Prof. Dr.-Ing. J. Becker

Digitaltechnik

6. Tutorium - Lösung

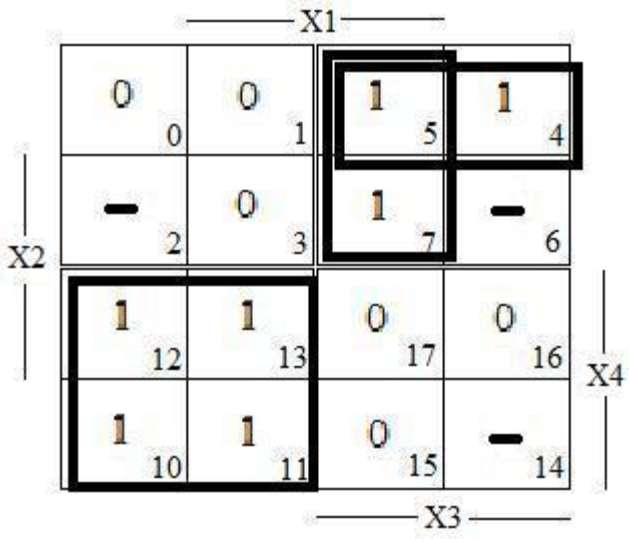
Institut für Technik der Informationsverarbeitung, Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

1. Aufgabe: Verfahren nach Nelson

Für eine unvollständig definierte Schaltfunktion ***F*** sei die Menge der Einstellungen (E) und die Menge der Freistellen in oktaler Indizierung wie folgt gegeben. Mit Hilfe des Nelson-Verfahrens sollen nun alle Primimplikate der Funktion ermittelt werden.

E = {4, 5, 7, 10, 11, 12, 13}
F = {2, 6, 14}

1.1 Tragen Sie hierzu zunächst die Eins-, Null- und Freistellen in folgendes Symmetrie-diagramm ein:



1.2 Bilden Sie nun die Einsblocküberdeckung τ_1 der Funktion ***F***, ohne dass Sie die Freistellen hierzu nutzen.

$\tau_1 = \{(0\ ,\ 1\ ,\ 0\ ,\ -\ ),(0\ ,\ 1\ ,\ -\ ,\ 1\ ),(\ 1\ ,\ 0\ ,\ -\ ,\ -\ )\}$; Anordnung: (X4, X3, X2, X1)

1.3 Bilden Sie nun die Nullvervollständigung f^N.

$f^N = (\ \neg X_4 \cdot X_3 \cdot \neg X_2\ ) \vee (\neg X_4 \cdot X_3 \cdot X_1\ ) \vee (\ X_4 \cdot \neg X_3)$

1.4 Distribuieren Sie nun schrittweise den in Teil 1.3 gefundenen Ausdruck aus. Formen Sie dabei geeignet und streichen Sie alle redundanten Terme bzw. Termanteile.

© ITIV

$(\neg X_4 \cdot X_3 \cdot \neg X_2) + (\neg X_4 \cdot X_3 \cdot X_1) + (X_4 \cdot \neg X_3)$

$= (\neg X_4 \cdot X_3 \cdot \neg X_2) + [\cancel{(\neg X_4 + X_4)} \cdot (\neg X_4 + \neg X_3) \cdot (X_4 + X_3) \cdot \cancel{(\neg X_3 + X_3)} \cdot (X_4 + X_1) \cdot (\neg X_3 + X_1)]$ $= (\neg X_4 \cancel{+ \neg X_4} + \neg X_3) \cdot \cancel{(\neg X_4 + X_4 + X_3)} \cdot \cancel{(\neg X_4 + X_4 + X_1)} \cdot (\neg X_4 + \neg X_3 + X_1)$

$\cdot \cancel{(\neg X_4 + \neg X_3 + X_3)} \cdot (X_4 \cancel{+ X_3} + X_3) \cdot (X_4 + X_3 + X_1) \cdot \cancel{(\neg X_3 + X_3 + X_1)}$

$\cdot (\neg X_4 + \neg X_3 + \neg X_2) \cdot (X_4 + X_3 + \neg X_2) \cdot (X_4 + \neg X_2 + X_1) \cdot (\neg X_3 + \neg X_2 + X_1)$ | redundante Terme streichen

$= (\neg X_4 + \neg X_3) \cdot \cancel{(\neg X_4 + \neg X_3 + X_1)} \cdot (X_4 + X_3) \cdot \cancel{(X_4 + X_3 + X_1)} \cdot \cancel{(\neg X_4 + \neg X_3 + \neg X_2)}$

$\cdot \cancel{(X_4 + X_3 + \neg X_2)} \cdot (X_4 + \neg X_2 + X_1) \cdot (\neg X_3 + \neg X_2 + X_1)$ | Absorbtionsregel

$= (\neg X_4 + \neg X_3) \cdot (X_4 + X_3) \cdot \cancel{(X_4 + \neg X_2 + X_1)} \cdot (\neg X_3 + \neg X_2 + X_1)$ | nur don't cares überdeckt

$= (\neg X_4 + \neg X_3) \cdot (X_4 + X_3) \cdot \cancel{(\neg X_3 + \neg X_2 + X_1)}$ | Term bereits vollständig von $(\neg X_4 + \neg X_3)$ überdeckt

2. Aufgabe: Petrickausdruck

Gegeben Sei die folgende Überdeckungstabelle.

