1, 4, 5, 10, 14, 16, 17\ \}$$

f

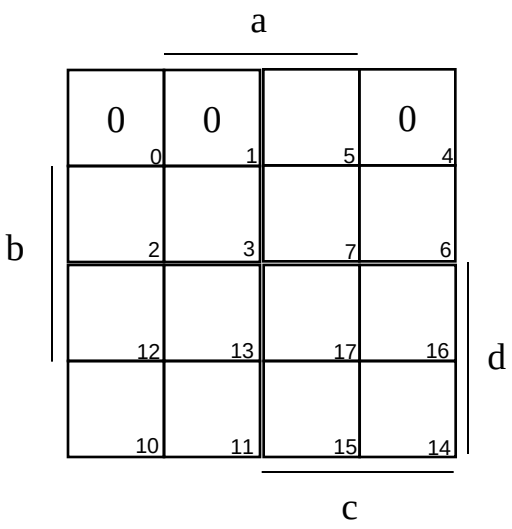


3. Aufgabe

Veranschaulichung mittels Symmetriediagramm:

$$\Rightarrow \quad \{X_j\}_0 = \{\ 0, 1, 4, 5, 10, 14, 16, 17\ \}$$

f

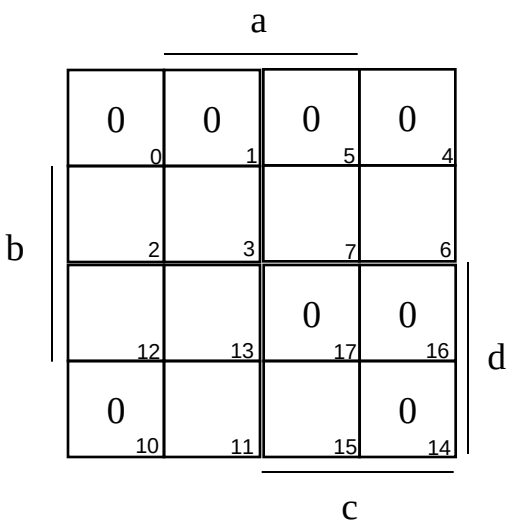


3. Aufgabe

Veranschaulichung mittels Symmetriediagramm:

$$\Rightarrow \quad \{X_j\}_0 = \{\, 0, 1, 4, 5, 10, 14, 16, 17 \,\}$$

f

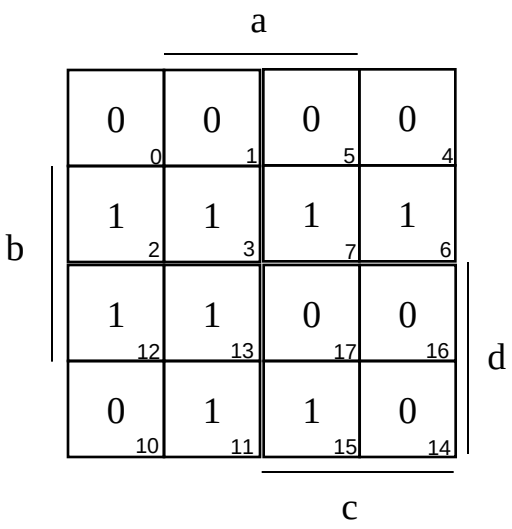


3. Aufgabe

Veranschaulichung mittels Symmetriediagramm:

$$\Rightarrow \quad \{X_j\}_0 = \{\ 0, 1, 4, 5, 10, 14, 16, 17\ \}$$

f



3. Aufgabe

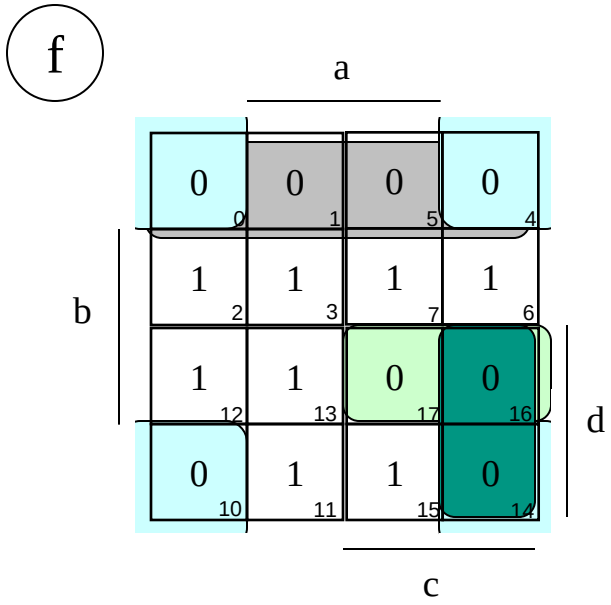
3.3 Geben Sie *alle* Primnullblöcke der Funktion an.

$A: b \vee d$

$B: \bar{b} \vee \bar{c} \vee \bar{d}$

$C: a \vee b$

$D: a \vee \bar{c} \vee \bar{d}$



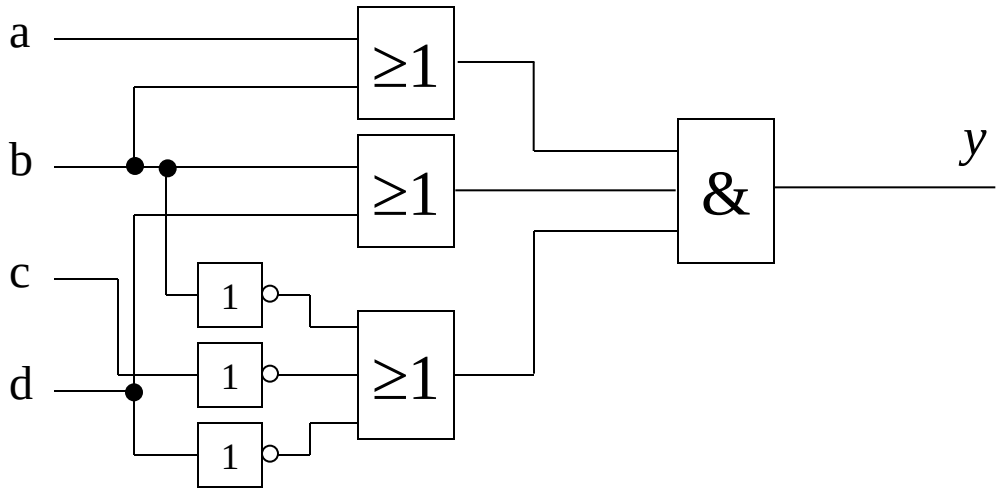
3.4 Geben Sie eine konjunktive Minimalform der Funktion an.

$$y = \underline{\underline{(a \vee b) \,\&\, (\bar{b} \vee \bar{c} \vee \bar{d}) \,\&\, (b \vee d)}}$$

3. Aufgabe

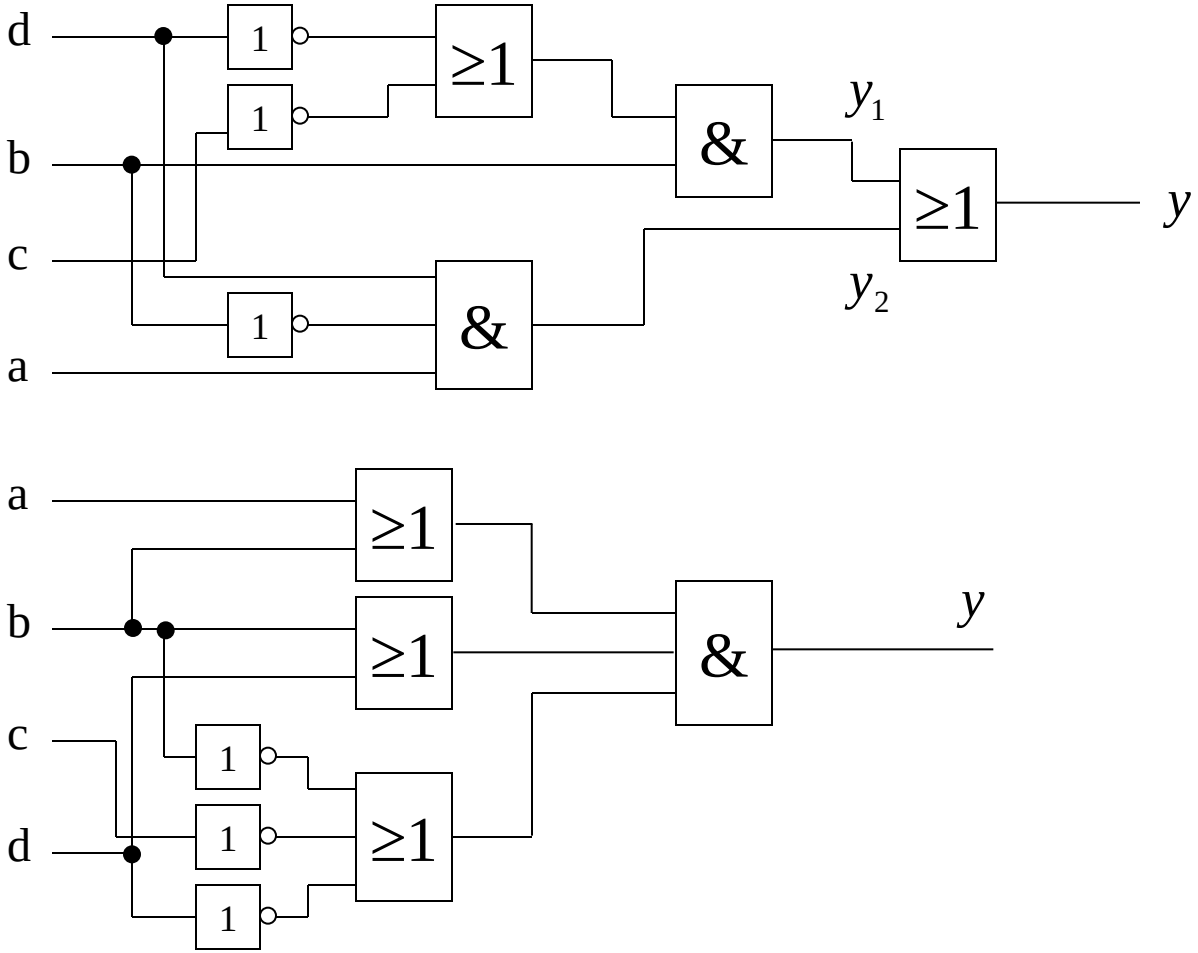
3.5 Geben Sie eine Gatterschaltung an, die die minimierte Funktion realisiert.

$$y = (a \vee b) \,\&\, (\bar{b} \vee \bar{c} \vee \bar{d}) \,\&\, (b \vee d)$$



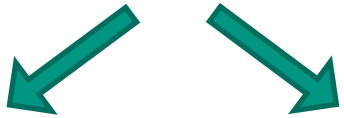
3. Aufgabe

Vergleich der beiden Schaltungsrealisierungen vor und nach der Minimierung.



Nelson-Verfahren

- **Ziel:** liefert zu einer (ggf. unvollständig definierten) Schaltfunktion f alle…

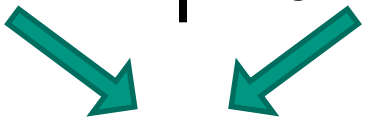


…Primimplikanten:

- Bildung der **Einsstellenergänzung** f^E : Alle Freistellen werden zu „1“ deklariert
- Mittels bekannter algebraischer Verfahren wird die **KNF** [!] von f^E gebildet

…Primimplikate:

- Bildung der **Nullstellenergänzung** f^N **:** Alle Freistellen werden zu „0“ deklariert
- Mittels bekannter algebraischer Verfahren wird die **DNF** [!] von f^N gebildet



- Schrittweise ausdistribuieren, Termanteile, die **ausschließlich Freistellen** von f überdecken, direkt streichen
- Die Anzahl der Primblöcke kann anschließend mit dem **Petrick-Verfahren** minimiert werden

Petrick-Verfahren

- **Ziel:** **kostenminimale Überdeckung** aus den gegebenen n Primtermen
- Jedem Primterm wird eine **Präsenzvariable p_i** mit $i=1, 2, \ldots, n$ zugeordnet
- Jedem Primterm p_i wird das Maß c_i, (**„Kosten “ des Primterms)** zugeordnet (entweder aus Länge des Primterms ableitbar oder vorgegeben)
- Seien die m zu überdeckenden Stellen mit $s_1, s_2, \ldots, s_m$ bezeichnet. Dann muss zur vollständigen Überdeckung gelten (**Petrick-Ausdruck**):

$$PA = s_1 \,\&\, s_2 \,\&\, s_3 \,\&\ldots\&\, s_m \equiv 1$$

- Zur Überdeckung einer Stelle sind mitunter mehrere Primterme $\boldsymbol{p}$ verfügbar
- Die Disjunktion der möglichen Primterme ersetzt nun die jeweilige Stelle s im Petrick-Ausdruck:

$$PA = \underbrace{(p_1 \vee p_4 \vee \ldots)}_{s_1} \,\&\, \underbrace{(p_2 \vee \ldots)}_{s_2} \,\&\ldots\&\, \underbrace{(p_2 \vee \ldots)}_{s_m} \equiv 1$$

- PA wird ausdistribuiert (Bsp.): $PA = p_1p_2p_4p_6p_7 \vee p_2p_5p_6p_7 \vee \ldots \equiv 1$. Jeder konjunktive Teilterm repräsentiert **genau eine mögliche Lösung des Auswahlproblems**
- Wahl des Teilterms mit den **geringsten Gesamtkosten**

4. Aufgabe

Gegeben sei eine unvollständig definierte Schaltfunktion $y = (d,c,b,a)$ durch ihre Nullstellenmenge $\{X_j\}_0$ und ihre Freistellenmenge $\{X_j\}_-$.

$$\{X_j\}_0 = \{ (-,0,-,0), (1,-,0,1), (0, 1, 1, 0) \}$$

$$\{X_j\}_- = \{ (-,-,1,1) \}$$

4. Aufgabe

4.1

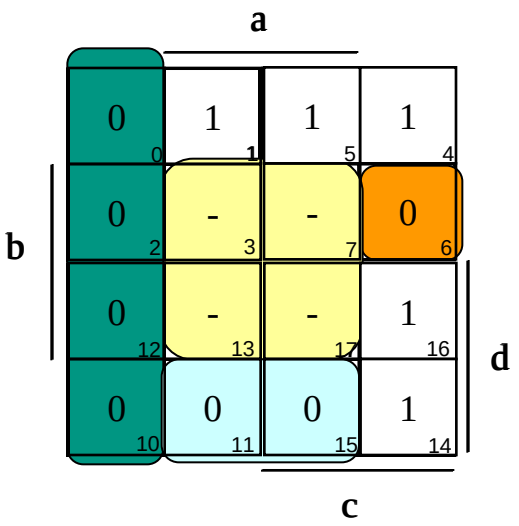
Geben Sie für y eine Gleichung an, die eine Konjunktion der Nullblöcke darstellt.

$\{X_j\}_0 = \{ (-,0,-,0), (1,-,0,1), (0,1,1,0) \}$

$\{X_j\}_- = \{ (-,-,1,1) \}$

↓

(d,c,b,a)



- Zunächst die Nullstellenmenge eintragen
- Anschließend die Freistellenmenge
- Einsstellen vervollständigen und Funktion aufstellen

$$y = (a + c) \cdot (\bar{a} + b + \bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c} + d)$$

4. Aufgabe

4.2

Bestimmen Sie daraus alle Primimplikanten mit Hilfe des NELSON-Verfahrens.

$$y = (a+c)\cdot(\bar{a}+b+\bar{d})\cdot(a+\bar{b}+\bar{c}+d)$$

$$= (a\bar{a}+ab+a\bar{d}+c\bar{a}+cb+c\bar{d})\cdot(a+\bar{b}+\bar{c}+d)$$

$$= (ab+a\bar{d}+c\bar{a}+cb+c\bar{d})\cdot(a+\bar{b}+\bar{c}+d)$$

$$= aba+abb+abc+abd+ada+adb+adc+add+c\bar{a}a+cab+c\bar{a}c+cad+$$
$$cba+cb\bar{b}+cbc+cbd+cda+cdb+cdc+cdd$$

$$= ba+a\bar{d}+ca\bar{b}+ca\bar{d}+cbd+cb\bar{d}$$

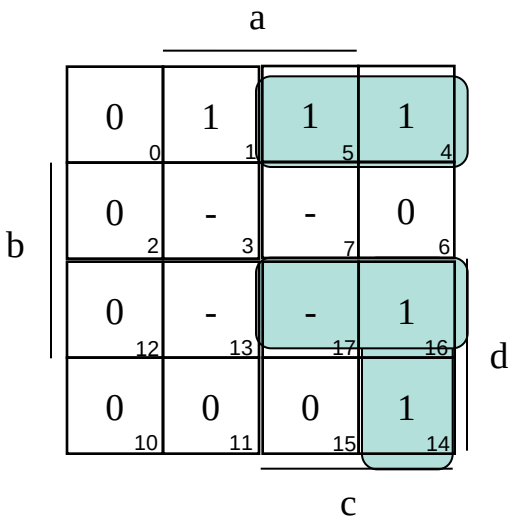
Kann entfallen, da nur Freistellen überdeckt werden

$$= a\bar{d}+ca\bar{b}+ca\bar{d}+cbd+cb\bar{d}$$

4. Aufgabe

4.3

Stellen Sie für die Einsstellen von *y* eine Überdeckungstabelle auf.



	1	4	5	14	16	
$\bar{b}c\bar{d}$		X	X			
bcd					X	
$\bar{a}cd$				X	X	
$\bar{a}\bar{b}c$		X		X		
$a\bar{d}$	X		X			

4. Aufgabe

4.4

Ordnen Sie den Primimplikanten eine Präsenzvariable zu und geben Sie den Petrickausdruck an.

	1	4	5	14	16	Präsenzvar.
$\bar{b}c\bar{d}$		X	X			p_1
bcd					X	p_2
$\bar{a}cd$				X	X	p_3
$\bar{a}\bar{b}c$		X		X		p_4
$a\bar{d}$	X		X			p_5

$$P_e = p_5 \cdot (p_1 + p_4) \cdot (p_1 + p_5) \cdot (p_3 + p_4) \cdot (p_2 + p_3)$$

$$= p_1 p_2 p_4 p_5 + p_1 p_3 p_5 + p_2 p_4 p_5 + p_3 p_4 p_5$$

4. Aufgabe

4.5

Bestimmen Sie daraus alle disjunktiven Minimalformen

	1	4	5	14	16	Präsenzvar.
$\bar{b}c\bar{d}$		X	X			p_1
bcd					X	p_2
$\bar{a}cd$				X	X	p_3
$\bar{a}\bar{b}c$		X		X		p_4
$a\bar{d}$	X		X			p_5

$$P_e = p_5 \cdot (p_1 + p_4) \cdot (p_1 + p_5) \cdot (p_3 + p_4) \cdot (p_2 + p_3)$$

$$= p_1 p_3 p_5 + p_2 p_4 p_5 + p_3 p_4 p_5$$

DMF₁: $y = \bar{b}c\bar{d} + \bar{a}cd + a\bar{d}$

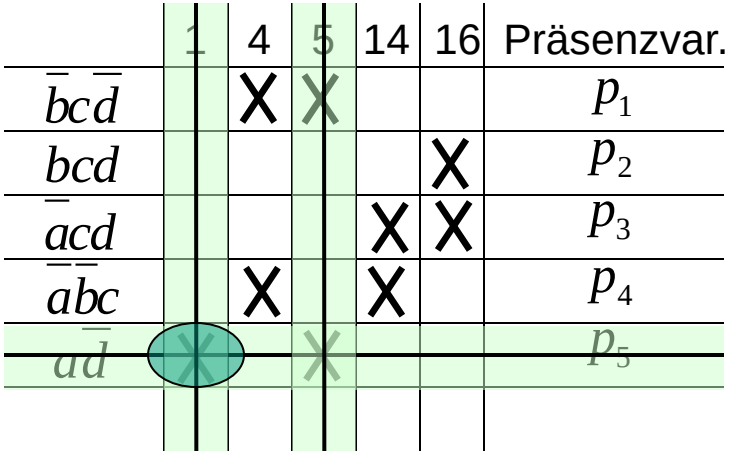
DMF₂: $y = bcd + \bar{a}\bar{b}c + a\bar{d}$

DMF₃: $y = \bar{a}cd + \bar{a}\bar{b}c + a\bar{d}$

4. Aufgabe

4.6

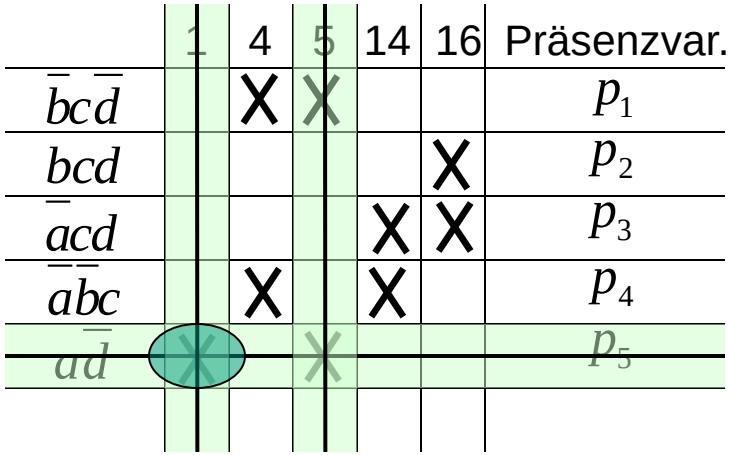
Bearbeiten Sie die Überdeckungstabelle aus 4.3 mit Hilfe der Kernbestimmung und der Dominanzregeln



Kernimplikant p_5!!!

