Prof. Dr.-Ing. J. Becker

Digitaltechnik

2. Tutorium - Lösung

Institut für Technik der Informationsverarbeitung, Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

1. Aufgabe: Shannon-Fanø-Codierung

1.1 Damit die Mobilfunkkosten und der Speicherbedarf der Datenbank möglichst gering sind, sollen die verschiedenen Aktivitäten optimal mit einem Shannon-FanØ-Code codiert werden. Bestimmen Sie eine Shannon-FanØ-Codierung.

Partitionierungskonvention:

- *Sortieren Sie die Elemente zu Beginn entsprechend den Auftrittshäufigkeiten **aufsteigend von links nach rechts**. Falls unterschiedliche Knoten dieselbe Auftrittshäufigkeiten haben, sortieren Sie diese alphabetisch von links nach rechts.*
- *Teilen Sie eine Menge immer so auf, dass die Differenz zwischen den Summen der Auftritts-häufigen der Teilmengen minimiert wird.*
- *Verändern Sie die Reihenfolge der Sortierung/Ordnung während der Anwendung des Verfah-rens nicht.*
- *Weisen Sie den linken Ästen des entstehenden Baumes die „0“ zu, den rechten Ästen die „1“.*

<table>
<tr><td>a
6%
0</td><td>a+b
=</td><td colspan="2">b
8%
1</td><td colspan="2">c
11%
1</td><td colspan="2">d
15%
1</td><td colspan="2">e
29%
0</td><td>e+f
=</td><td>f
31%
1</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td colspan="2">14%
0</td><td colspan="2">a+b+c
=</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td rowspan="3">60%
1</td><td rowspan="4"></td></tr>
<tr><td colspan="3" rowspan="3"></td><td colspan="2">25%
0</td><td colspan="2">a+b+c+d
=</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2"></td><td colspan="2">40%
0</td><td colspan="3">Gesamt=
a+b+c+d+e+f
=</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td colspan="3">100%</td><td></td></tr>
</table>

Bei der Lösung wurde eine möglichst „faire“ Partitionierung gewählt, die möglichst gleichgroße Partitionen wählt

1.2 Wie groß ist Ihre mittlere Codewortlänge?

$m = 0{,}14 * 4 + 0{,}11 * 3 + 0{,}75 * 2 = 2{,}39$

© ITIV

1.3 Anhand welcher informationstechnischer Eigenschaft der Datenquelle können Sie die mittlere Codewortlänge Ihres Codes bewerten? Nennen Sie die Eigenschaft und geben Sie die entsprechende Formel zur Berechnung an.

Entropie der Quelle bzw. durchschnittlicher Informationsgehalt des Zeichenvorrats

$H = \sum\{ p(x_i) * ld(1/p(x_i)) \}$

(Anmerkung: Für diesen Code ist $H \approx 2{,}3376$)

1.4 Die Mobilfunkübertragung soll über GPRS erfolgen, wobei der Preis pro übertragenen 10 KiByte 0,1 € beträgt. Der Sensor überträgt jede Sekunde einen Wert für die Aktivität. Geben Sie eine Formel an zur Berechnung der mittleren Übertragungskosten pro Tag und Patient.

Kosten = (m * 60 * 60 * 24) / (1024 * 8 * 10) * 0,1 €

(Wären hier 0,25 € pro Tag und Patient)

3. Aufgabe: Huffman-Codierung

3.1 Um das Messprotokoll möglichst speichereffizient aufzeichnen zu können, soll eine Huffman-Codierung der Reaktortemperatur zum Einsatz kommen. Dazu werden die Auftrittswahrscheinlichkeiten der einzelnen Temperaturbereiche aus dem erwarteten Prozessverlauf ermittelt. Geben Sie eine mögliche Huffman-Codierung der Reaktortemperatur an.

Partitionierungskonvention:.

- *Sortieren Sie die Elemente zu Beginn entsprechend den Auftrittshäufigkeiten **aufsteigend von links nach rechts**. Falls unterschiedliche Knoten dieselbe Auftrittshäufigkeiten haben, sortieren Sie diese bitte alphabetisch von links nach rechts. Gehen Sie bei jedem nötigen Sortierschritt nach diesem Schema vor.*
- *Weisen Sie den linken Ästen des entstehenden Baumes die „0“ zu, den rechten Ästen die „1“*