Term	***Block***	***Einsstellen***							***Präsenz-variable***
		1	2	5	6	10	11	15	
$\bar{b} + a$	- - 0 1	x		x			x	x	p_1
$\bar{c} + \bar{a}$	- 0 - 0		x			x			p_2
$\bar{d} + b + \bar{a}$	0 - 1 0		x		x				p_3
$\bar{d} + a$	0 - - 1	x		x					p_4
$d + \bar{c} + \bar{b}$	1 0 0 -					x	x		p_5

Geben Sie den Petrickausdruck an und vereinfachen Sie ihn mit Hilfe der bekannten Rechenregeln der boolschen Algebra.

PA $= (p_1 \vee p_4) \,\&\, (p_2 \vee p_3) \,\&\, \cancel{(p_1 \vee p_4)} \,\&\, p_3 \,\&\, (p_2 \vee p_5) \,\&\, (p_1 \vee p_5) \,\&\, p_1$ | Term doppelt vorhanden

$= (p_1 \vee p_1p_4 \vee p_1p_5 \vee p_4p_5) \,\&\, (p_2 \vee p_2p_3 \vee p_2p_5 \vee p_3p_5) \,\&\, p_1 \,\&\, p_3$

$= (p_1 \vee p_4p_5) \,\&\, (p_2 \vee p_3p_5) \,\&\, p_1 \,\&\, p_3$

$= (p_1p_2 \vee p_1p_3p_5 \vee p_2p_4p_5 \vee p_3p_4p_5) \,\&\, p_1 \,\&\, p_3$

$= p_1p_2p_3 \vee p_1p_3p_5 \vee p_1p_2p_3p_4p_5 \vee p_1p_3p_4p_5 = p_1p_2p_3 \vee p_1p_3p_5$

Zweite (kürzere) Lösungsvariante:

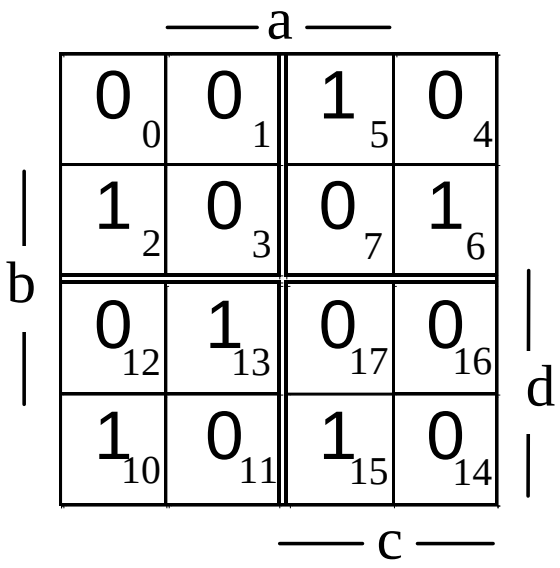
PA $= (p_1 \vee p_4) \,\&\, (p_2 \vee p_3) \,\&\, \cancel{(p_1 \vee p_4)} \,\&\, p_3 \,\&\, (p_2 \vee p_5) \,\&\, (p_1 \vee p_5) \,\&\, p_1$ | Term doppelt vorhanden

$= \cancel{(p_1 \vee p_4)} \,\&\, \cancel{(p_2 \vee p_3)} \,\&\, p_3 \,\&\, (p_2 \vee p_5) \,\&\, \cancel{(p_1 \vee p_5)} \,\&\, p_1$ | jeweils Anwendung von R11a

$= p_1p_2p_3 \vee p_1p_3p_5$

3. Aufgabe: Verfahren nach Petrick

Gegeben sei folgendes Symmetriediagramm der Schaltfunktion ***G***.



3.1 Das Nelson-Verfahren lieferte dabei die in der folgenden Tabelle bereits eingetragenen Terme. Vervollständigen Sie nun die folgende Überdeckungstabelle. Bilden Sie die Kostenfunktionswerte für die Primterme, indem Sie die Variablen ***a*** und ***c*** mit „**1**“ die Variablen ***b*** mit „**2**“ und ***d*** mit „4“ bewerten.