4. Aufgabe

4.6



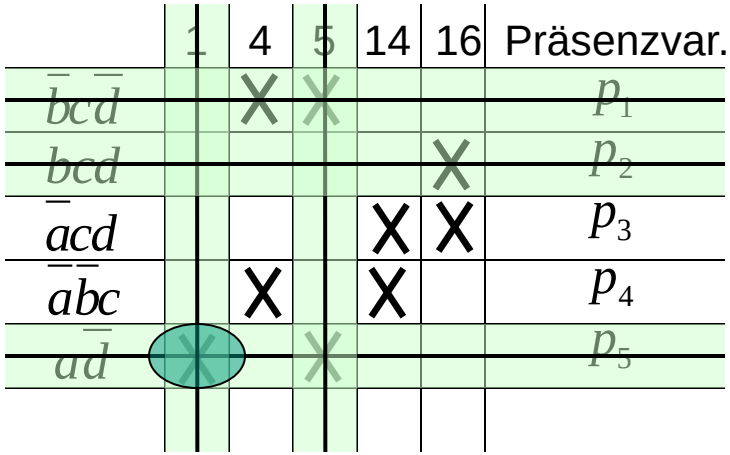
- keine Spaltendominanz
- Zeilendominanz

$p_3 > p_2$ und $c_3 = c_2 \rightarrow p_2$ streichen

$p_4 > p_1$ und $c_4 = c_1 \rightarrow p_1$ streichen

4. Aufgabe

4.6



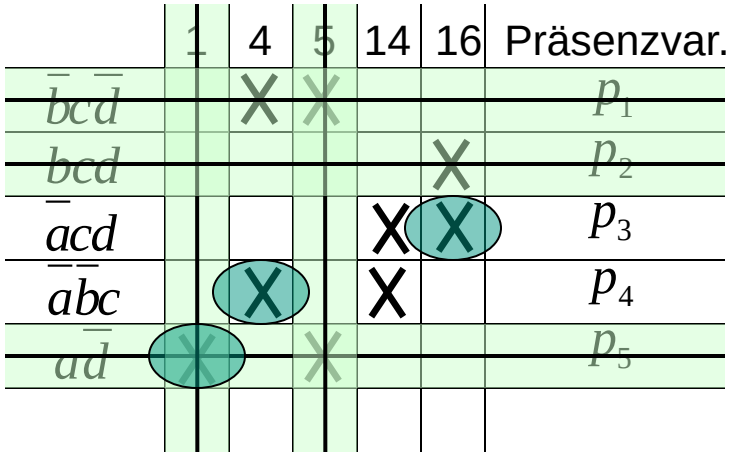
- keine Spaltendominanz
- Zeilendominanz

$p_3 > p_2$ und $c_3 = c_2 \rightarrow p_2$ streichen

$p_4 > p_1$ und $c_4 = c_1 \rightarrow p_1$ streichen

4. Aufgabe

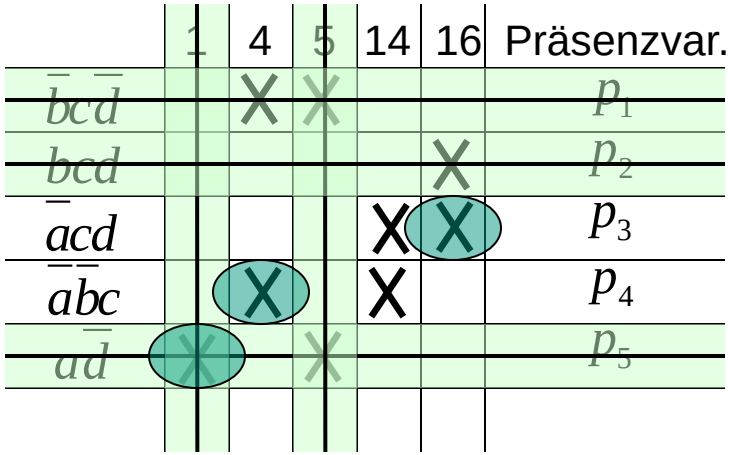
4.6



p_3 und p_4 sind Kerngrößen

4. Aufgabe

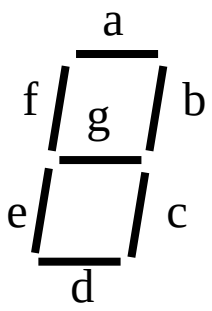
4.6



Eine mögliche kostenminimale Realisierung umfasst somit die Primimplikanten p_3, p_4 und p_5 !!!

5. Aufgabe

Die Ansteuerung einer Sieben-Segment-Anzeige hat vier Eingänge w, x, y, z und sieben Ausgänge a, b, c, d, e, f, g. Die Zuordnung der Ausgangsvariablen zu den sieben Segmenten ist der folgenden Abbildung zu entnehmen.



Falls die Ziffern 0,...,9 binär kodiert an den Eingängen anliegen, soll die Ziffer entsprechend in der Sieben-Segment-Anzeige erscheinen. Beispiel: der 0 entspricht w=x=y=z=0, die Ausgänge a, b, c, d, e, f müssen dann zur Anzeige der 0 den Wert 1 aufweisen.

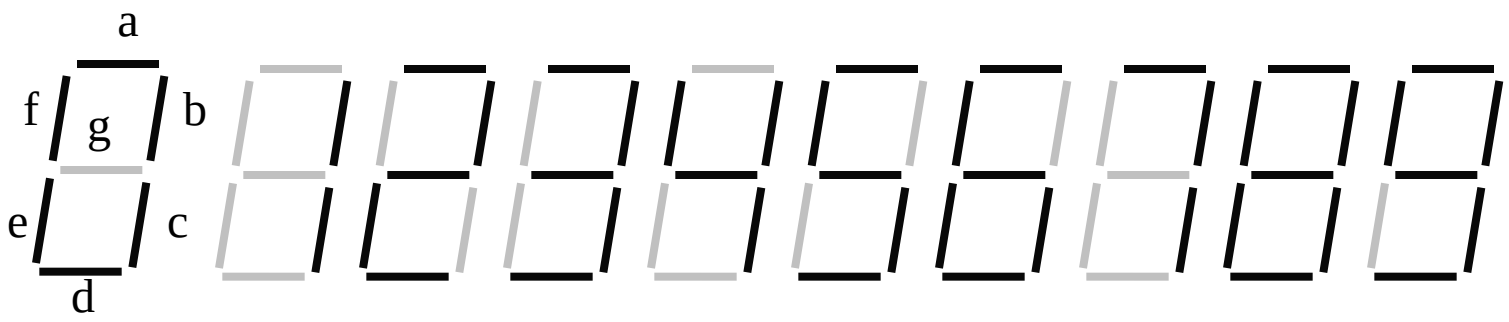
5. Aufgabe

5.1

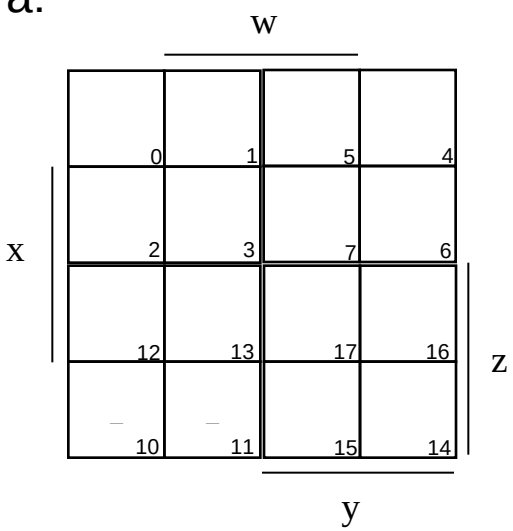
Geben Sie die Symmetriediagramme der Ausgangsfunktionen an. Die Werte der Ausgänge für 10,...,15 sind „dont care“.

5. Aufgabe

Festlegen der Zahlendarstellung:

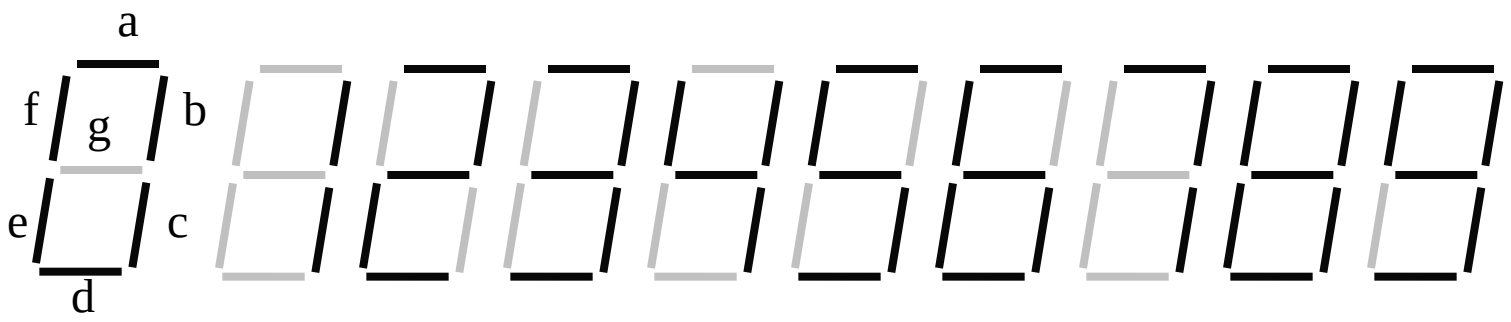


a:



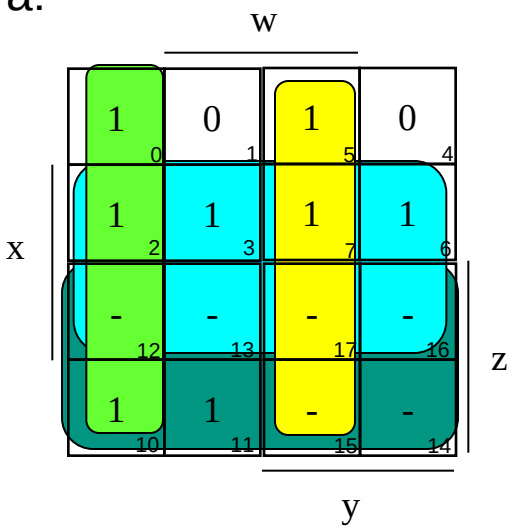
5. Aufgabe

Festlegen der Zahlendarstellung:



Aufstellung der Funktionen:

a:



$$a = z$$

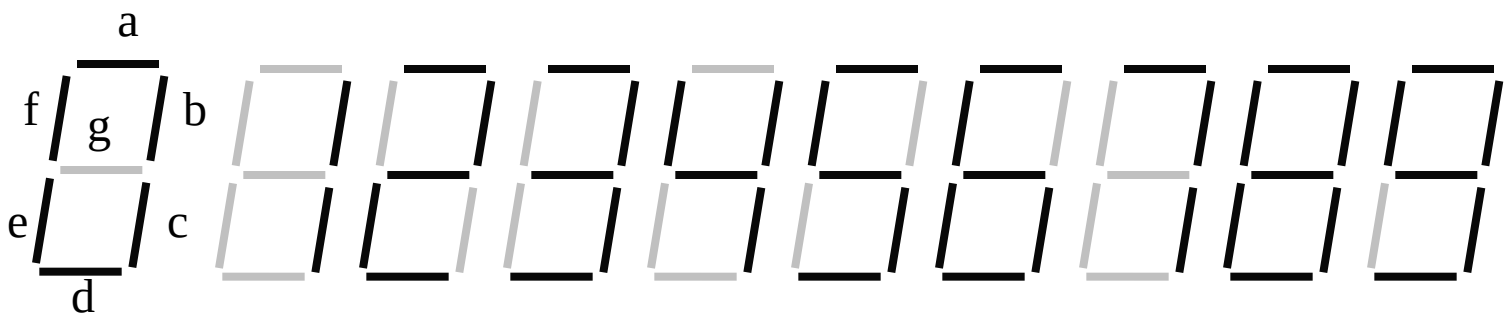
$$a = z + x$$

$$a = z + x + \overline{w}\,\overline{y}$$

$$a = z + x + \overline{w}\,\overline{y} + wy$$

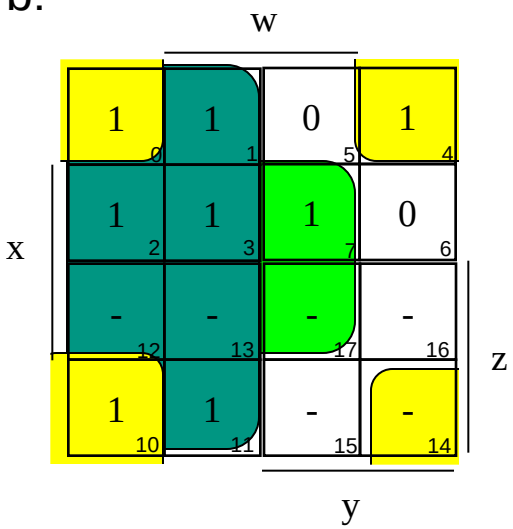
5. Aufgabe

Festlegen der Zahlendarstellung:



Aufstellung der Funktionen:

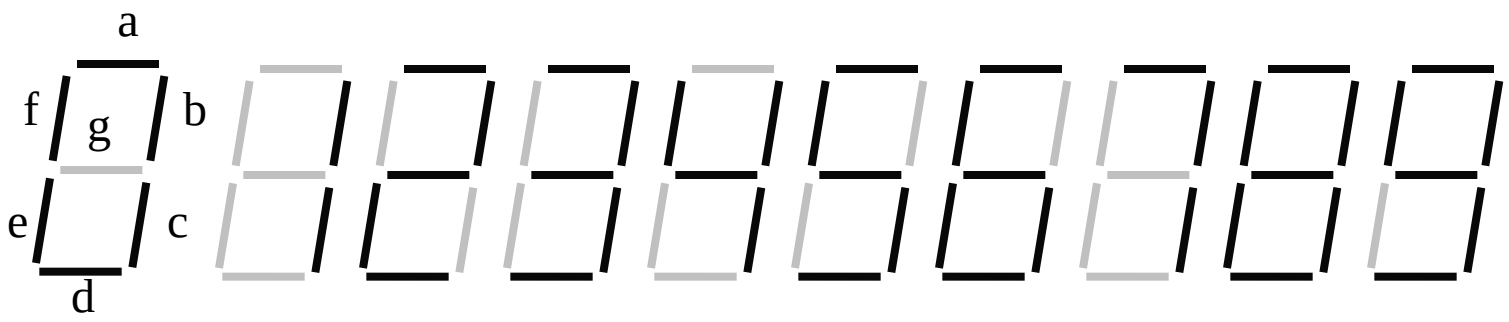
b:



$$b = \bar{y} + \bar{w}\bar{x} + wx$$

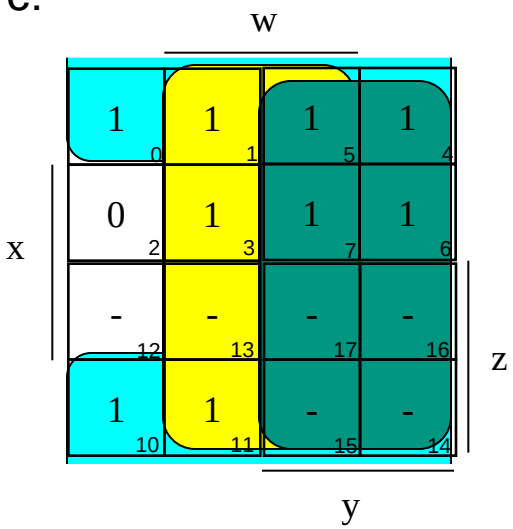
5. Aufgabe

Festlegen der Zahlendarstellung:



Aufstellung der Funktionen:

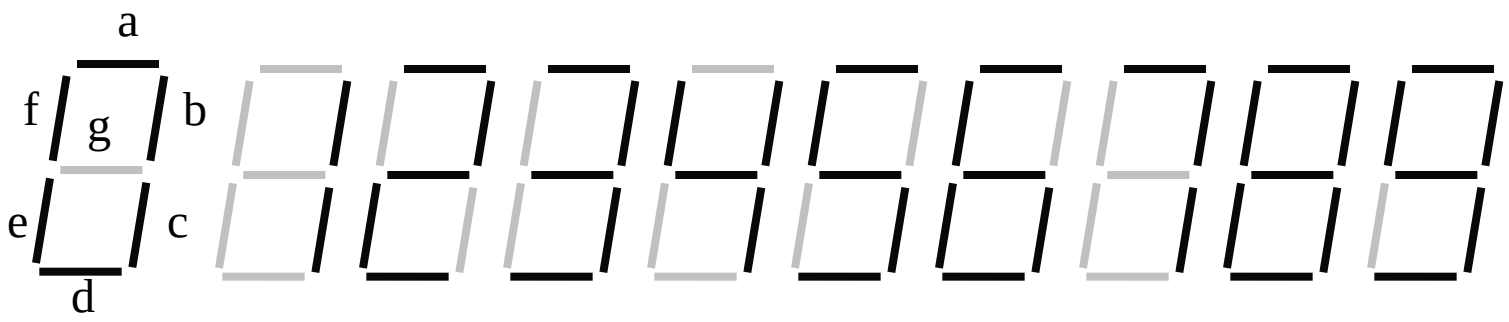
c:



$$c = y + w + \bar{x}$$

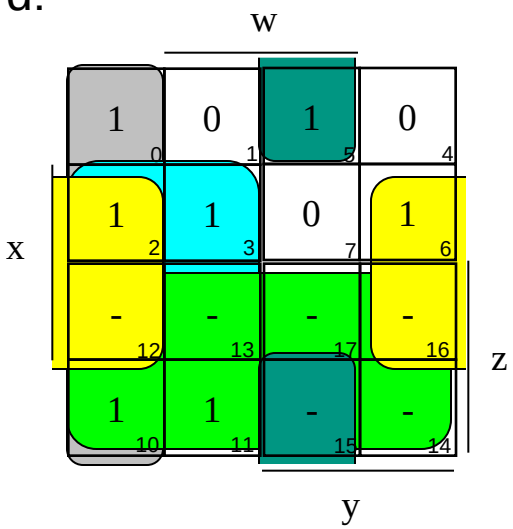
5. Aufgabe

Festlegen der Zahlendarstellung:



Aufstellung der Funktionen:

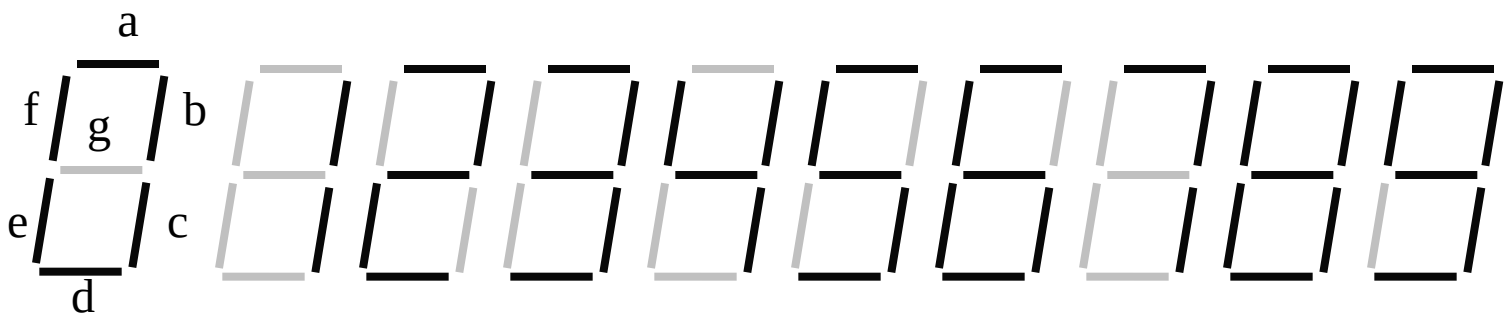
d:



$$d = z + \overline{w}\,\overline{y} + x\overline{w} + x\overline{y} + w\overline{y}\,\overline{x}$$

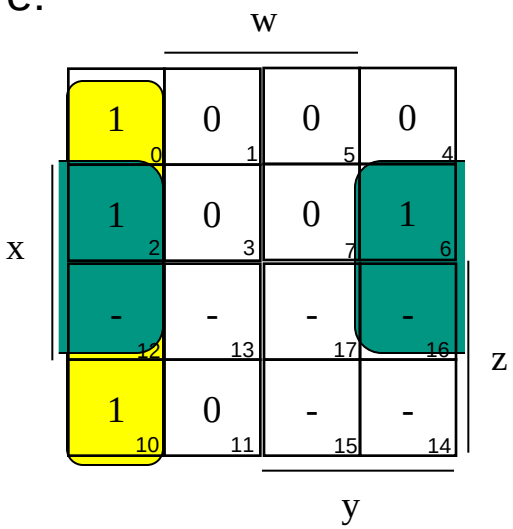
5. Aufgabe

Festlegen der Zahlendarstellung:



Aufstellung der Funktionen:

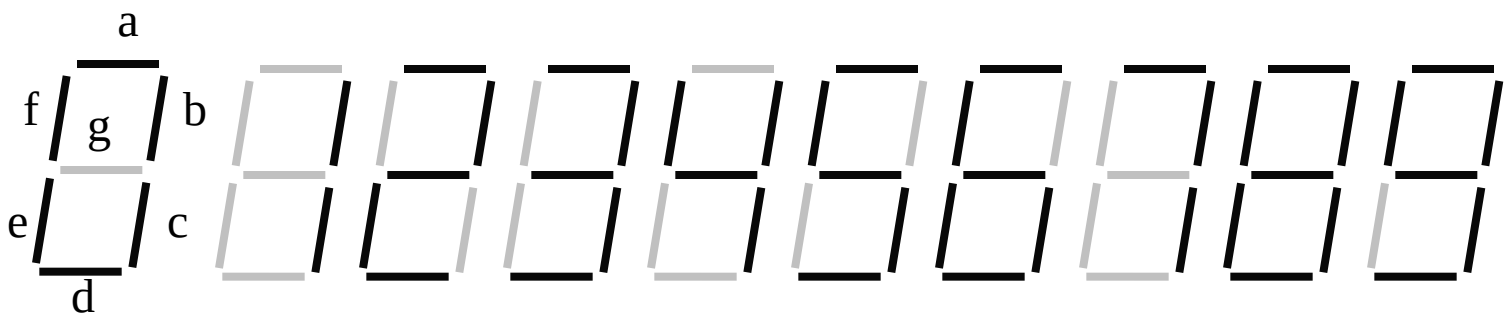
e:



$$e = \overline{w}\,\overline{y} + x\overline{w}$$

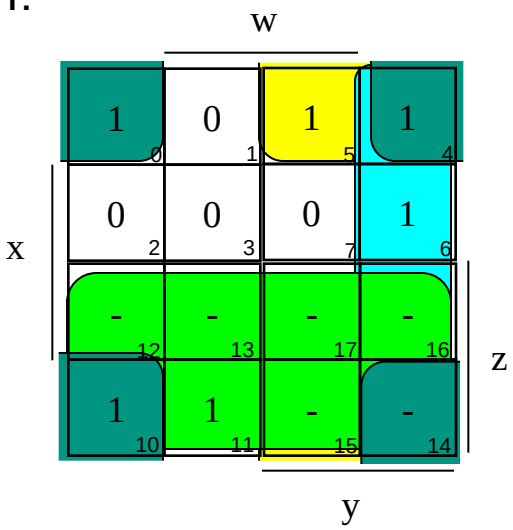
5. Aufgabe

Festlegen der Zahlendarstellung:



Aufstellung der Funktionen:

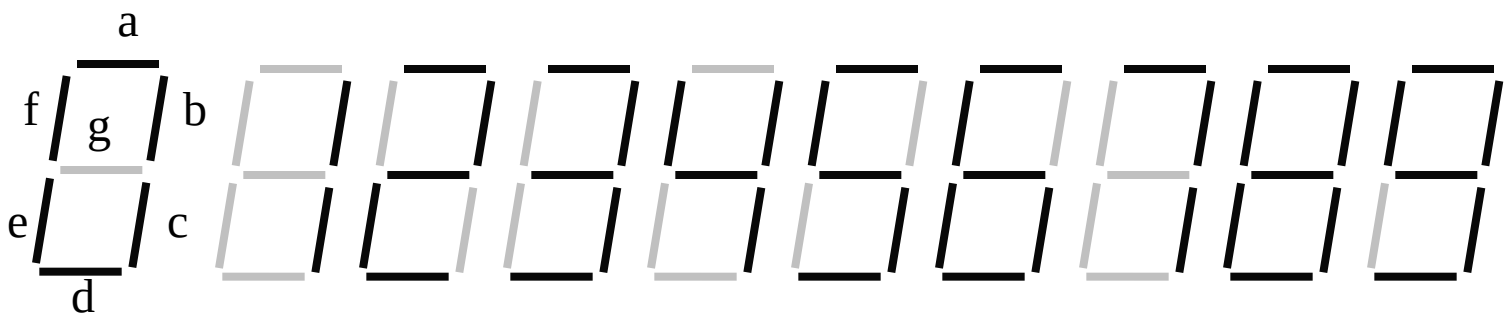
f:



$$f = z + \overline{w}y + \overline{x}\overline{w} + y\overline{x}$$

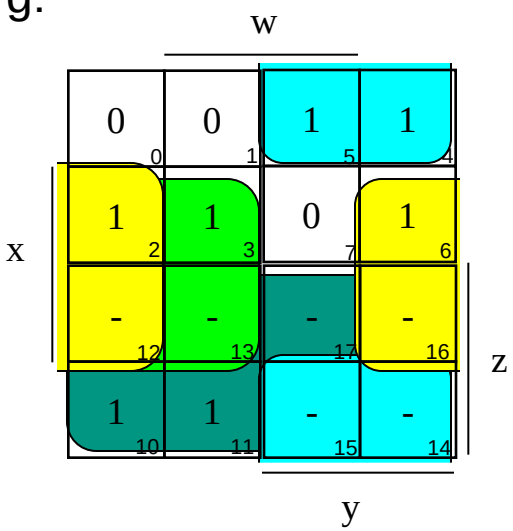
5. Aufgabe

Festlegen der Zahlendarstellung:



Aufstellung der Funktionen:

g:



$$g = z + x\bar{y} + \bar{w}y + \bar{x}y$$

5. Aufgabe

5.2

- Geben Sie eine möglichst einfache PLA-Realisierung an
- Insgesamt 15 PIs zu realisieren

$$w, x, \bar{x}, y, \bar{y}, z, \bar{w}\bar{y}, wy, \bar{w}\bar{x},$$
$$wx, x\bar{w}, x\bar{y}, \bar{x}y, \bar{w}y, wy\bar{x}$$

d.h. 15 Und-Gatter im PLA nötig,

falls keine Bündeloptimierung durchgeführt wird

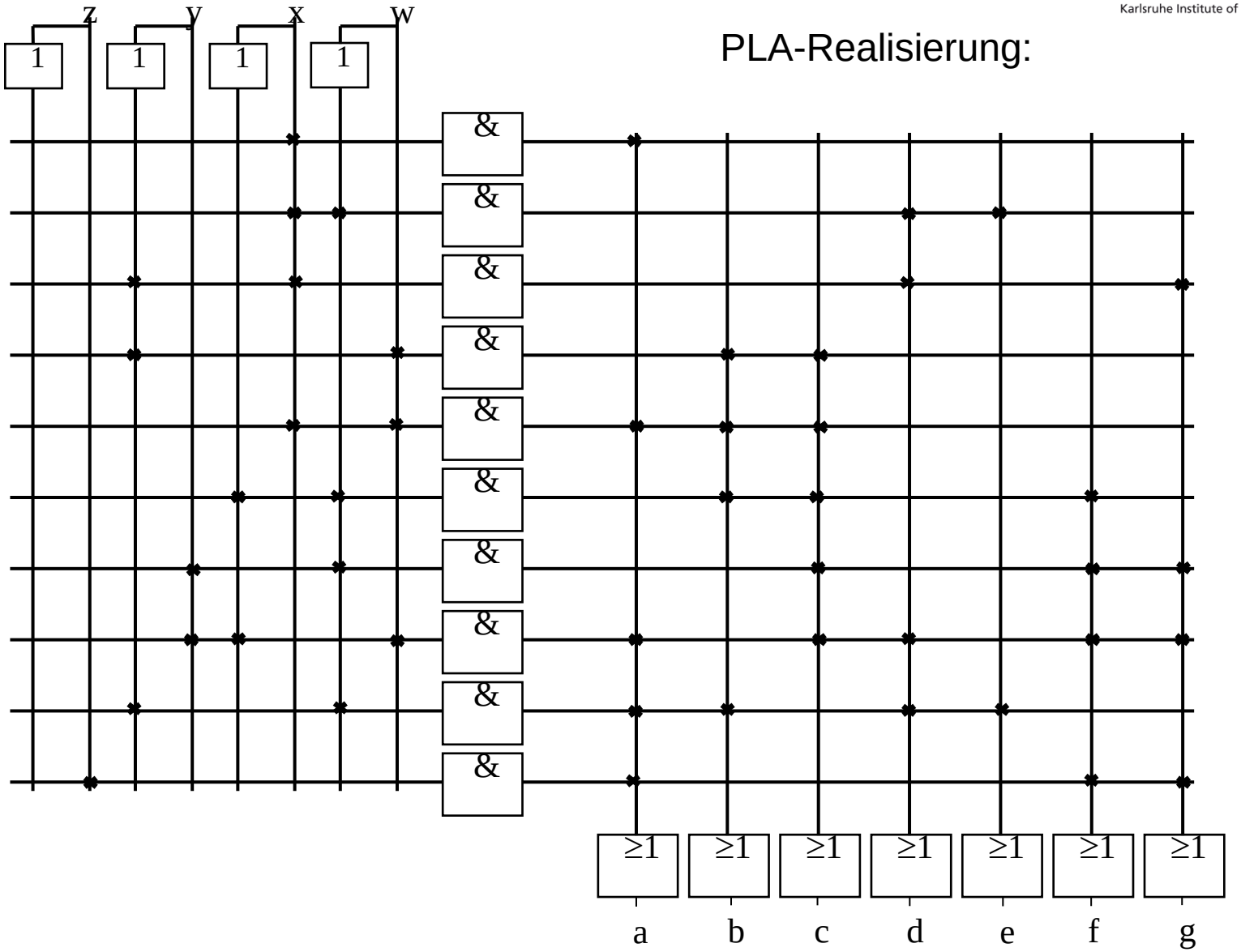
- Bündeloptimierung rechnergestützt möglich
- ESPRESSO kann dazu eingesetzt werden

$$a = z + x + \bar{w}\bar{y} + wy$$
$$b = z + \bar{y} + \bar{w}\bar{x} + wx$$
$$c = y + w + \bar{x}$$
$$d = z + \bar{w}\bar{y} + x\bar{w} + x\bar{y} + wy\bar{x}$$
$$e = \bar{w}\bar{y} + x\bar{w}$$
$$f = z + \bar{w}y + \bar{x}\bar{w} + y\bar{x}$$
$$g = z + x\bar{y} + \bar{w}y + \bar{x}y$$

5. Aufgabe

5.2

PLA-Realisierung:



5. Aufgabe

5.3

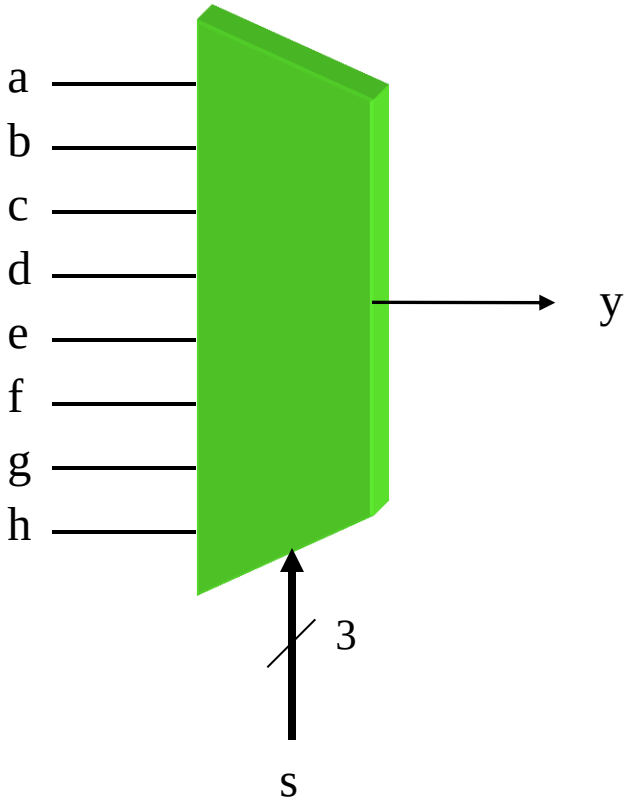
- Wie kann die Anzeigensteuerung mit 8:1 Multiplexern realisiert werden?

Multiplexer

Multiplexer sind Bausteine, die es erlauben aus einem Eingangsvektor mit n Bits ein beliebiges Bit auszuwählen und an y weiterzuschalten, indem der Auswahlvektor s entsprechend gewählt wird.

n:1 Multiplexer bedeutet, dass eine Auswahl aus n bittigem Vektor auf einen 1-Bit-Ausgang erfolgt.

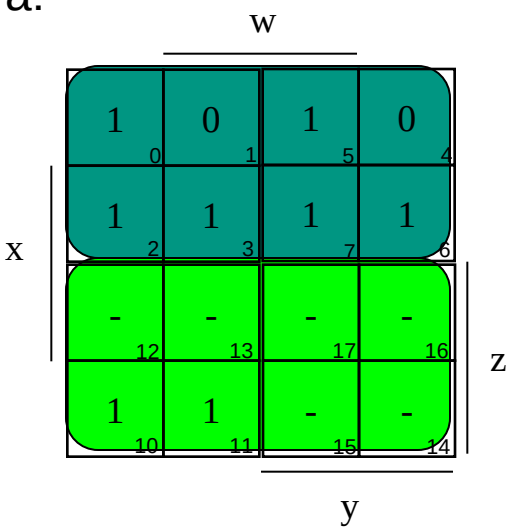
Alle logischen Funktionen mit n Variablen sind mit 2^{n-1}:1 Multiplexern realisierbar, was im folgenden genutzt wird.

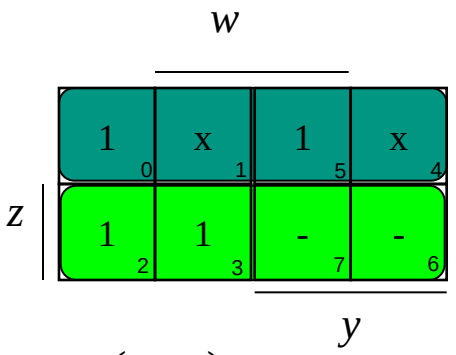


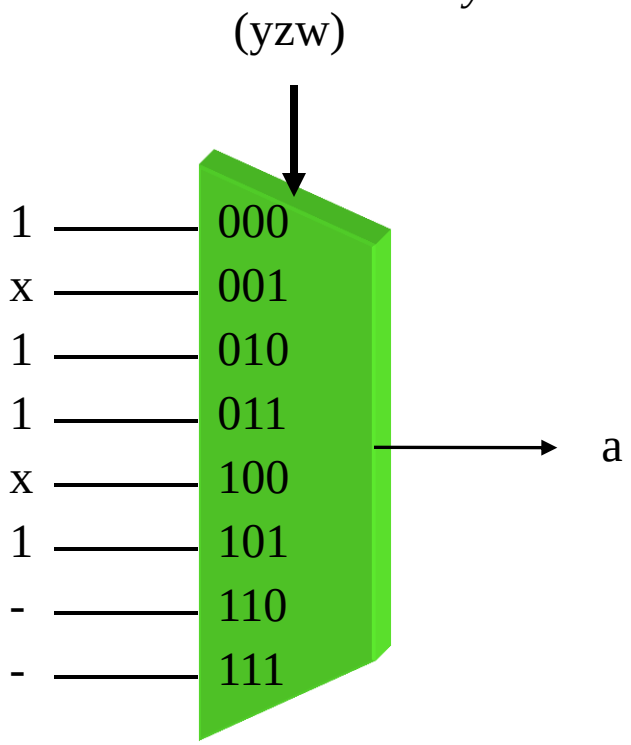
5. Aufgabe

5.3

a:



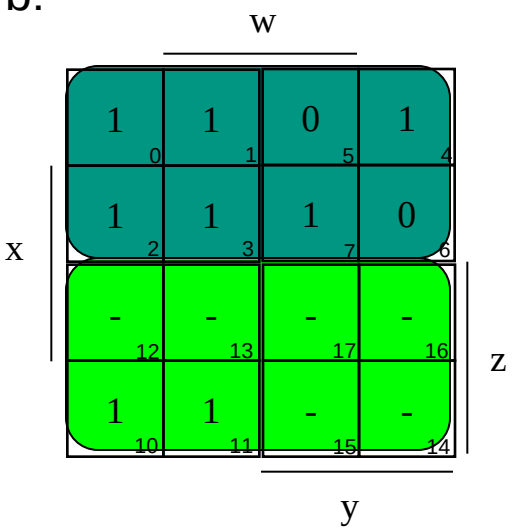


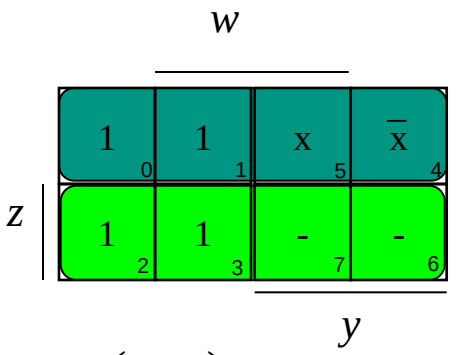


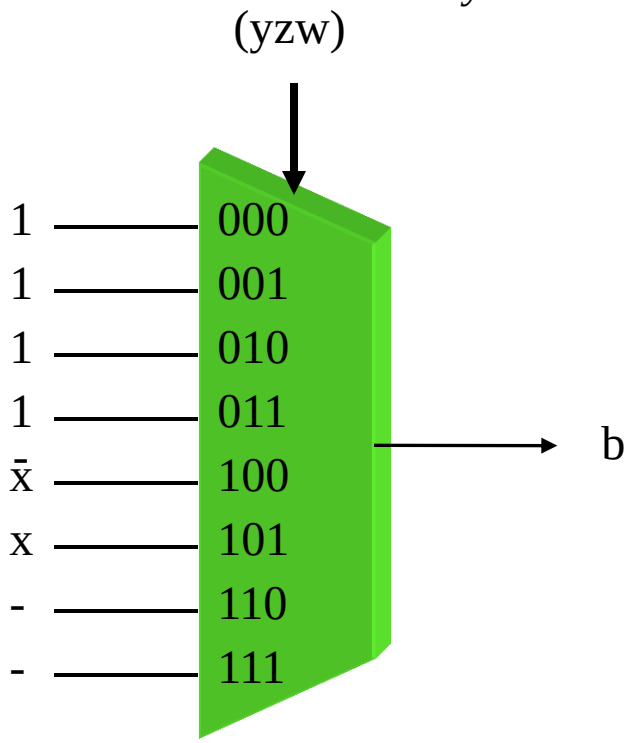
5. Aufgabe

5.3

b:

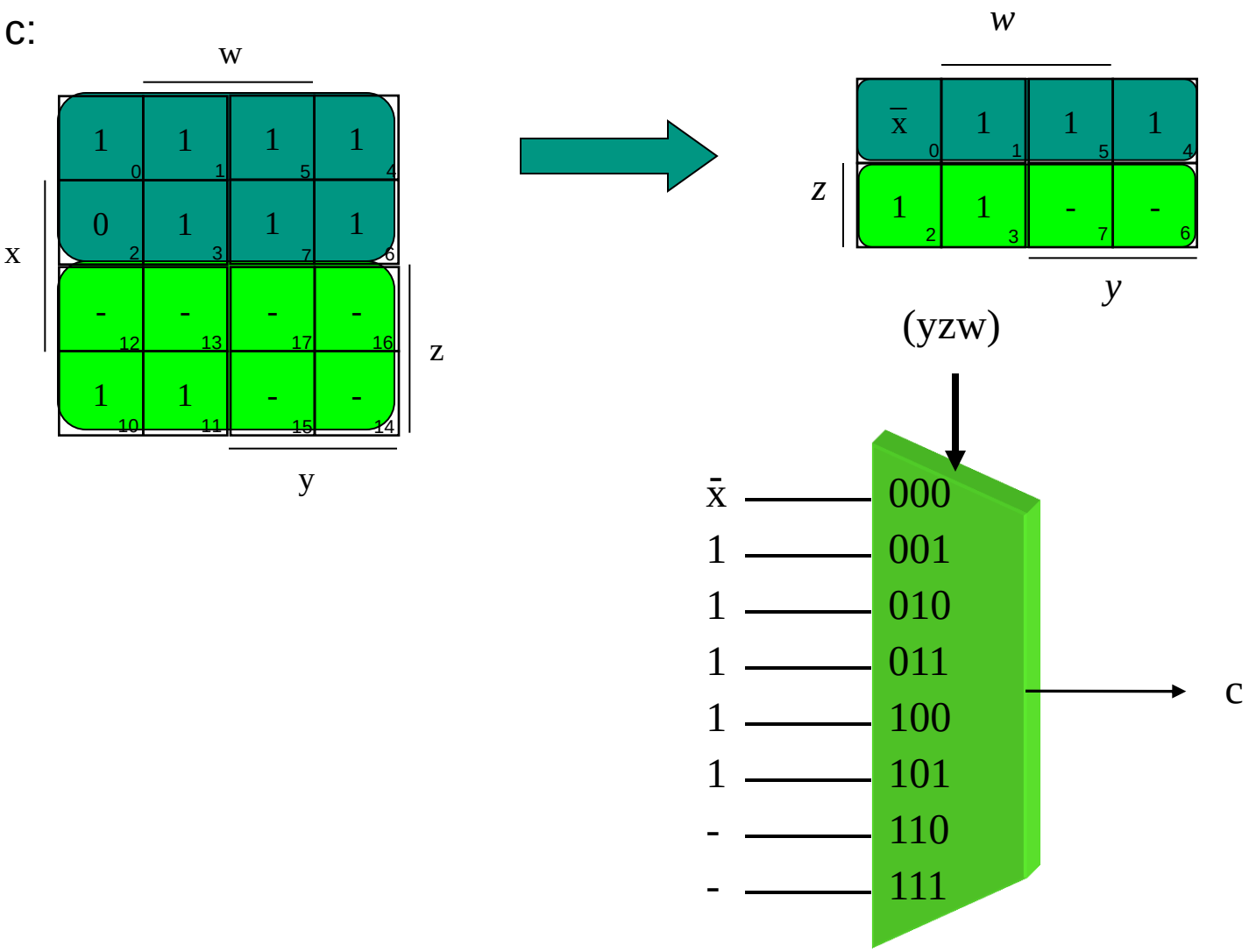






5. Aufgabe

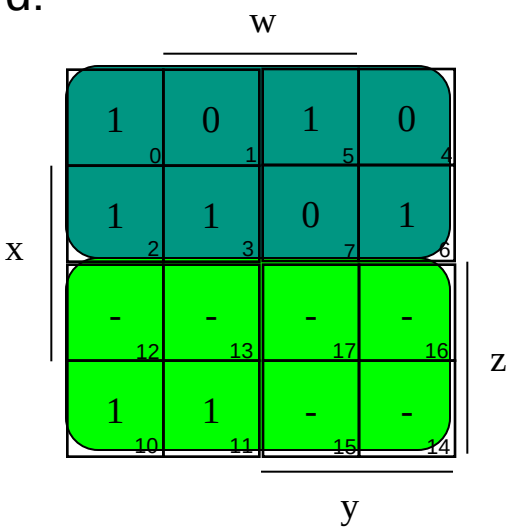
5.3

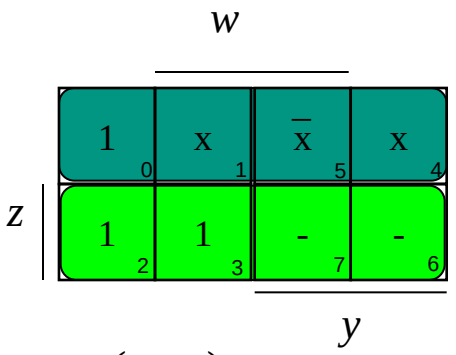

c:
w
x
y
z
1 1 1 1
0 1 1 1
- - - -
1 1 - -
w
z
y
x̄ 1 1 1
1 1 - -
(yzw)
x̄ 000
1 001
1 010
1 011
1 100
1 101
- 110
- 111
c

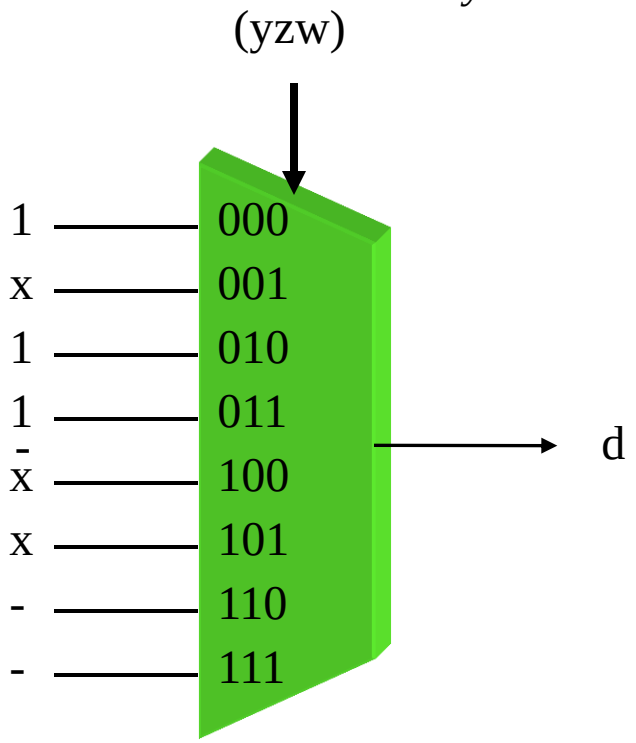
5. Aufgabe

5.3

d:



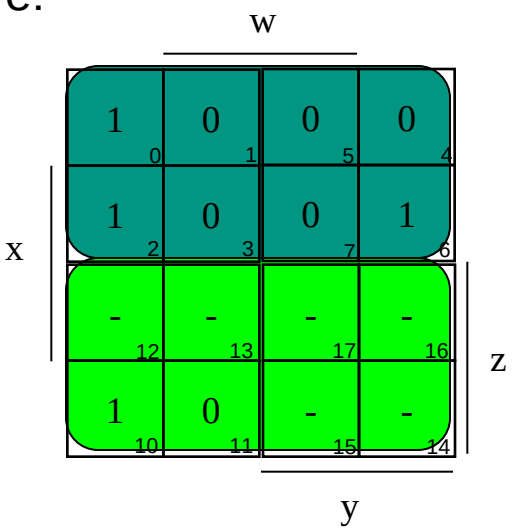


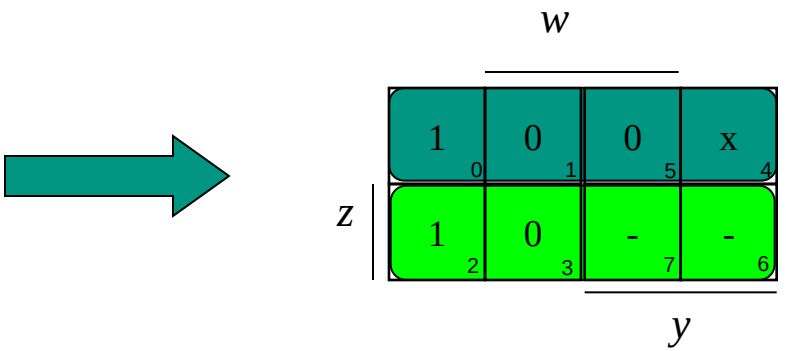


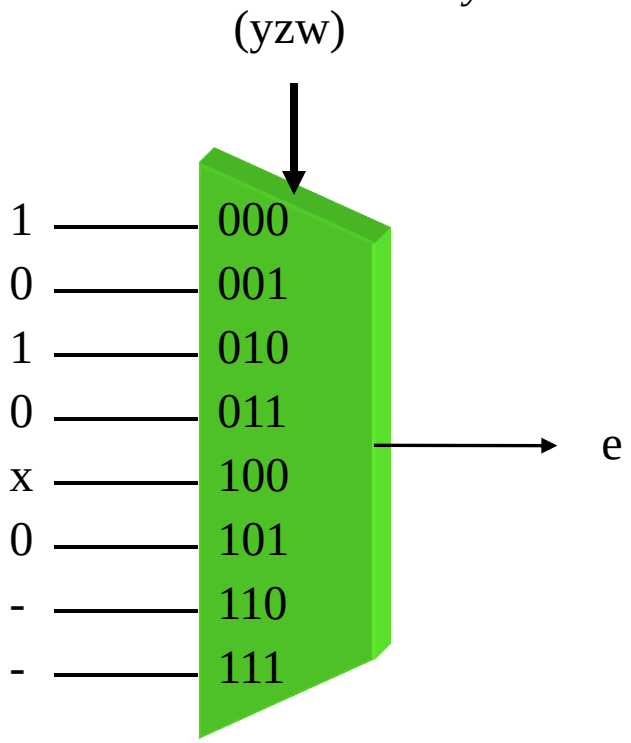
5. Aufgabe

5.3

e:

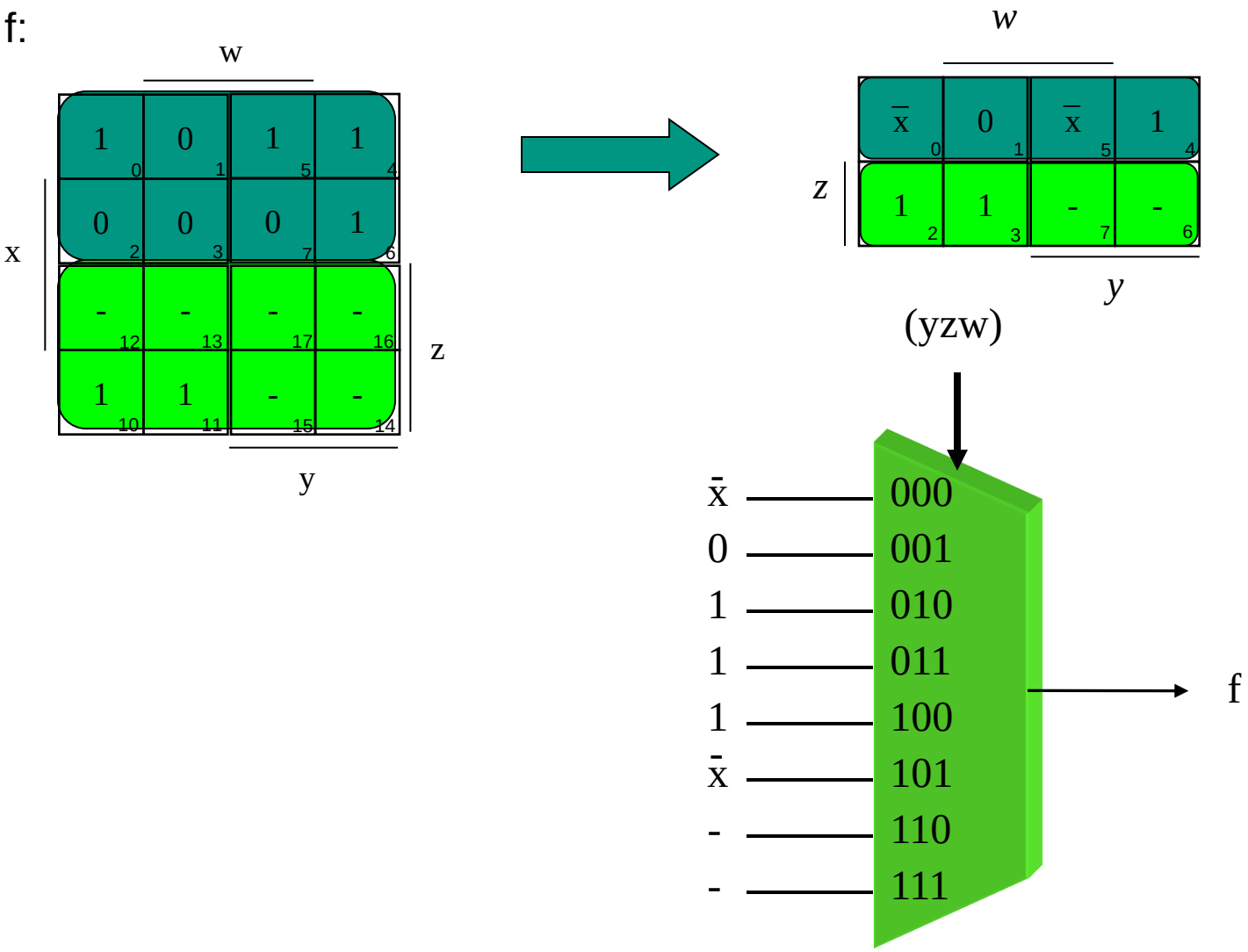






5. Aufgabe

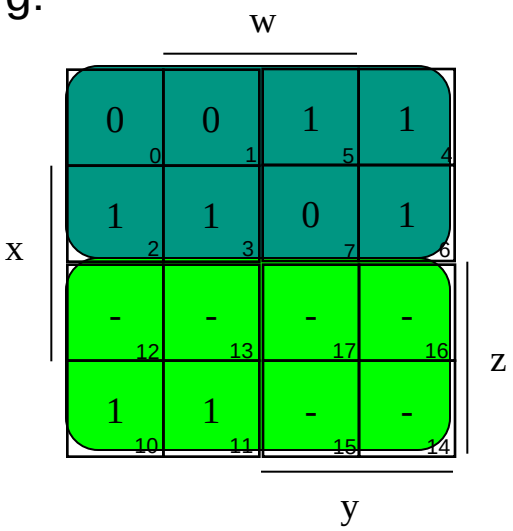
5.3

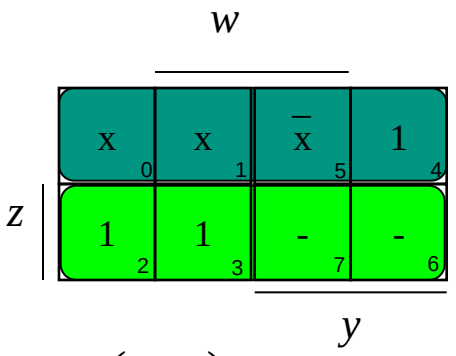

f:
w
x
y
z
1 0 1 1
0 0 0 1
- - - -
1 1 - -
0 1 5 4
2 3 7 6
12 13 17 16
10 11 15 14
w
z
y
x̄ 0 x̄ 1
1 1 - -
0 1 5 4
2 3 7 6
(yzw)
x̄ 000
0 001
1 010
1 011
1 100
x̄ 101
- 110
- 111
f

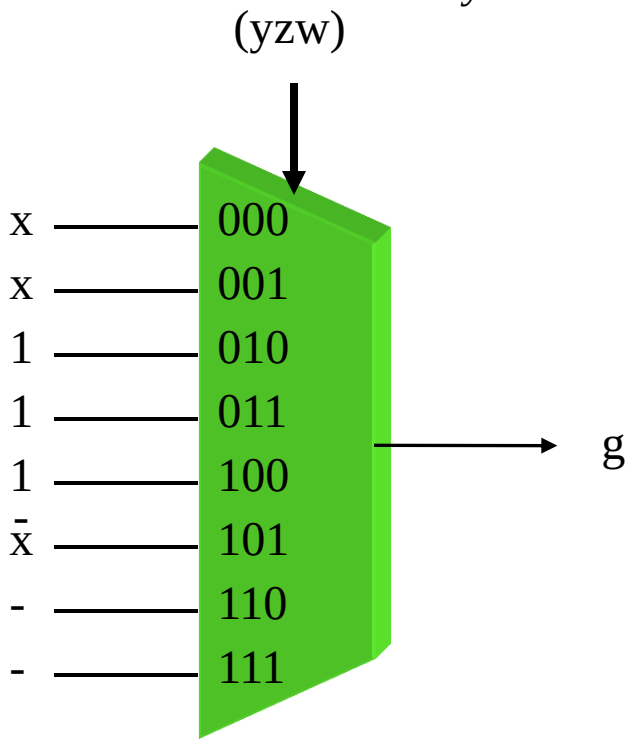
5. Aufgabe

5.3

g:







6. Aufgabe

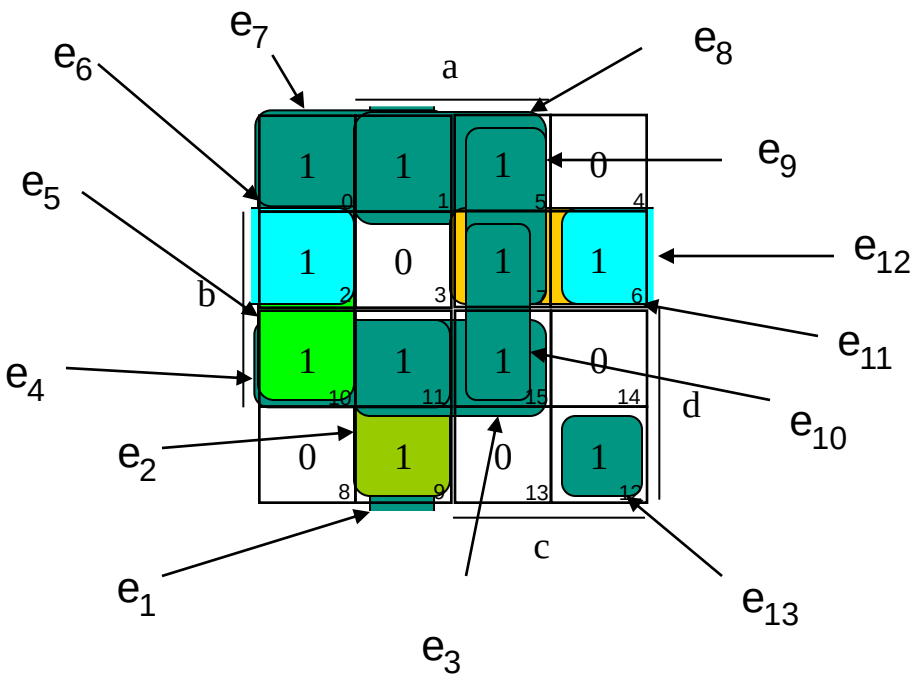
Gegeben sei die folgende boolesche Funktion f in vier Variablen durch ihre Dezimaläquivalentdarstellung { 0, 1, 2, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 15 }

6. Aufgabe

6.1

Bestimmen Sie alle Primimplikanten und deren Typ aus dem Symmetrie-diagramm. Stellen Sie die Überdeckungsmatrix auf und bestimmen Sie den zyklischen Kern (falls vorhanden).

Dezimaläquivalentdarstellung: $\{X\}_1 = \{ 0, 1, 2, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 15 \}$



6. Aufgabe

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X					X			
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X		X							
e_9				X		X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}											

essentielle Spalten

überdeckte Spalten

überdeckte Zeilen

6. Aufgabe

- Fallunterscheidung nötig, um Verfahren fortzusetzen

- Beachte: es ist NICHT ausreichend das Verfahren nur für einen Fall zum Ende zu bringen, sondern es müssen alle möglichen Pfade verfolgt werden.

- Bsp. für eine Fallunterscheidung:
  - Entscheidung für e_8
  - im Anschluß ist das Verfahren auch für den Fall, dass e_9 statt e_8 verwendet wird, durchzuführen

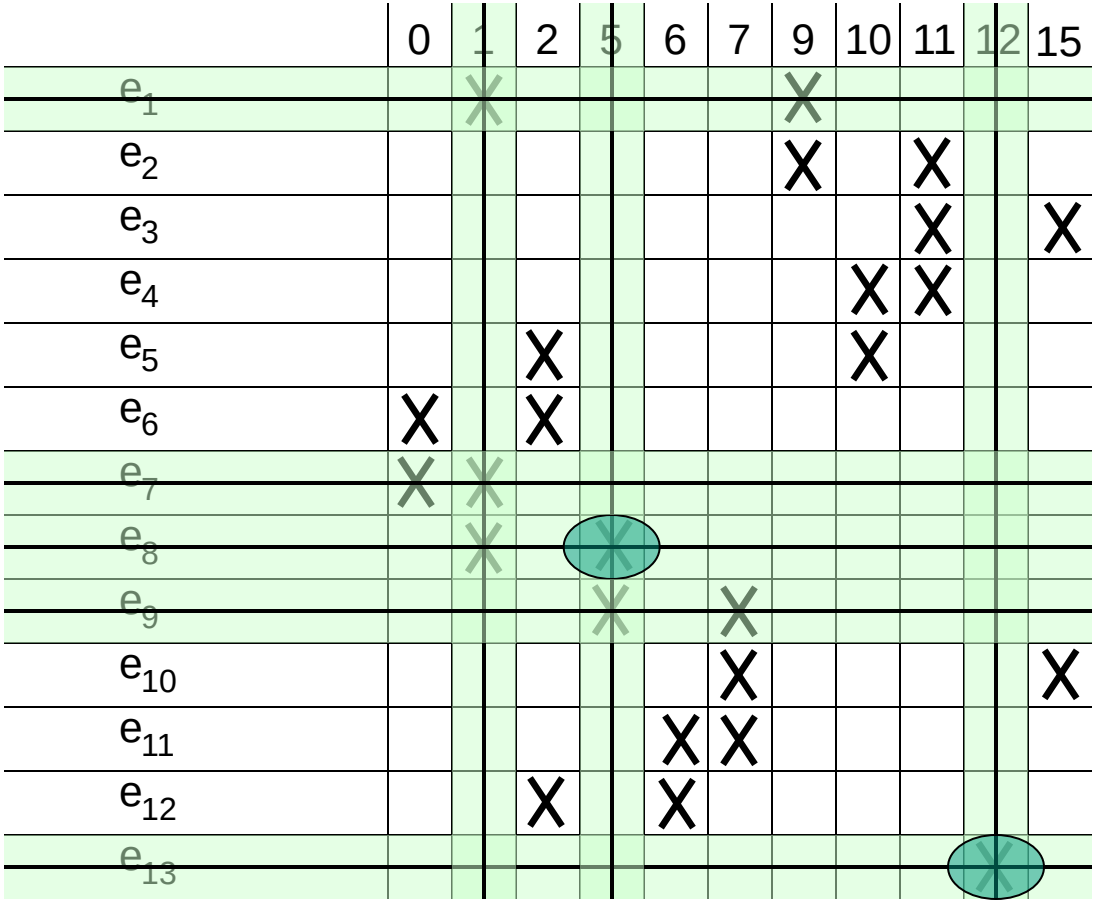
6. Aufgabe

	0	1	2	5	6	7	9	10	11	12	15
e_1		X					X				
e_2							X		X		
e_3									X		X
e_4								X	X		
e_5			X					X			
e_6	X		X								
e_7	X	X									
e_8		X		X							
e_9				X		X					
e_{10}						X					X
e_{11}					X	X					
e_{12}			X		X						
e_{13}										X	

Entscheidung für e_8 !!!

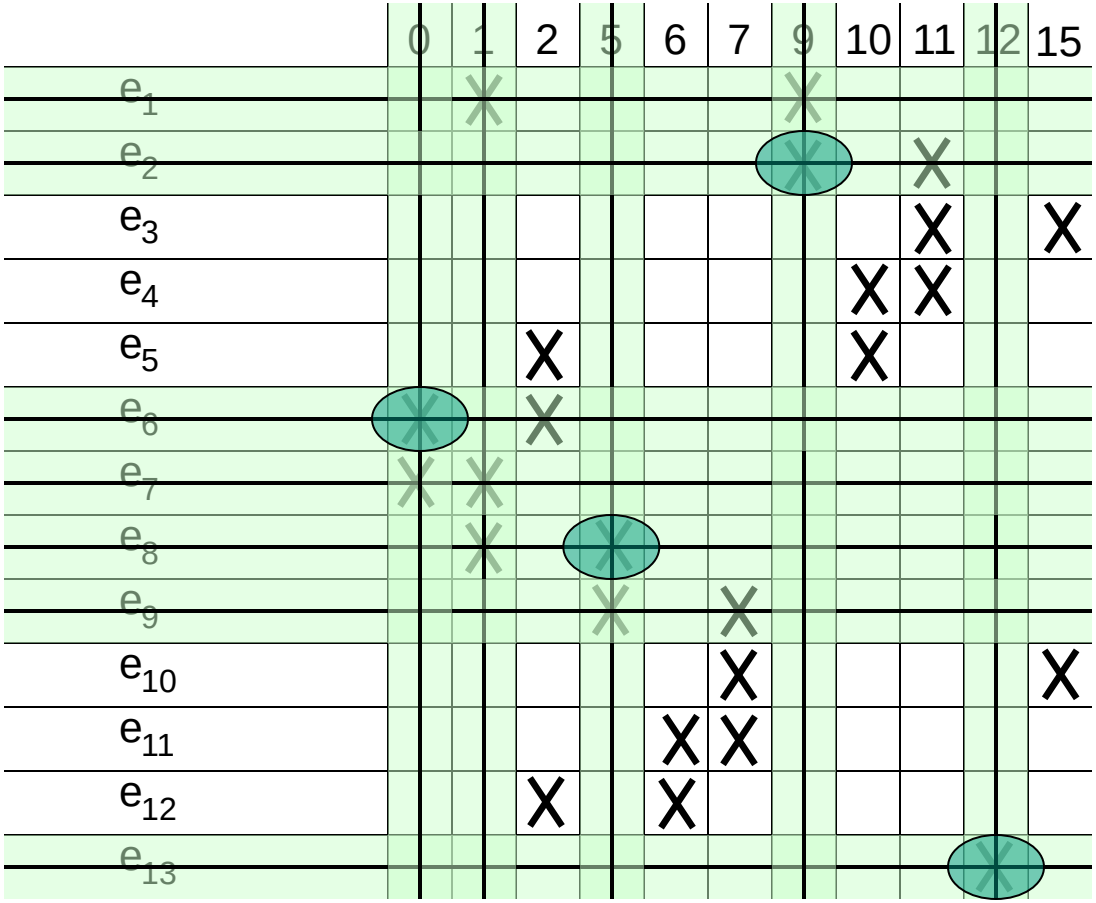
1. Fall: wir entscheiden uns für e_8 !!!

6. Aufgabe



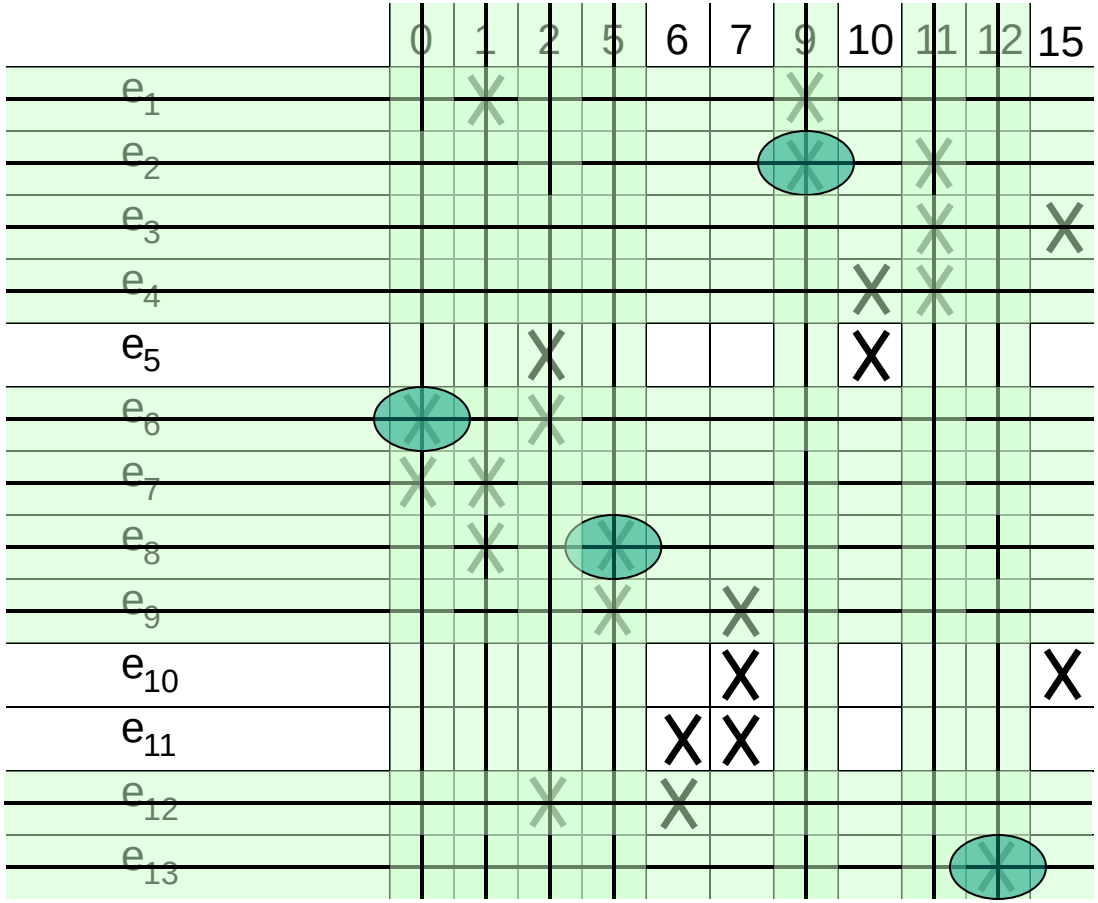
1. Fall: wir entscheiden uns für e_8 !!!