<table>
<tr><td>g
1%
0</td><td>g+a
=</td><td>a
3%
1</td><td></td><td>f
10%
1</td><td></td><td>d
12%
0</td><td>d+b
=</td><td>b
13%
1</td><td></td><td>e
28%
0</td><td>e+c
=</td><td>c
33%
1</td></tr>
<tr><td rowspan="4"></td><td>4%
0</td><td>g+a+f
=</td><td colspan="3" rowspan="2">g+a+f+d+b
=</td><td rowspan="2">25%
1</td><td colspan="3" rowspan="2"></td><td rowspan="3">61%
1</td><td rowspan="4"></td></tr>
<tr><td rowspan="3"></td><td>14%
0</td></tr>
<tr><td rowspan="2"></td><td colspan="3">39%
0</td><td colspan="4">Gesamt=g+a+f+d+b+e+c
=</td></tr>
<tr><td colspan="3"></td><td colspan="4">100%</td><td></td></tr>
</table>

a	0001
b	011
c	11
d	010
e	10
f	001
g	0000

3.2 Wie groß ist die mittlere Codewortlänge Ihres Huffman-Codes?

m = 0,04 * 4 + 0,35 * 3 + 0,61 * 2 = 0,16 + 1,05 + 1,22 = 2,43

3.3 Welche Größe ziehen Sie als Vergleichsmaßstab heran, wenn Sie bewerten möchten, wie effizient Ihr Huffman-Code ist? (Bezeichnung, Begründung und Formel)

Entropie der Quelle bzw. durchschnittlicher Informationsgehalt des Zeichenvorrats

$H = \sum\{ p(x_i) * ld(1/p(x_i)) \}$

(Anmerkung: Für diesen Code ist $H \approx 2{,}34$)

3. Aufgabe: Blocksicherung und Scrambling

Für die Datenübertragung soll eine Blocksicherung verwendet werden. Damit auch Burstfehler erkennbar sind soll zusätzlich Scrambling eingesetzt werden.

Ein Datenwort hat dabei immer eine Länge von 8 Bit.

3.1 Berechnen Sie wie viele Nutzdaten in einem Block übertragen werden müssen, wenn durch das Scrambling Burstfehler der Länge 4 erkennbar sein sollen.

Burstfehler der Länge 4 => 4 Zeilen durch das Scrambling vorgegeben

Blocksicherung bedeutet dass eine Zeile eine Prüfwort ist.

Daraus ergeben sich 3 Zeilen Nutzdaten je 8 Bit => 24 Bit Nutzdaten

3.2 Berechnen Sie den Overhead der durch die Blocksicherung entsteht. Verwenden Sie die in Aufgabe 3.1 berechnete Blockgröße.

3 Zeilen Nutzdaten =24 Bit

Je ein Paritätsbit pro Spalte => Prüfwort 8 Bit (4.Zeile)

Je ein Paritätsbit pro Zeile => Prüfspalte: 4 Bit

=> 24 Bit Nutzdaten und 12 Bit Parität

Overhead = Bits für Sicherung / Nutzdatenbits = 12/24 = 50%

Sie haben nun folgenden Datenstrom empfangen:

1101100001011110011010001000111001001111001110100100100010011100

Dieser Datenstrom wurde mit einer Blocksicherung und Scrambling gegen Fehler gesichert.

3.3 Rekonstruieren Sie die gesendeten Datenwörter unter der Annahme, dass ein Datenwort 8 Bit lang ist.

Länge des Datenstroms: 63 Bit

Länge einer Zeile: 8 Bit Daten + 1 Bit Parität = 9 Bit

Anzahl Zeilen: 63 / 9 = 7 => 6 Bit Daten + 1 Bit Parität pro Spalte

Aufteilung des Datenstroms:

110110 0 001011 1 100110 1 000100 0 111001 0 011110 0 111010 0 100100 0 101110 0

In Spaltenschreibweise ergibt dies: Die Paritätsbits sind Grau hinterlegt.

1	0	1	0	1	0	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	0	0
0	**1**	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**	1
1	0	1	1	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	1	1	0	1
0	1	0	0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0

3.4 Welche Länge an Burstfehler lassen sich mit der verwendeten Blockgröße in Verbindung mit dem Scrambling maximal erkennen?

7 Zeilen ergibt eine maximale Länge eines Burstfehlers von 7 Bit.

3.5 In dem übertragenen Datenstrom befindet sich 1 Fehler. Beheben Sie diesen indem Sie die fehlerhafte Zeile und die fehlerhafte Spalte angeben. Markieren Sie das fehlerhafte Datenwort und geben Sie das korrigierte Datenwort an. Für die Blocksicherung wurde eine gerade Parität verwendet.

Anzahl 1en in Zeile 3: 5 => Fehlerhaft

Anzahl 1en in Spalte 4: 1 => Fehlerhaft

Das Fehlerhafte Datenwort (Fett in Aufgabe 3.3) lautet korrigiert: 01011110