6. Aufgabe



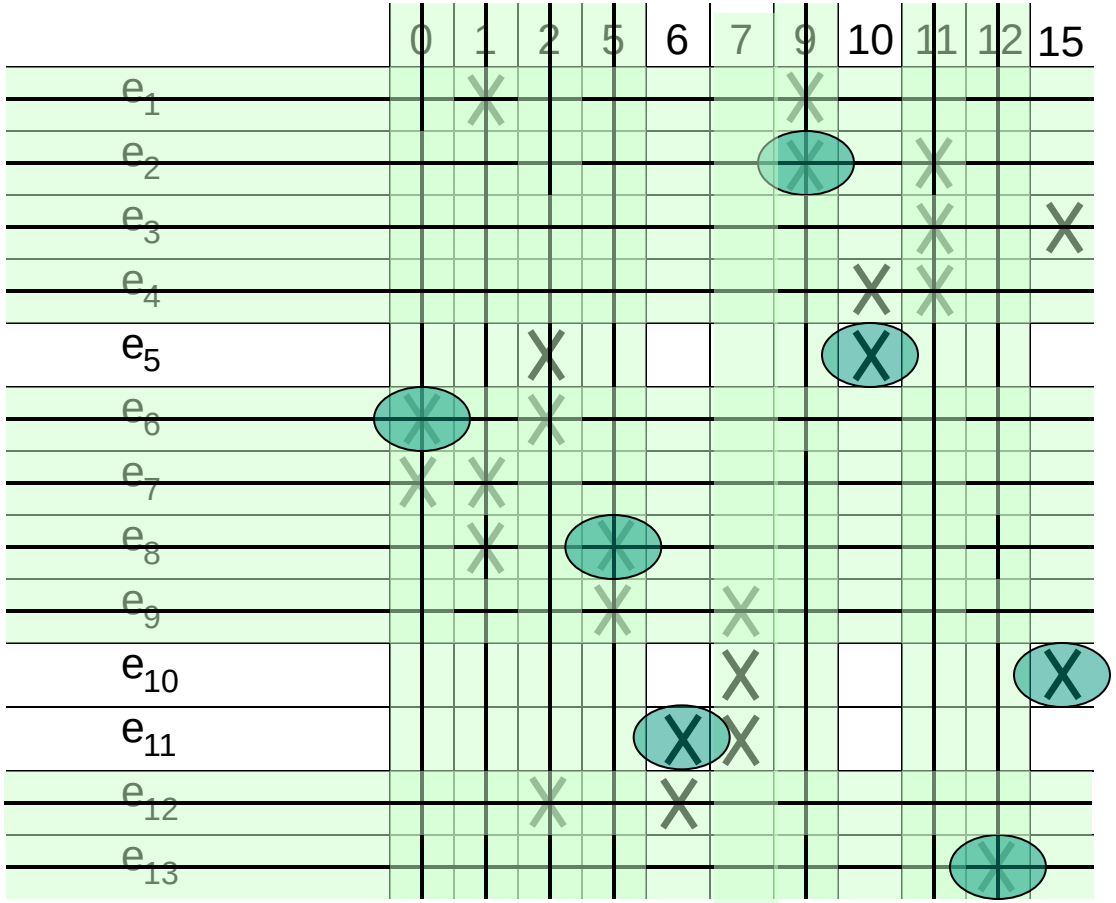
1. Fall: wir entscheiden uns für e_8 !!!

6. Aufgabe



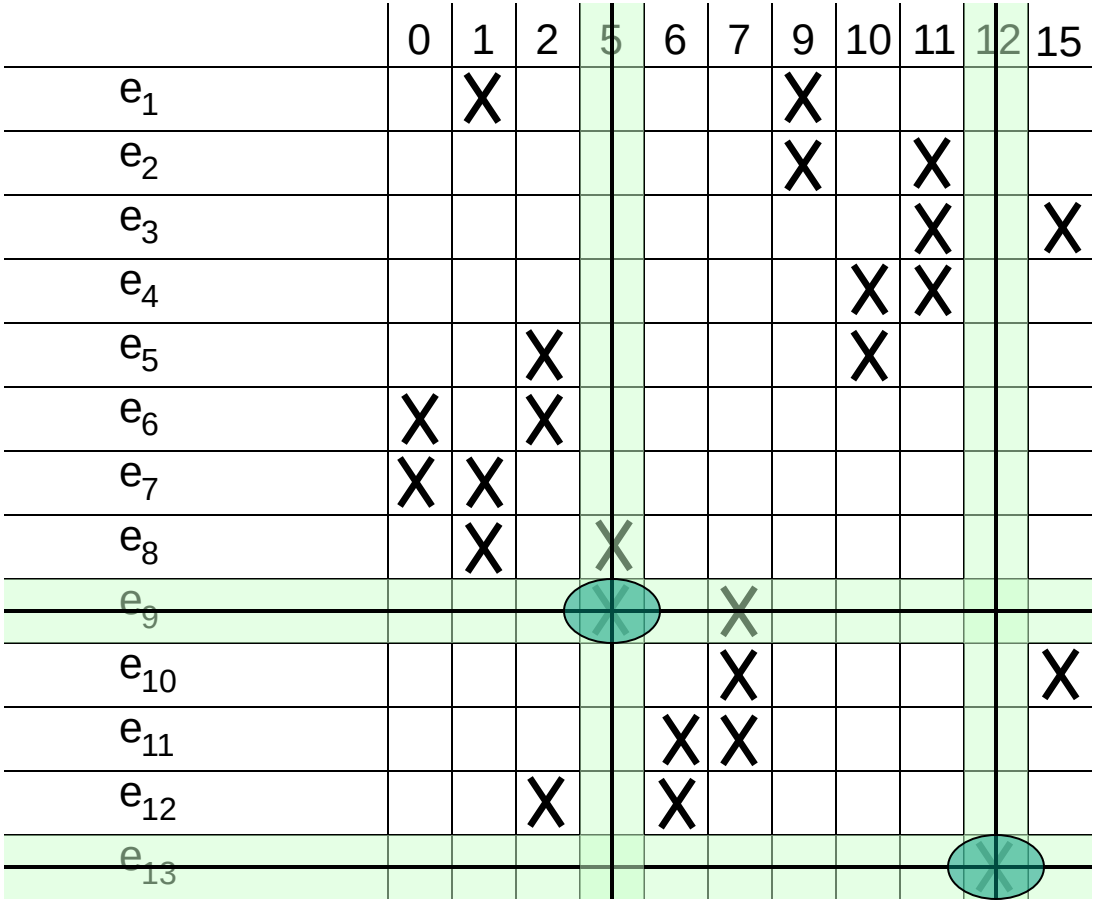
1. Fall: wir entscheiden uns für e_8 !!!

6. Aufgabe



1. Fall: wir entscheiden uns für e_8 !!!

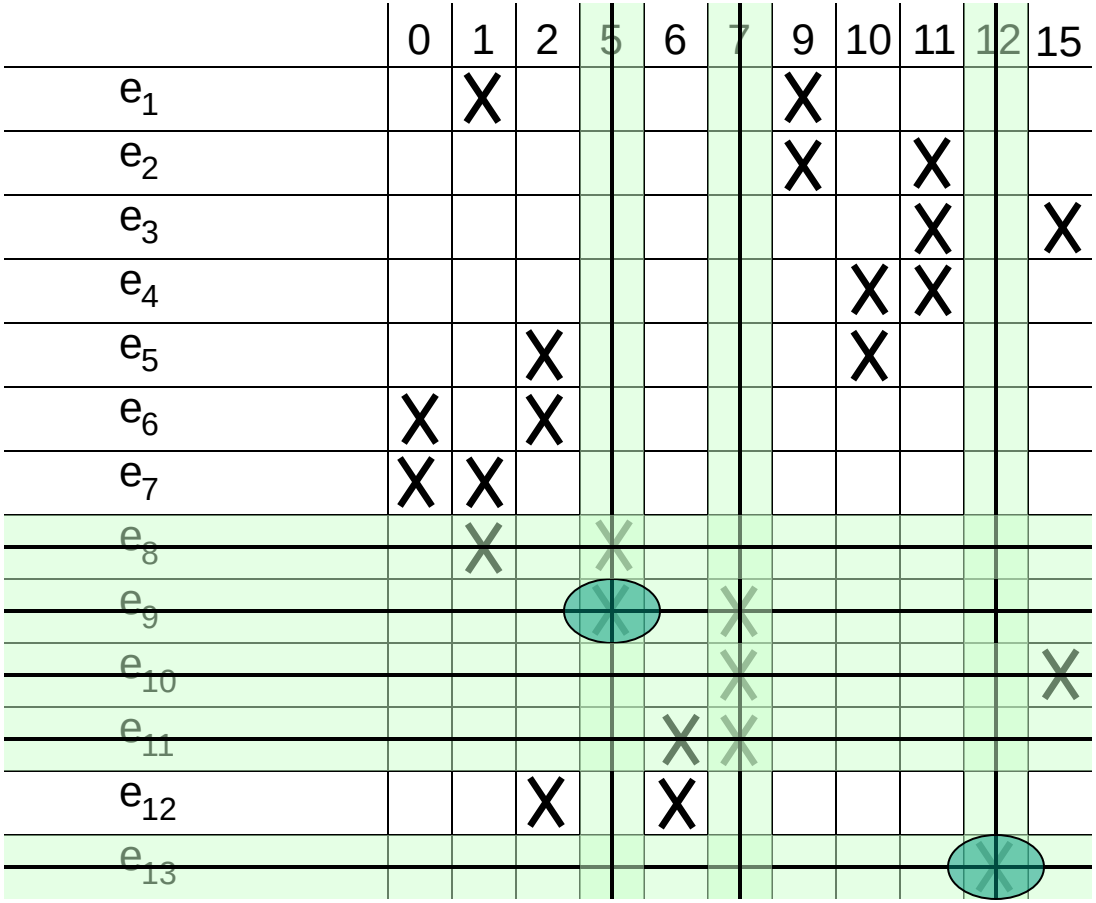
6. Aufgabe



Entscheidung für e_9 !!!

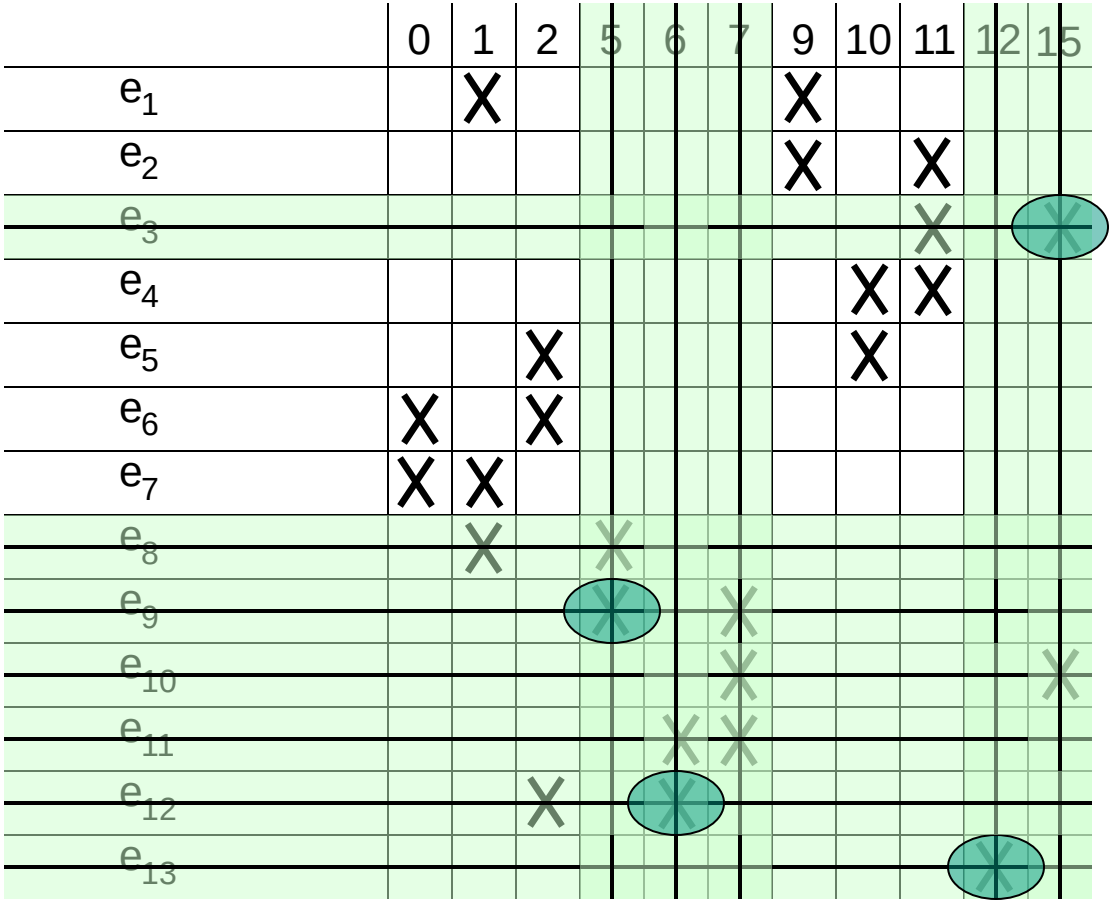
2. Fall: wir entscheiden uns für e_9 !!!

6. Aufgabe



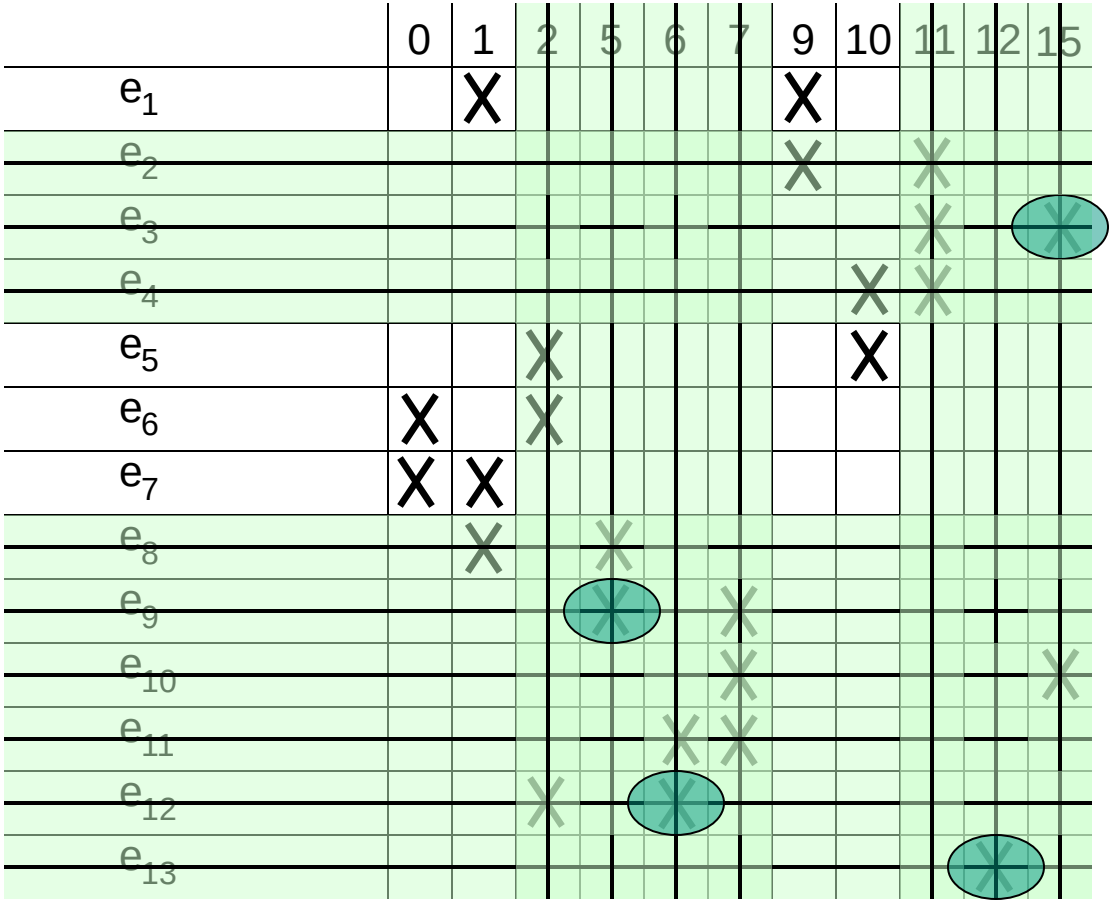
2. Fall: wir entscheiden uns für e_9 !!!

6. Aufgabe



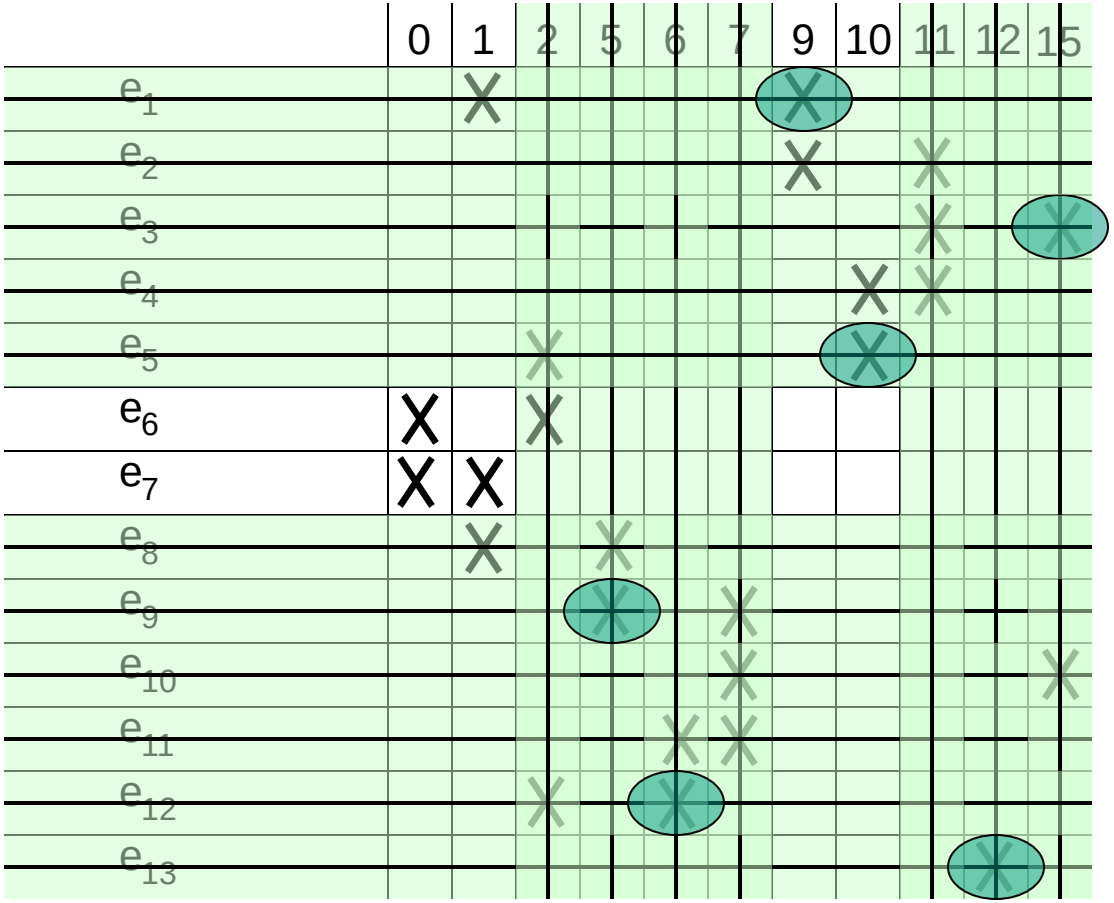
2. Fall: wir entscheiden uns für e_9 !!!

6. Aufgabe



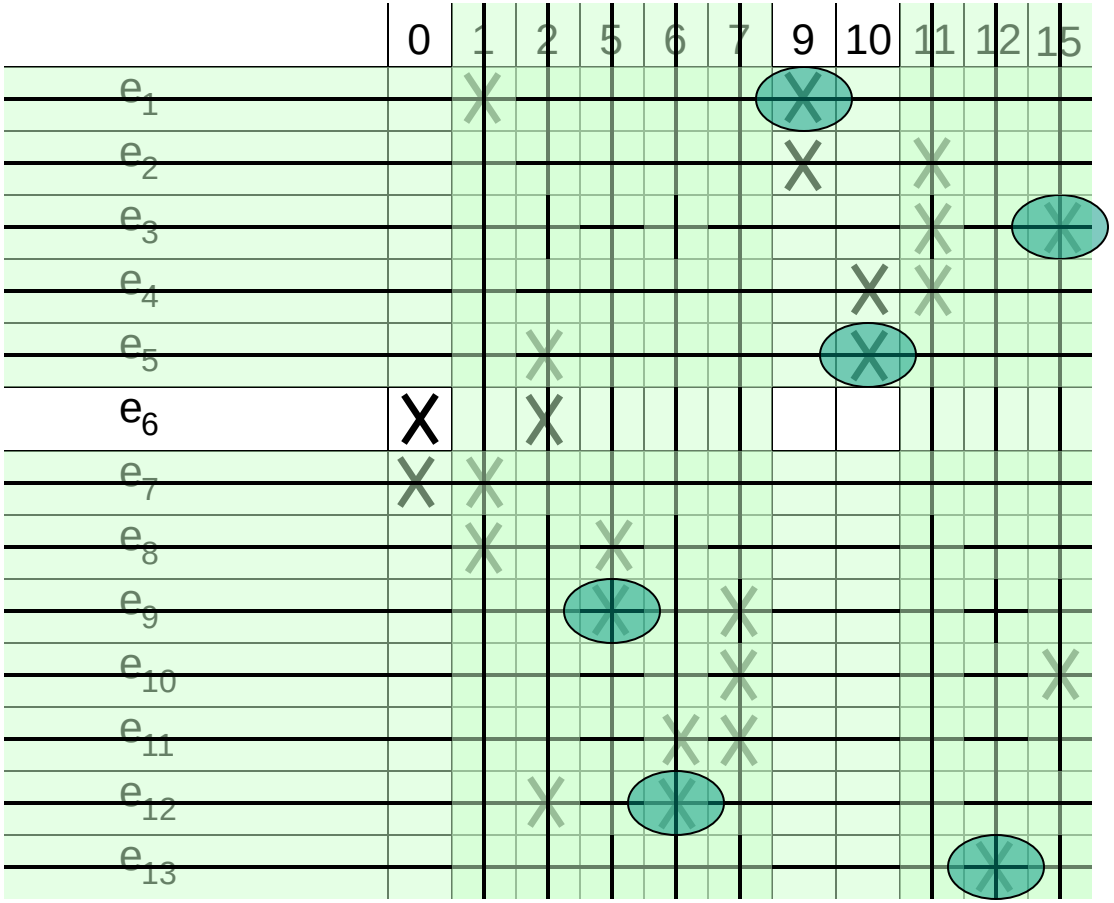
2. Fall: wir entscheiden uns für e_9 !!!

6. Aufgabe



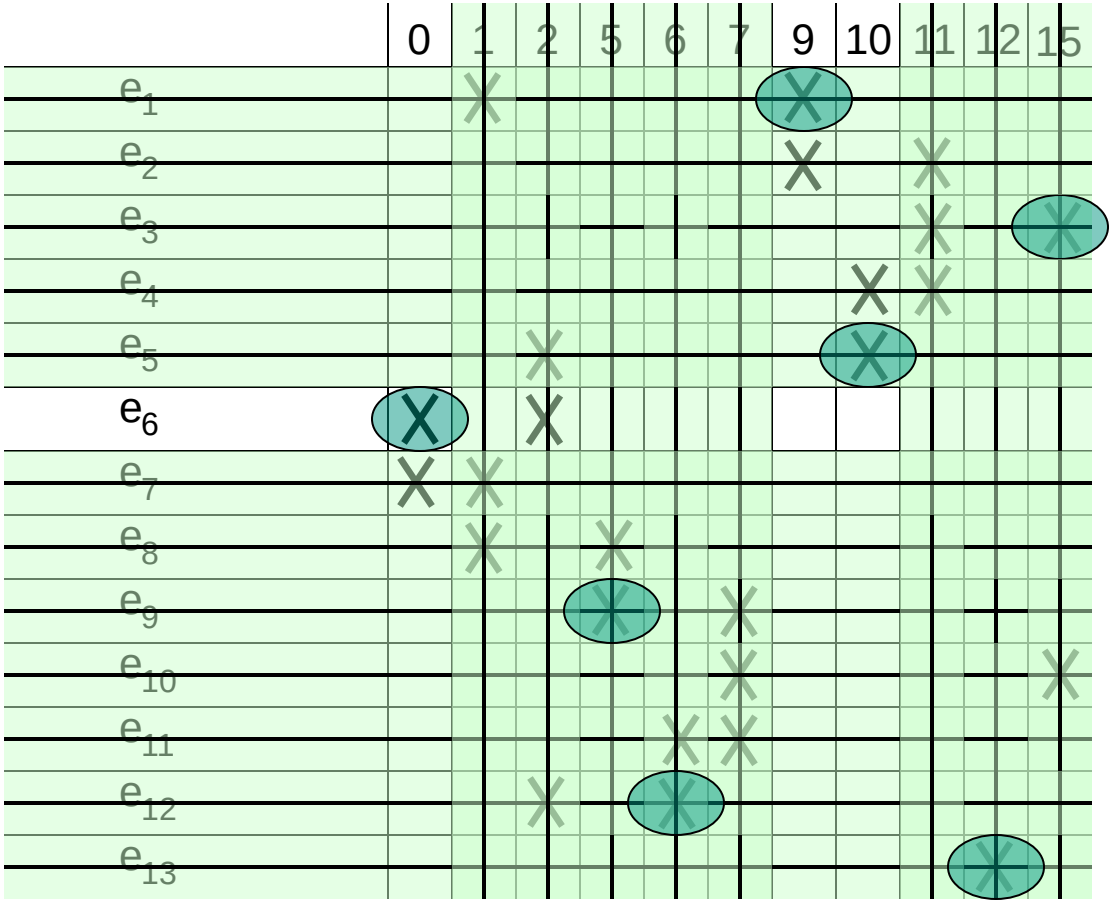
2. Fall: wir entscheiden uns für e_9 !!!

6. Aufgabe



2. Fall: wir entscheiden uns für e_9 !!!

6. Aufgabe



2. Fall: wir entscheiden uns für e_9 !!!

6. Aufgabe

- Beachte: alle Pfade müssen überprüft werden (nicht immer sind die Lösungen gleichwertig)
- Hier nur eine Fallunterscheidung nötig, ggf. aber mehr als zwei Pfade zu untersuchen.
- Alternative: Lösung über Petrick-Ausdruck

6. Aufgabe

6.2

Geben Sie eine kostenminimale zweistufige Und-/Oder-Realisierung an. Stellen Sie für diese Funktion den Petrick-Ausdruck auf.

Ergebnis aus 6.1:

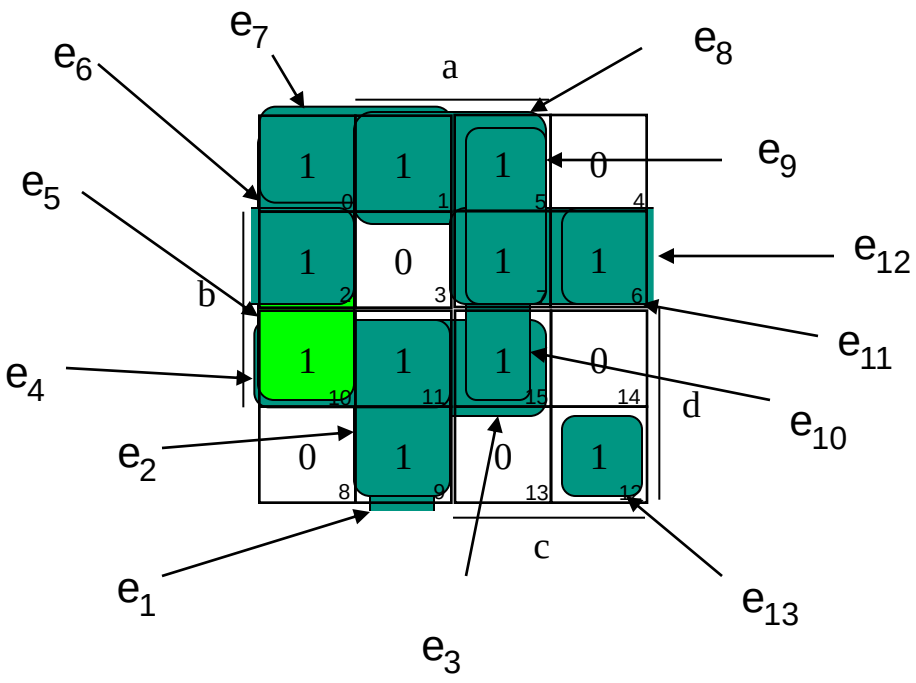
$$f = e_{KPI} + e_5 + e_6 + \begin{cases} e_1 + e_3 + e_9 + e_{12} \\ e_2 + e_8 + e_{10} + e_{11} \end{cases}$$

Beide Lösungen sind gleichwertig!!!

6. Aufgabe

Petrickausdruck:

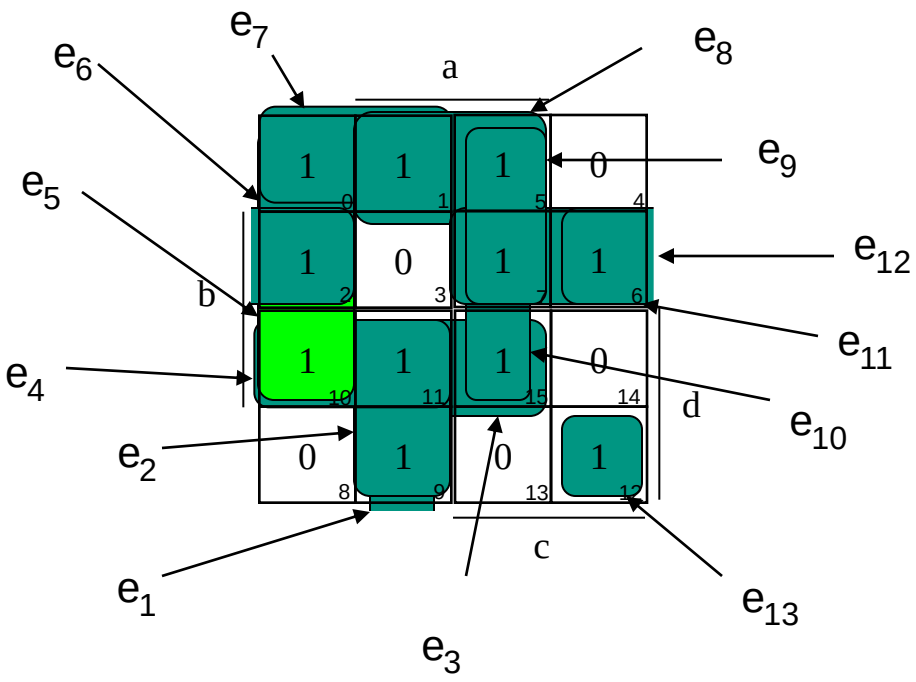
$$P_e =$$



6. Aufgabe

Petrickausdruck:

$$P_e = (e_6 + e_7)_0 (e_7 + e_8 + e_1)_1 (e_6 + e_5 + e_{12})_2 (e_8 + e_9)_5$$
$$(e_{12} + e_{11})_6 (e_9 + e_{11} + e_{10})_7 (e_1 + e_2)_9 (e_4 + e_5)_{10}$$
$$(e_4 + e_2 + e_3)_{11} (e_{13})_{12} (e_{10} + e_3)_{15} = 1$$



7. Aufgabe

Ein Elektrotechnik-Student hat zur Vorbereitung auf eine Prüfung verschiedene Bücher (A-E) verwendet, mit denen die Teilkapitel (1-8) des Prüfungsfaches unterschiedlich abgedeckt werden. Um nun für den Prüfungstag herauszufinden, welche Bücher in die Klausur mitzunehmen sind, soll eine Überdeckungstabelle aufgestellt werden. Es wird hierbei vorausgesetzt, dass die Teilkapitel in den jeweiligen Büchern gleich gut beschrieben sind.

Buch	Beschrieben Kapitel	Gewicht
A	2, 5, 7	750g
B	4, 5, 7	300g
C	3, 8	170g
D	4, 8	500g
E	1, 3, 6	200g

7. Aufgabe

7.1

Ergänzen Sie die Überdeckungstabelle und stellen Sie den Petrickausdruck auf.

Buch	Beschriebene Kapitel	Gewicht
A	2, 5, 7	750g
B	4, 5, 7	300g
C	3, 8	170g
D	4, 8	500g
E	1, 3, 6	200g

	1	2	3	4	5	6	7	8
A		X			X		X	
B				X	X		X	
C			X					X
D				X				X
E	X		X			X		

$$P_e = E \cdot A \cdot (C+E) \cdot (B+D) \cdot (A+B) \cdot E \cdot (A+B) \cdot (C+D)$$

7. Aufgabe

7.2

Ermitteln Sie durch schaltalgebraische Umformung alle irredundanten Überdeckungen und geben Sie die Überdeckung mit dem geringsten Gesamtgewicht an.

$$P_e = E \cdot A \cdot (C+E) \cdot (B+D) \cdot (A+B) \cdot E \cdot (A+B) \cdot (C+D)$$

$$= E \cdot A \cdot (B+D) \cdot (C+D)$$

$$= EABC + EABD + EADC + EAD \quad \rightarrow \text{ 4 Kombinationen möglich !!!}$$

7. Aufgabe

7.2

$$P_e = \underbrace{EABC}_{\sum=1420g} + \underbrace{EABD}_{\sum=1750g} + \underbrace{EADC}_{\sum=1620g} + \underbrace{EAD}_{\sum=1450g}$$

→ Die kostengünstigste Kombination ist EABC mit einem Gesamtgewicht von 1420g

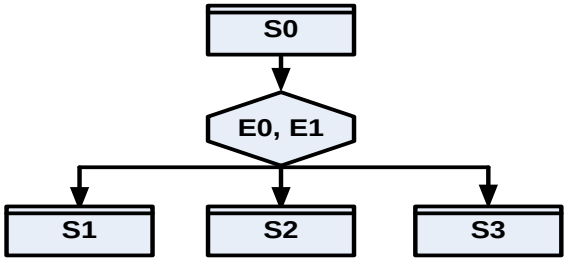
Buch	Gewicht
A	750g
B	300g
C	170g
D	500g
E	200g

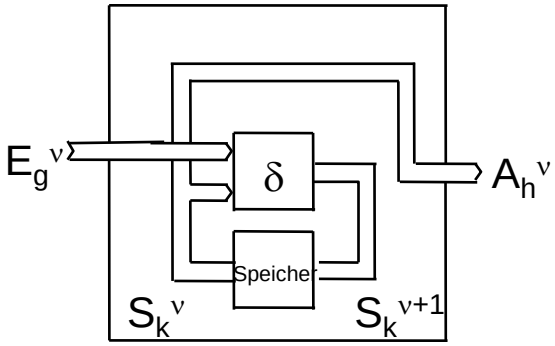
Automaten-Typen

Medwedew-Automat

$A_h^{\nu} = S_k^{\nu}$

Die Ausgabe des Automaten ist **identisch mit dem aktuellen Zustand**

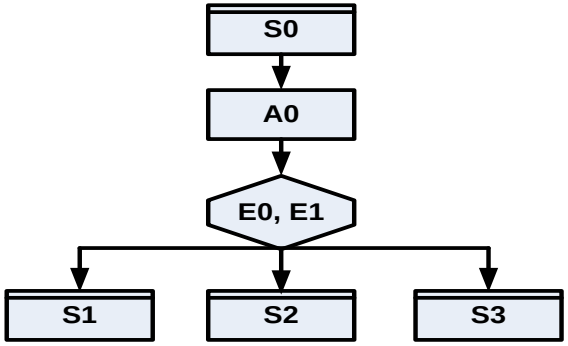


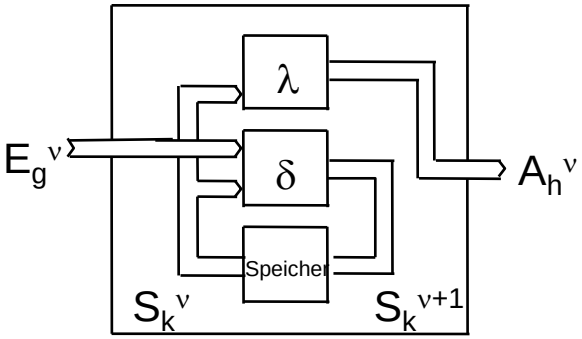


Moore-Automat

$A_h^{\nu} = \lambda (S_k^{\nu})$

Die Ausgabe des Automaten ergibt sich ausschließlich aus dem **aktuellen Zustand**

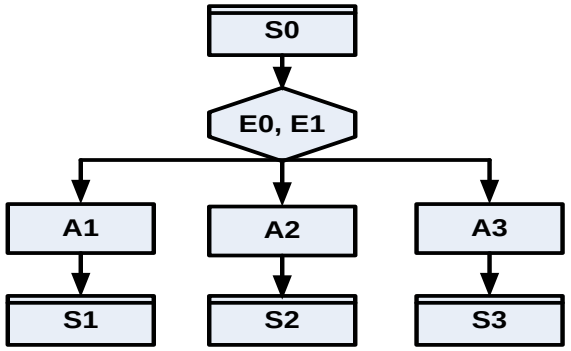


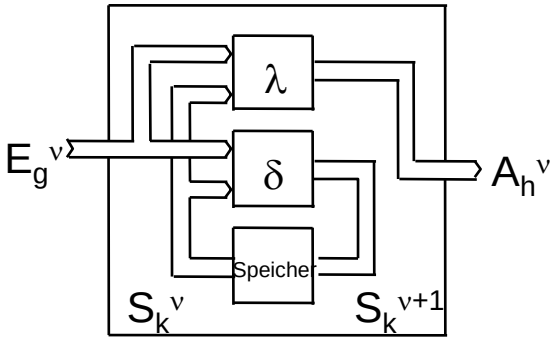


Mealy-Automat

$A_h^{\nu} = \lambda (E_g^{\nu}, S_k^{\nu})$

Die Ausgabe des Automaten ergibt sich aus **aktuellem Zustand** und einer **Eingabe** (allgemeiner Fall)

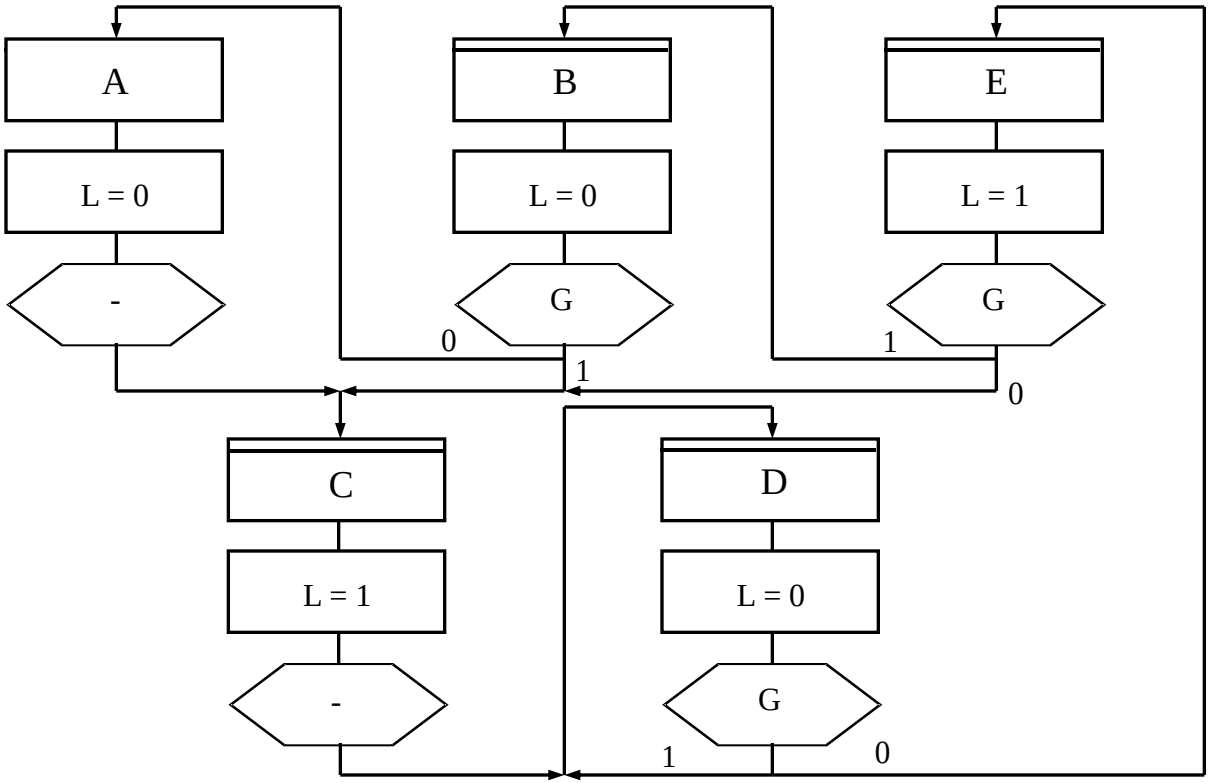




- Die drei Automatentypen lassen sich jeweils **ineinander überführen**

Aufgabe F2

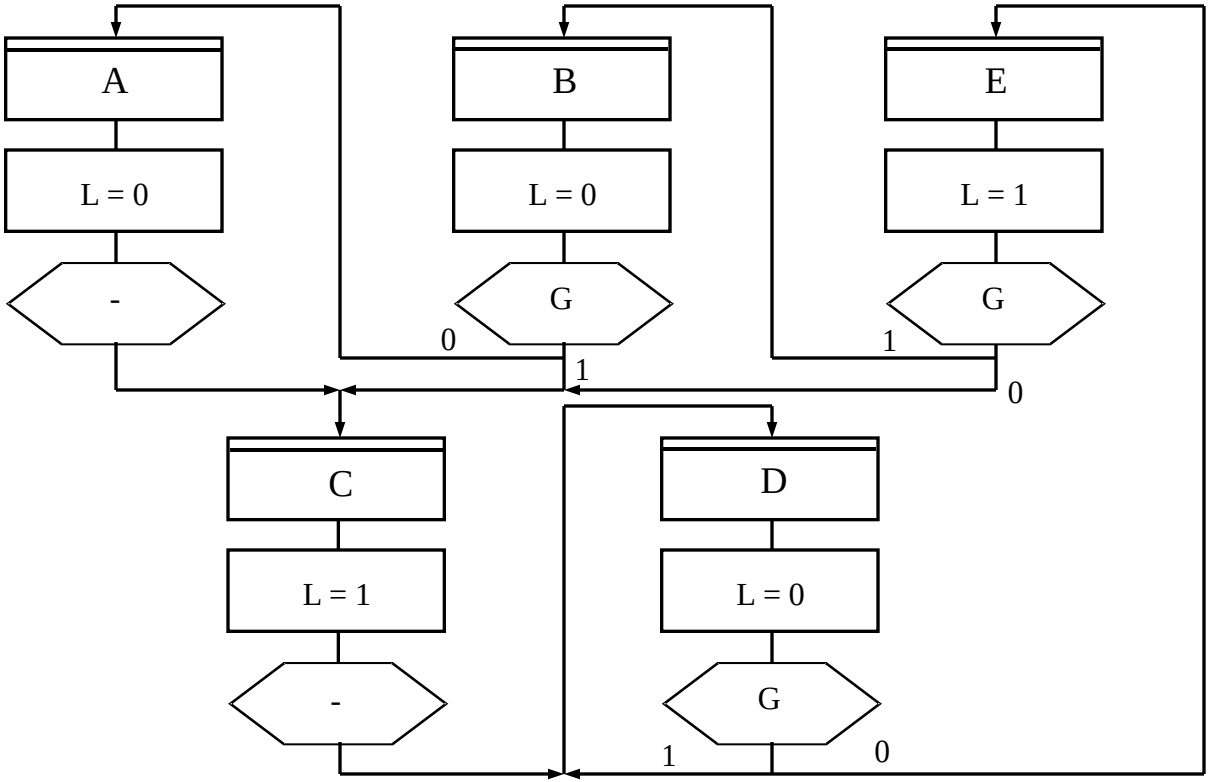
Zur Realisierung eines Automaten haben zwei GDT-Studenten ein Ablaufdiagramm bzw. eine Ablauftabelle entwickelt. Leider wurde die Ablauftabelle ein Opfer der aus einer früheren Klausuraufgabe bekannten Cafeteria-Kaffeeflecken und ist deshalb nur unvollständig wiedergegeben.



Aufgabe F2

F2.1

Handelt es sich bei dem gezeigten Automaten um einen Moore- oder Mealy-Typ?



Moore, da Ausgabe nur von Zuständen abhängt !!!

Aufgabe F2

F2.2

Wie viele Flipflops würden Sie für die Realisierung des Automaten als synchrones Schaltwerk mindestens benötigen?

- wir haben 5 Zustände im Automaten
- für eine binäre Kodierung würden wir also

$$\lceil ld\,5 \rceil = 3$$ Bits benötigen !!!

Aufgabe F2

F2.3

Vervollständigen Sie nun die zugehörige Ablauftabelle. Gehen Sie davon aus, dass die Ablauftabelle und das Ablaufdiagramm dasselbe Automatenverhalten beschreiben. Versuchen Sie eine geeignete Zuordnung zwischen den Bezeichnungen A, B, C, D, E, G und L und den Bezeichnungen R, U, W, Z, T, X und Y zu treffen. Geben Sie diese Zuordnung in einer Tabelle an.

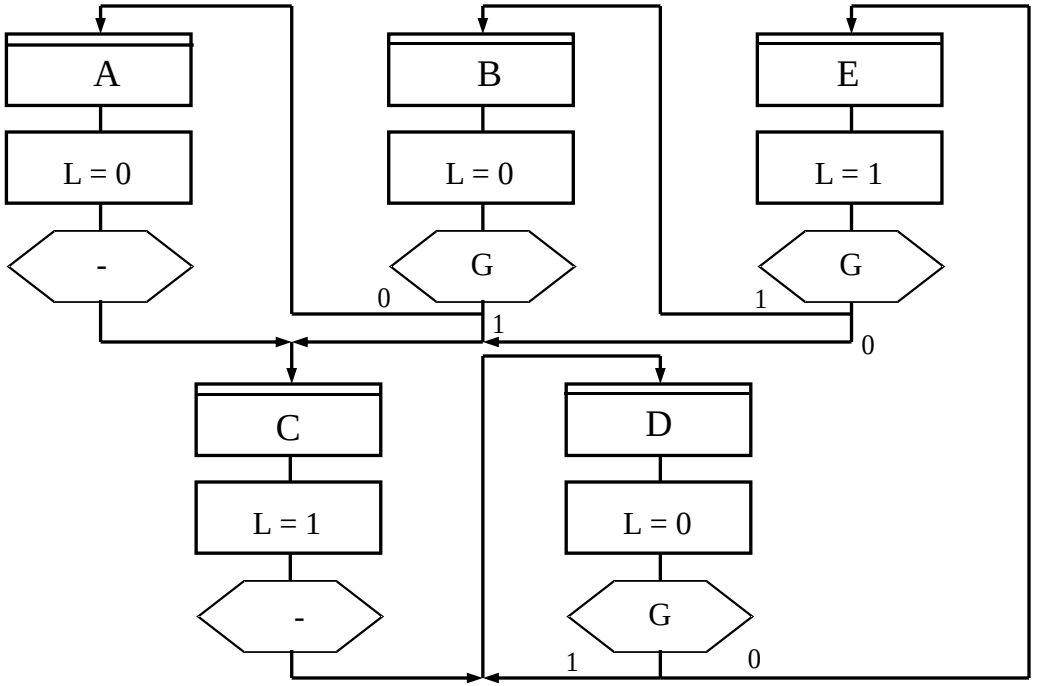
S^n	X	S^{n+1}	Y
R	-		0
U	0 1	 Z	
W	0 1	 W	
Z	-	1	
T	0 1		

Aufgabe F2

F2.3

S^n	X	S^{n+1}	Y
R	-		0
U	0 1	Z	
W	0 1	W	
Z	-		
T	0 1		

Diagramm	Tabelle
A	
B	
C	
D	
E	
G	
L	

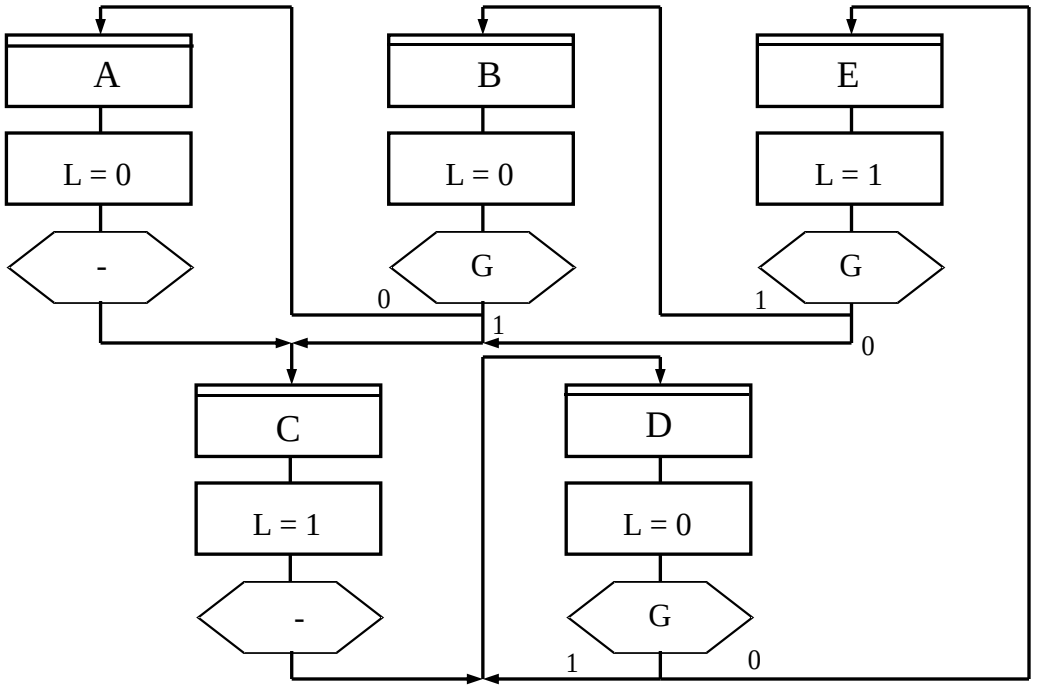


Aufgabe F2

F2.3

S^n	X	S^{n+1}	Y
R	-		0
U	0 1	Z	
W	0 1	W	
Z	-		
T	0 1		

Diagramm	Tabelle
A	
B	
C	
D	
E	
G	X
L	



- G ist die Eingabe des Ablaufdiagramms

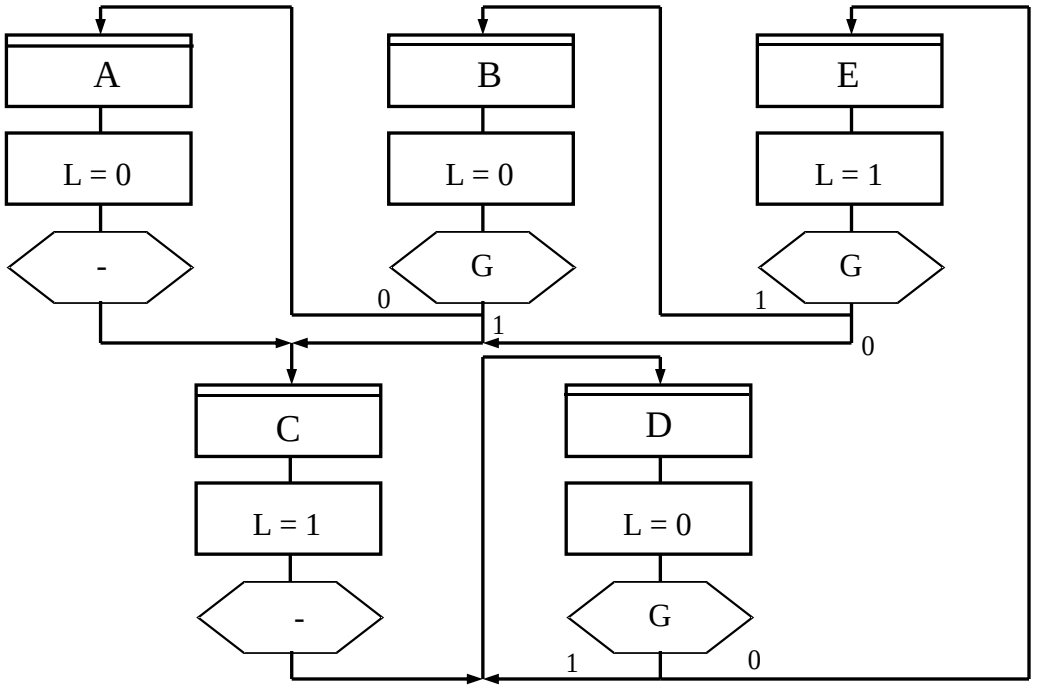
  $\Rightarrow$ G ≡ X

Aufgabe F2

F2.3

S^n	X	S^{n+1}	Y
R	-		0
U	0 1	Z	
W	0 1	W	
Z	-		
T	0 1		

Diagramm	Tabelle
A	
B	
C	
D	
E	
G	X
L	Y



- L ist die Ausgabe des Ablaufdiagramms

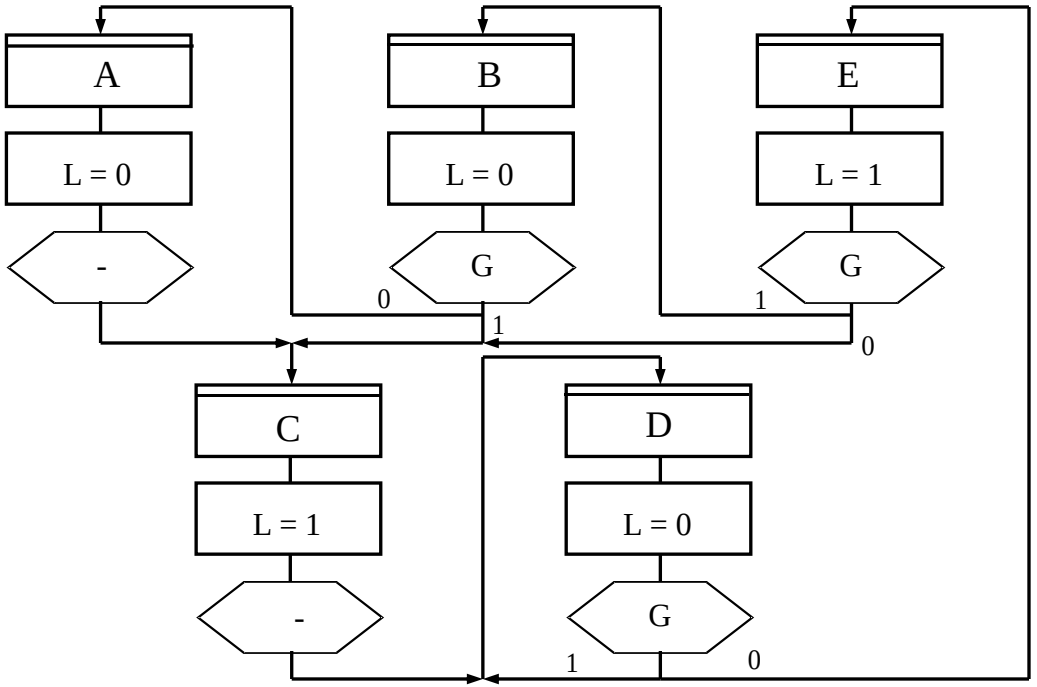
  $\Rightarrow \quad L \equiv Y$

Aufgabe F2

F2.3

S^n	X	S^{n+1}	Y
R	-		0
U	0 1	Z	
W	0 1	W	
Z	-		
T	0 1		

Diagramm	Tabelle
A	
B	
C	
D	W
E	
G	X
L	Y



- D hat nur sich selbst und E als Nachfolgezustand!

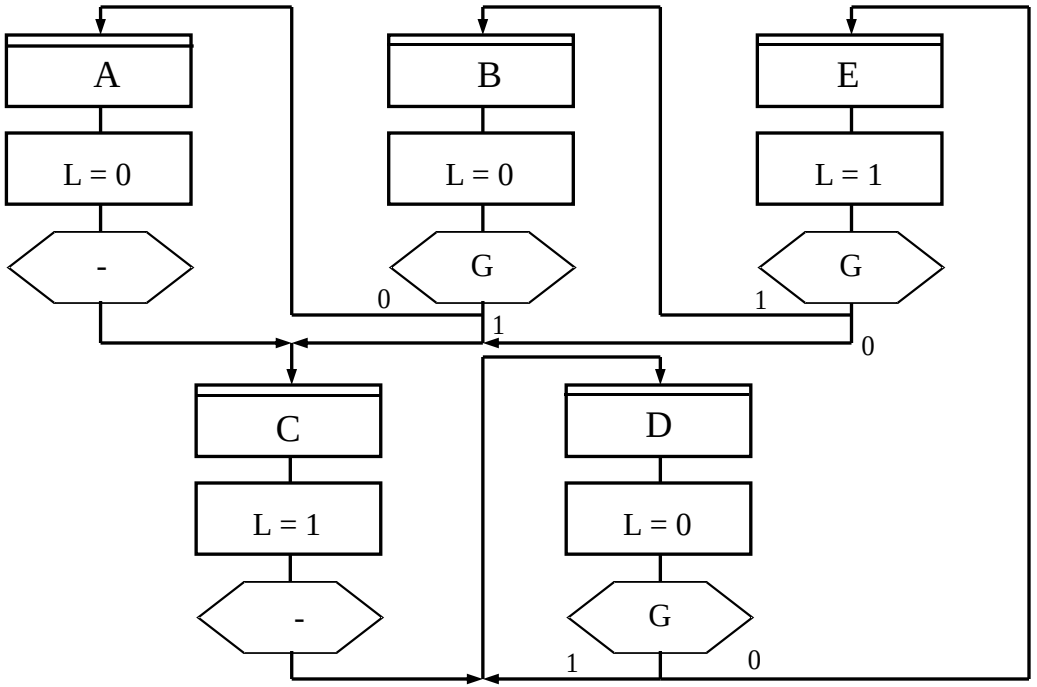
  $\Rightarrow$ D ≡ W

Aufgabe F2

F2.3

S^n	X	S^{n+1}	Y
R	-		0
U	0 1	Z	
W	0 1	W	
Z	-		
T	0 1		

Diagramm	Tabelle
A	R
B	
C	
D	W
E	
G	X
L	Y



- A besitzt <u>einen Nachfolgezustand</u> und die <u>Ausgabe = 0</u>

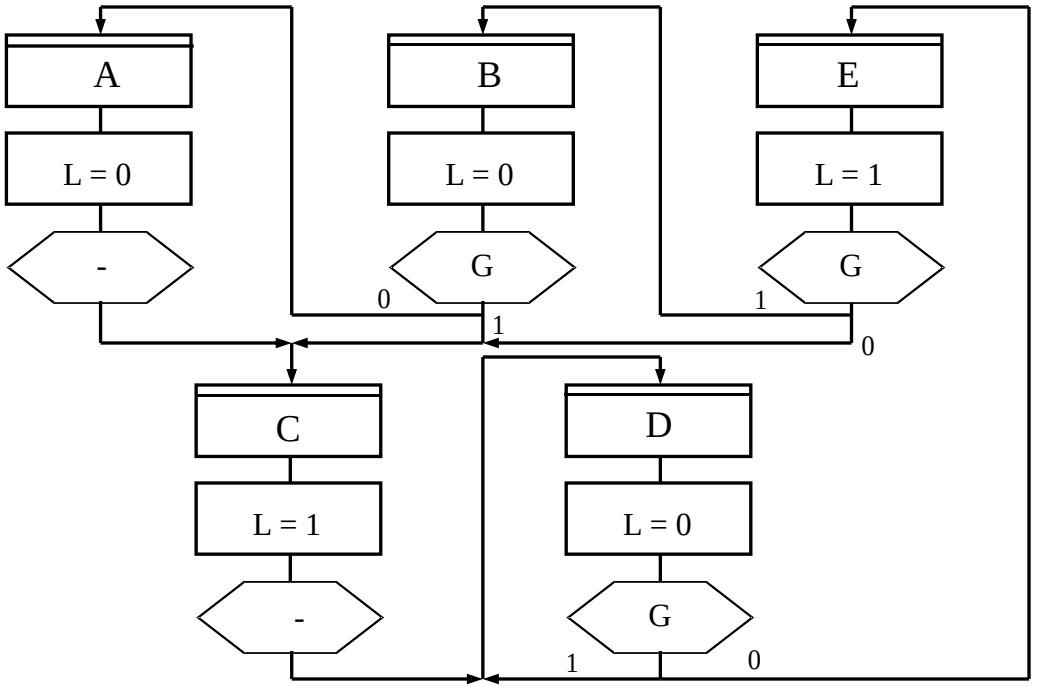
  $\Rightarrow$ A ≡ R

Aufgabe F2

F2.3

S^n	X	S^{n+1}	Y
R	-		0
U	0 1	Z	
W	0 1	W	
Z	-		
T	0 1		

Diagramm	Tabelle
A	R
B	
C	Z
D	W
E	
G	X
L	Y



- C ist der zweite Zustand mit einem Nachfolgezustand

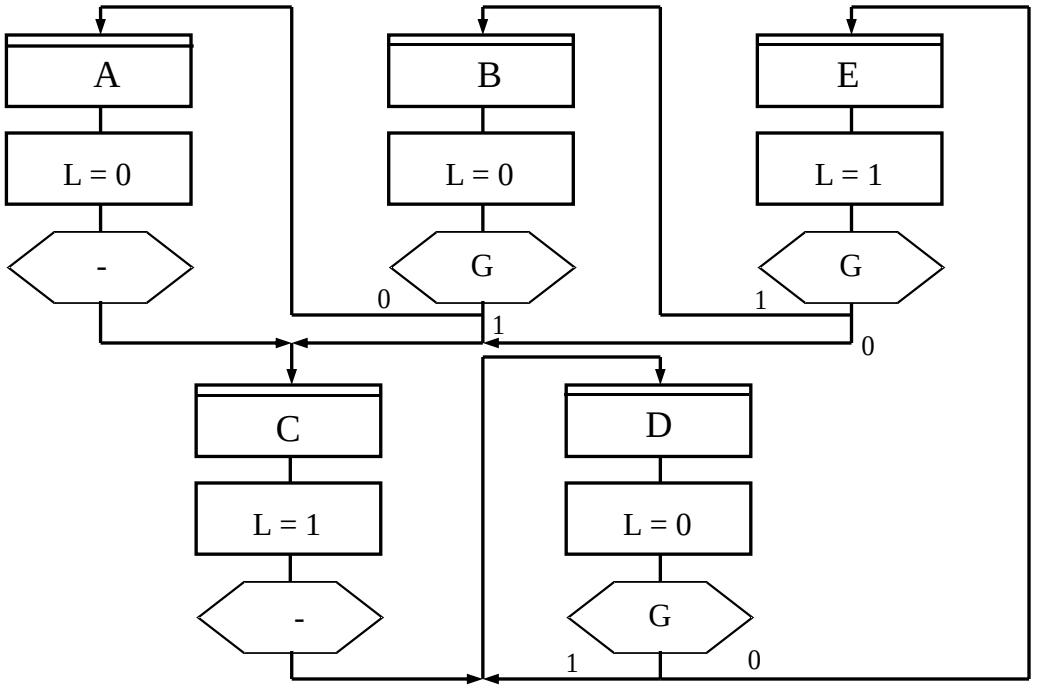
  $\Rightarrow$ C ≡ Z

Aufgabe F2

F2.3

S^n	X	S^{n+1}	Y
R	-		0
U	0 1	Z	
W	0 1	W	
Z	-		
T	0 1		

Diagramm	Tabelle
A	R
B	U
C	Z
D	W
E	
G	X
L	Y



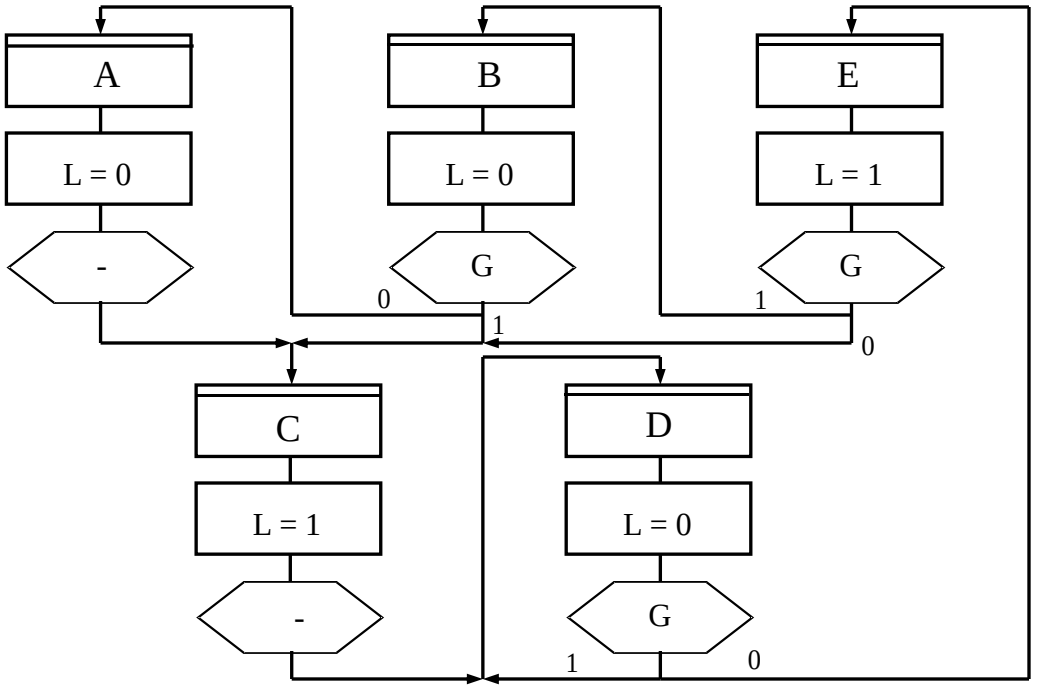
- Mit der Eingabe G = 1 erfolgt der Übergang von B nach C ≡ Z ⇒ B ≡ U

Aufgabe F2

F2.3

S^n	X	S^{n+1}	Y
R	-		0
U	0 1	Z	
W	0 1	W	
Z	-		
T	0 1		

Diagramm	Tabelle
A	R
B	U
C	Z
D	W
E	T
G	X
L	Y



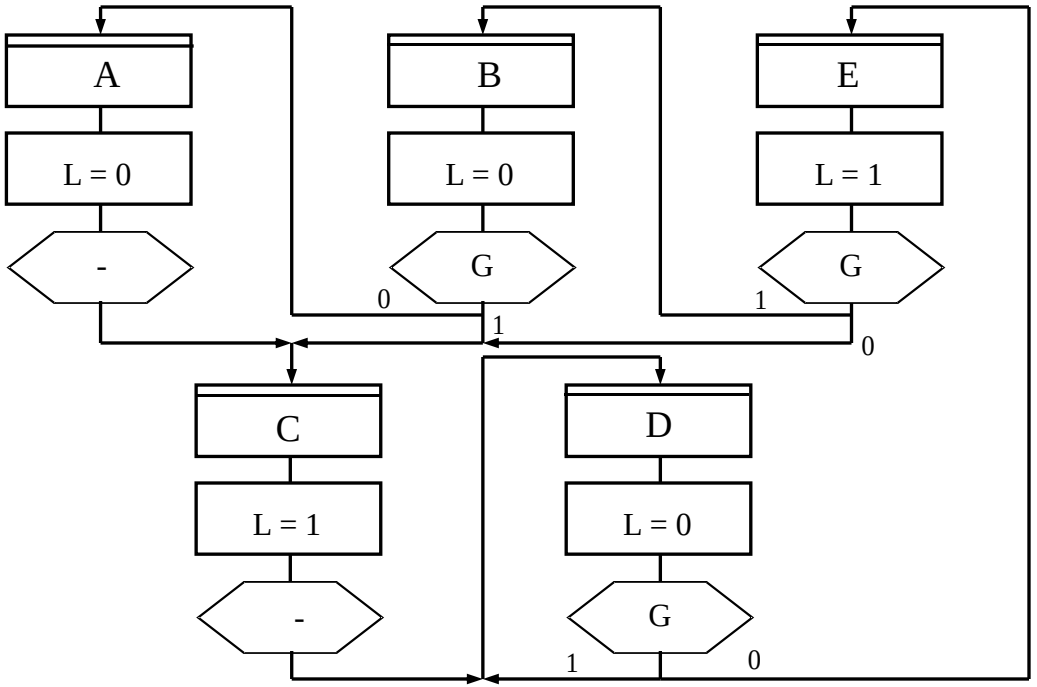
- E und T bleiben über $\Rightarrow$ $E \equiv T$

Aufgabe F2

F2.3

S^n	X	S^{n+1}	Y
R	-	Z	0
U	0		
	1	Z	
W	0		
	1	W	
Z	-		
T	0		
	1		

Diagramm	Tabelle
A	R
B	U
C	Z
D	W
E	T
G	X
L	Y



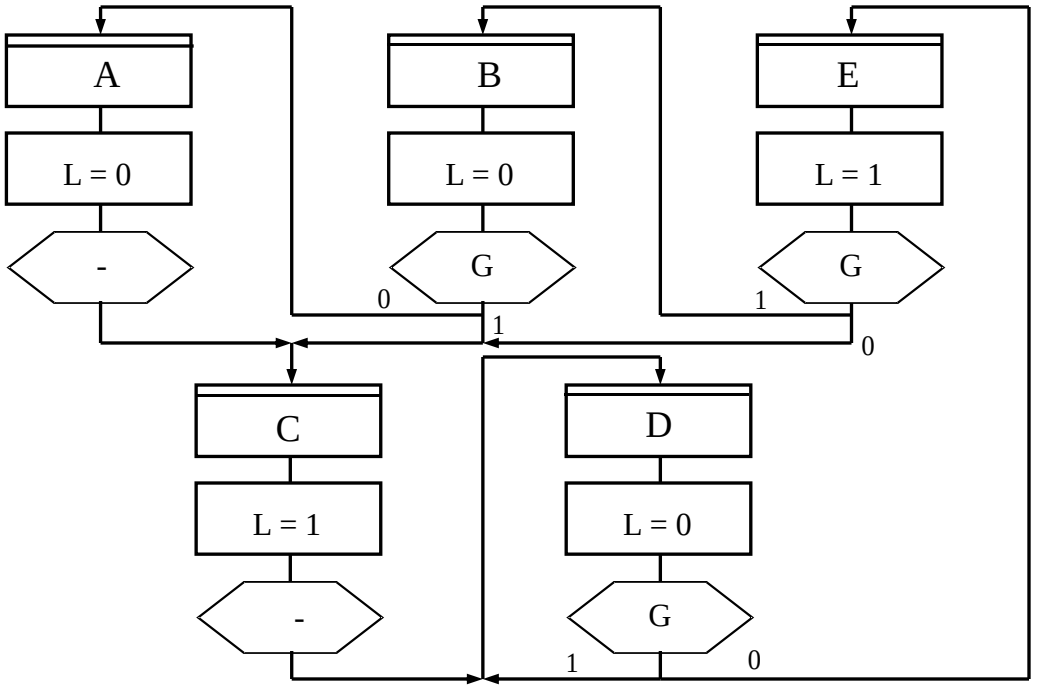
- die Ablauftabelle vervollständigen:
  der Übergang von A ⇒ C entspricht dem Übergang von R ⇒ Z

Aufgabe F2

F2.3

S^n	X	S^{n+1}	Y
R	-	Z	0
U	0	R	
	1	Z	
W	0		
	1	W	
Z	-		
T	0		
	1		

Diagramm	Tabelle
A	R
B	U
C	Z
D	W
E	T
G	X
L	Y



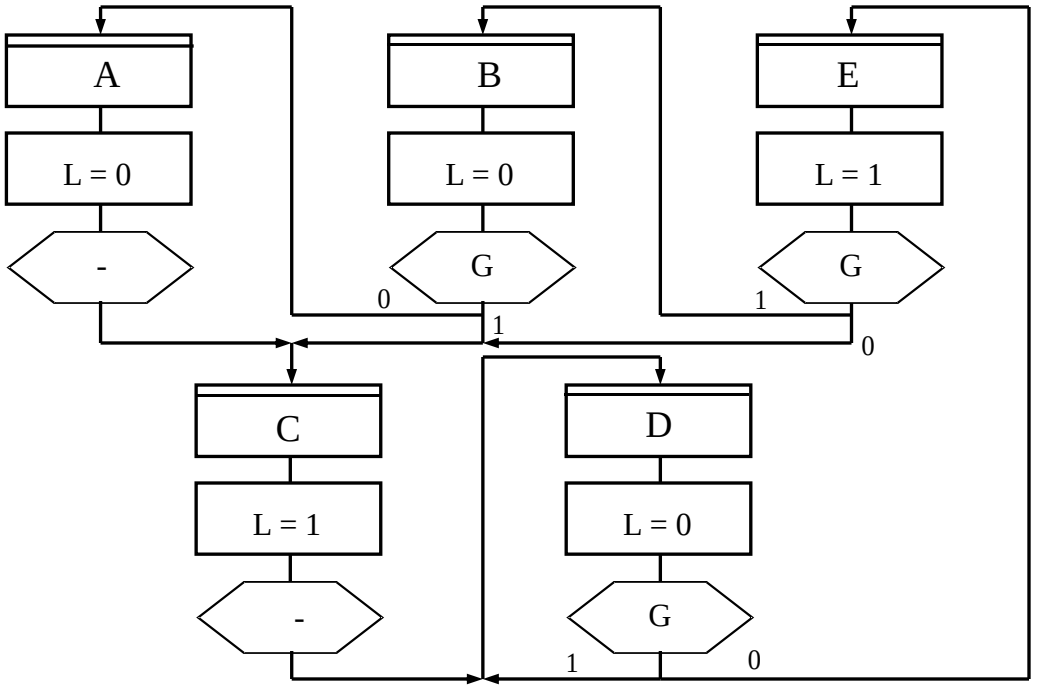
- die Ablauftabelle vervollständigen:
  der Übergang von B ⇒ A mit G = 0 entspricht dem Übergang von U ⇒ R

Aufgabe F2

F2.3

S^n	X	S^{n+1}	Y
R	-	Z	0
U	0	R	0
	1	Z	
W	0		
	1	W	
Z	-		
T	0		
	1		

Diagramm	Tabelle
A	R
B	U
C	Z
D	W
E	T
G	X
L	Y



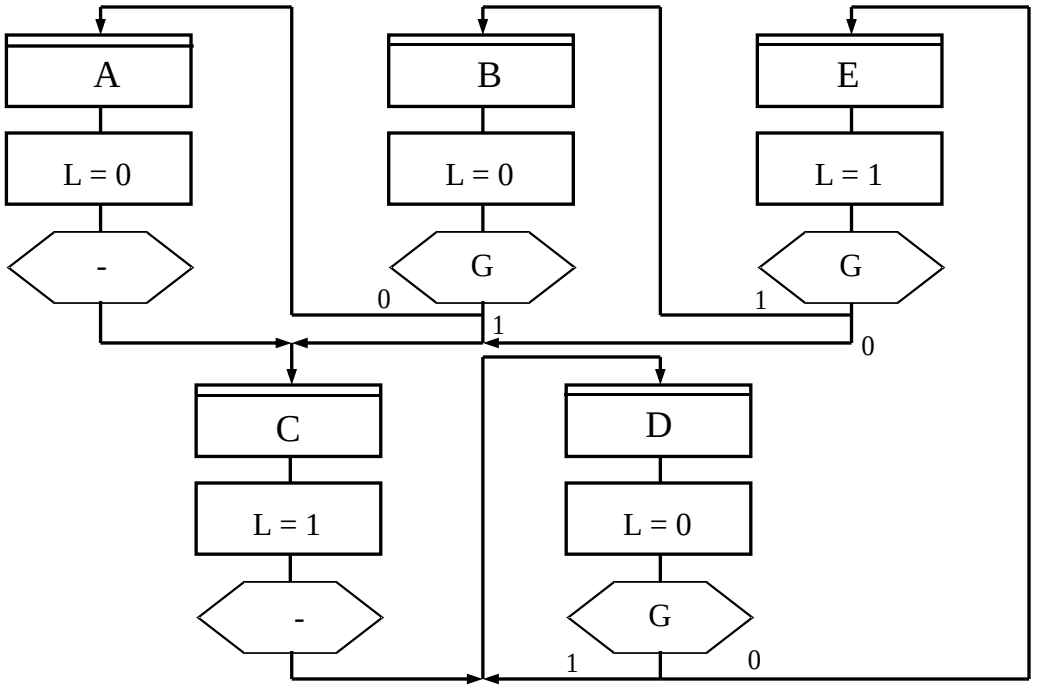
- die Ablauftabelle vervollständigen:
  der Zustand B erzeugt die Ausgabe L = 0

Aufgabe F2

F2.3

S^n	X	S^{n+1}	Y
R	-	Z	0
U	0	R	0
	1	Z	
W	0	T	
	1	W	
Z	-		
T	0		
	1		

Diagramm	Tabelle
A	R
B	U
C	Z
D	W
E	T
G	X
L	Y



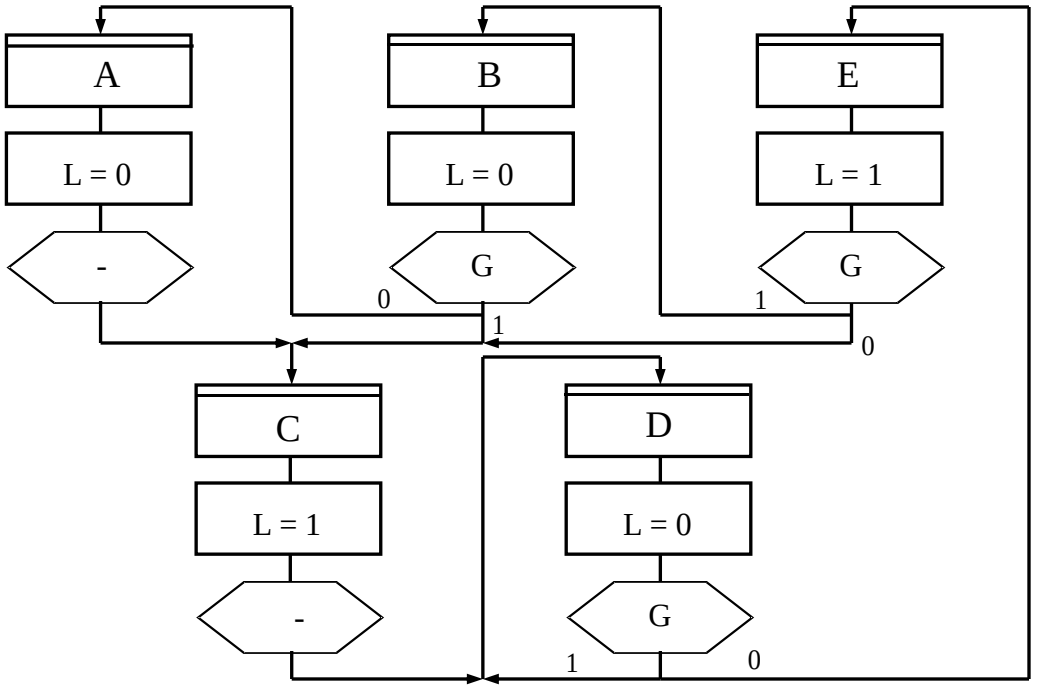
- die Ablauftabelle vervollständigen:
  der Übergang von D ⇒ E entspricht dem Übergang von W ⇒ T

Aufgabe F2

F2.3

S^n	X	S^{n+1}	Y
R	-	Z	0
U	0	R	0
	1	Z	
W	0	T	0
	1	W	
Z	-		
T	0		
	1		

Diagramm	Tabelle
A	R
B	U
C	Z
D	W
E	T
G	X
L	Y



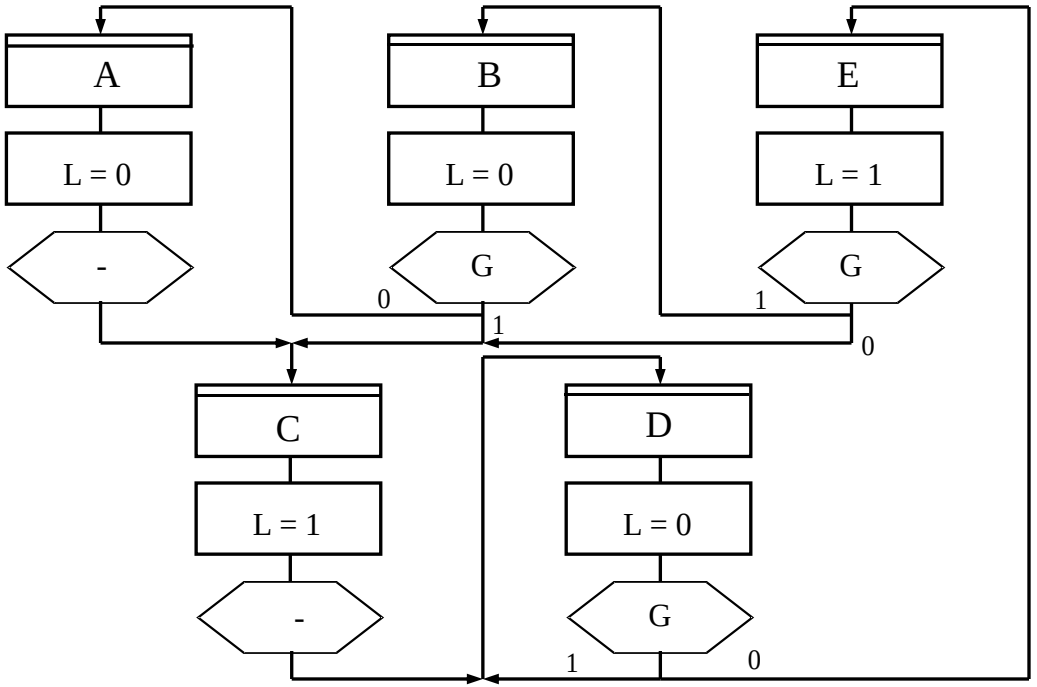
- die Ablauftabelle vervollständigen:
  der Zustand D erzeugt die Ausgabe L = 0

Aufgabe F2

F2.3

S^n	X	S^{n+1}	Y
R	-	Z	0
U	0	R	0
	1	Z	
W	0	T	0
	1	W	
Z	-	W	
T	0		
	1		

Diagramm	Tabelle
A	R
B	U
C	Z
D	W
E	T
G	X
L	Y



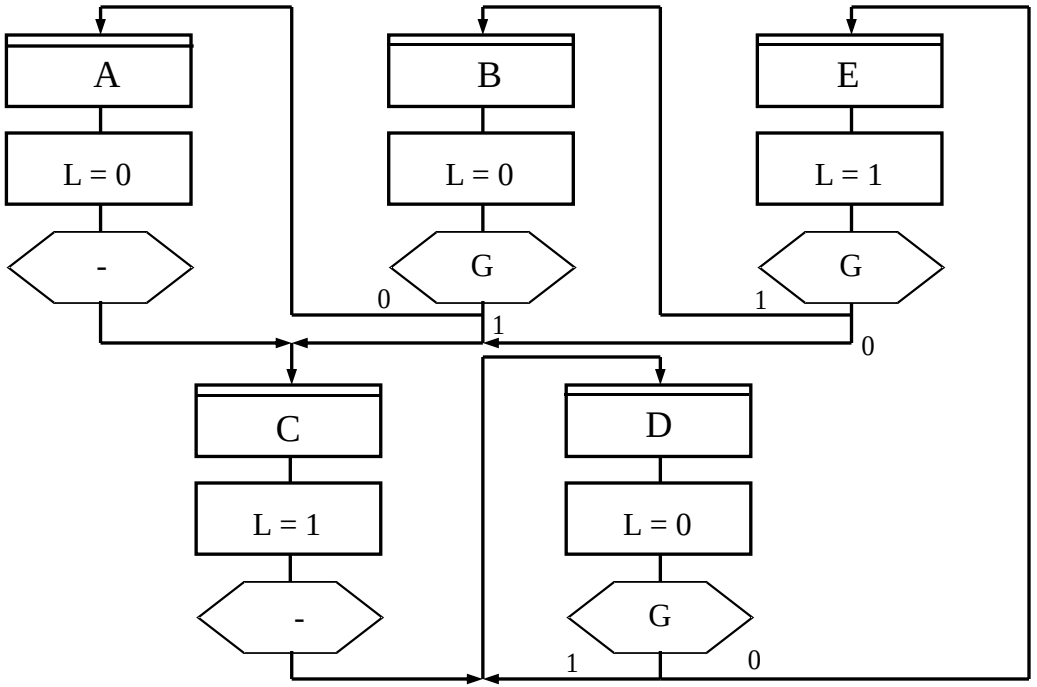
- die Ablauftabelle vervollständigen:
  der Übergang von C ⇒ D entspricht dem Übergang von Z ⇒ W

Aufgabe F2

F2.3

S^n	X	S^{n+1}	Y
R	-	Z	0
U	0	R	0
	1	Z	
W	0	T	0
	1	W	
Z	-	W	1
T	0		
	1		

Diagramm	Tabelle
A	R
B	U
C	Z
D	W
E	T
G	X
L	Y



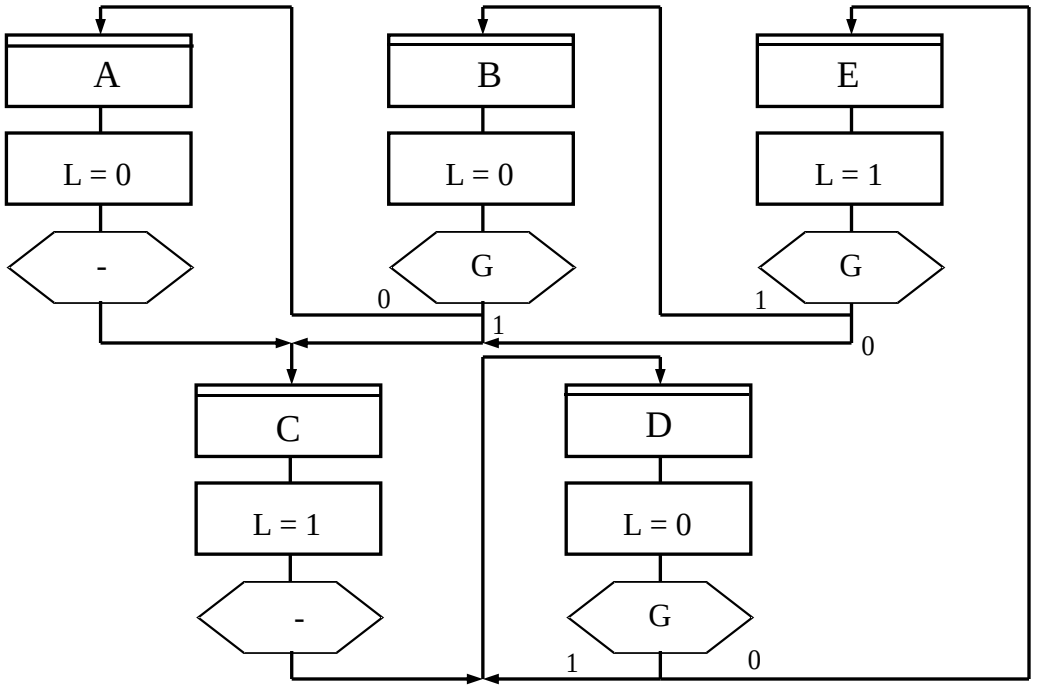
- die Ablauftabelle vervollständigen:
  der Zustand C erzeugt die Ausgabe L = 1

Aufgabe F2

F2.3

S^n	X	S^{n+1}	Y
R	-	Z	0
U	0	R	0
	1	Z	
W	0	T	0
	1	W	
Z	-	W	1
T	0	Z	
	1		

Diagramm	Tabelle
A	R
B	U
C	Z
D	W
E	T
G	X
L	Y



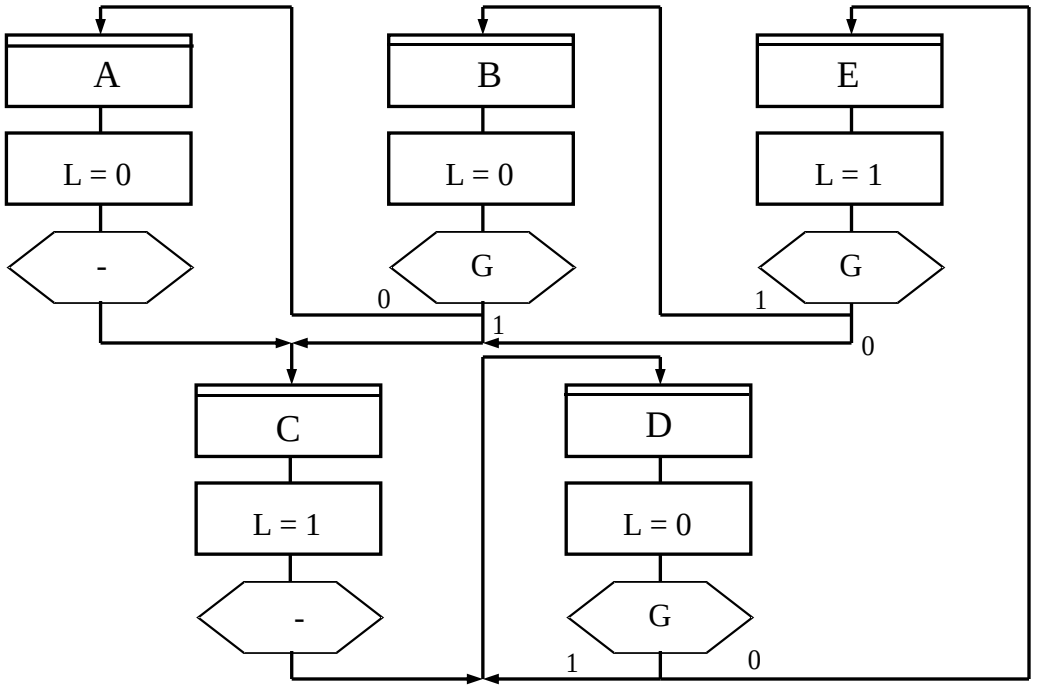
- die Ablauftabelle vervollständigen:
  der Übergang von E ⇒ C mit G = 0 entspricht dem Übergang von T ⇒ Z

Aufgabe F2

F2.3

S^n	X	S^{n+1}	Y
R	-	Z	0
U	0	R	0
	1	Z	
W	0	T	0
	1	W	
Z	-	W	1
T	0	Z	
	1	U	

Diagramm	Tabelle
A	R
B	U
C	Z
D	W
E	T
G	X
L	Y



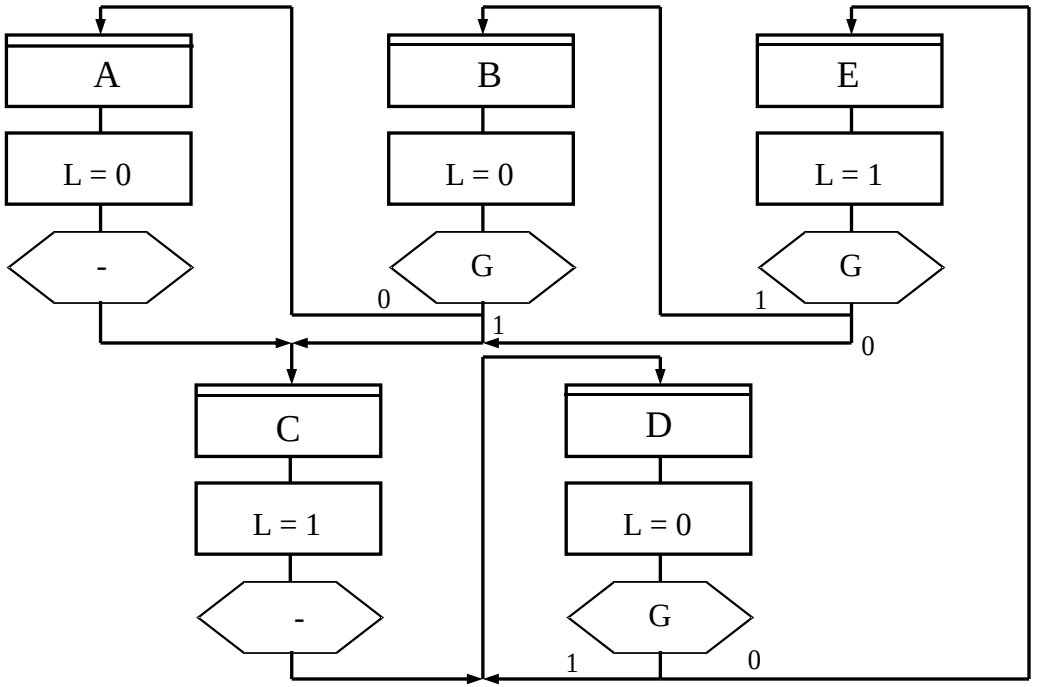
- die Ablauftabelle vervollständigen:
  der Übergang von E ⇒ B mit G = 1 entspricht dem Übergang von T ⇒ U

Aufgabe F2

F2.3

S^n	X	S^{n+1}	Y
R	-	Z	0
U	0	R	0
	1	Z	
W	0	T	0
	1	W	
Z	-	W	1
T	0	Z	1
	1	U	

Diagramm	Tabelle
A	R
B	U
C	Z
D	W
E	T
G	X
L	Y



- die Ablauftabelle vervollständigen:
  der Zustand E erzeugt die Ausgabe L = 1