Präsenz-variable		Nullstellen (oktale Indizes)										Kosten
		0	1	3	4	7	11	12	14	16	17	
p_1	a + b + d	x			x							7
p_2	b + c + d	x	x									7
p_3	¬a + c + d		x	x								6
p_4	¬a + ¬b + d			x		x						7
p_5	¬a + ¬b + ¬c					x					x	4
p_6	¬b + ¬c + ¬d									x	x	7
p_7	a + ¬b + ¬d							x		x		7
p_8	a + ¬c + ¬d								x	x		6
p_9	a + b + ¬c				x				x			4
p_{10}	¬a + b + c		x				x					4

3.2 Ermitteln Sie nun die Kernimplikate aus Tabelle 1. Markieren Sie die Kernimplikate durch einen Kreis. Streichen Sie alle Zeilen, die von den ermittelten Kernimplikaten bereits vollständig überdeckt werden.

Die folgende Tabelle beschreibt die Schaltfunktion ***G'*** und ist von der vorherigen Aufgabe unabhängig.

Präsenz-variable		Nullstellen (oktale Indizes)						Kosten
		0	3	10	13	14	17	
p_1	a + c + d	X						4
p_2	¬b + c + d		X					5
p_3	¬a + ¬b + c		X		X			4
p_4	¬a + ¬b + ¬d				X		X	5
p_5	¬a + ¬c + ¬d						X	4
p_6	b + ¬c + ¬d					X		5
p_7	a + b + ¬d			X		X		5
p_8	a + b + c	X		X				4

1. Schritt: p_1, p_2, p_6 streichen (Zeilendominanz), p_5 wird dominiert ist aber **NICHT** streichbar wg. Kosten
2. Schritt: p_8, p_7, p_3 sind jetzt Kerne → Spalte 10 und 13 mitüberdeckt
3. Schritt: Überdeckung von Spalte 17 mit kostengünstigstem Term → p_5 auswählen, p_4 streichen

3.3 Nutzen Sie nun die Zeilendominanzen um redundante Zeilen zu streichen und somit eine kostenminimale Realisierung der Schaltfunktion ***G'*** zu erhalten. Streichen Sie dazu zuerst alle dominierten Zeilen und danach erst die durch die dominierenden Zeilen überdeckten Maxterme. Welche Kosten entstehen bei der von Ihnen ermittelten Realisierung? Geben Sie die somit benötigten Präsenzvariablen p_n und die zugehörige KMF an.

benötigte Präsenzvariablen: p_3, p_5, p_7, p_8

Kosten der Realisierung: 1*5 + 3*4 = 17

zugehörige KMF: (c + ¬b + ¬a) · (¬d + ¬c + ¬a) · (¬d + b + a) · (c + b + a)

4. Aufgabe: Automaten

Zur Vermeidung von Störungen durch klatschende Hörsaaltüren nachzügelnder Studenten während der Vorlesung sollen nun an allen Hörsaalgängen automatische Schiebetüren eingebaut werden. Entwerfen Sie dazu einen Automaten, der folgende Funktionen erfüllt:

Außen und innen an der Schiebetür befindet sich je ein Bewegungsmelder, der bei Annähern einer Person das Öffnungssignal (PIA = 1) erzeugt. Danach soll sich die Tür ganz öffnen (MO = 1, ÖS = 0) bis der Endschalter TO = 1 meldet. Die Tür bleibt dann solange offen bis das Signal PIA erloschen ist (PIA = 0) und fährt dann automatisch zu (MO = 1, ÖS = 1). Dabei ist allerdings zu prüfen, ob der Türzwischenraum frei ist, d.h. keine Person sich dazwischen aufhält (PZ = 0). Im Falle von PZ = 1 (Person im Zwischenraum) oder einer erneuten Annäherung einer Person (PIA = 1) soll die Tür sofort wieder komplett geöffnet werden. Ansonsten wird sie vollständig geschlossen bis der Endschalter TG = 1 signalisiert.

Eingabevariablen:

PIA	0	keine Person innen oder außen vor der Tür
	1	mindestens eine Person innen oder außen
PZ	0	Zwischenraum der Tür frei
	1	Person im Zwischenraum der Tür
TO	0	Tür nicht ganz offen
	1	Tür ganz geöffnet, Endschalter betätigt
TG	0	Tür nicht ganz geschlossen
	1	Tür ganz geschlossen, Endschalter betätigt

Ausgabevariablen:

ÖS	0	Tür wird geöffnet
	1	Tür wird geschlossen
MO	0	Motor aus, Tür nicht in Bewegung
	1	Motor an, Tür kann geöffnet oder geschlossen werden

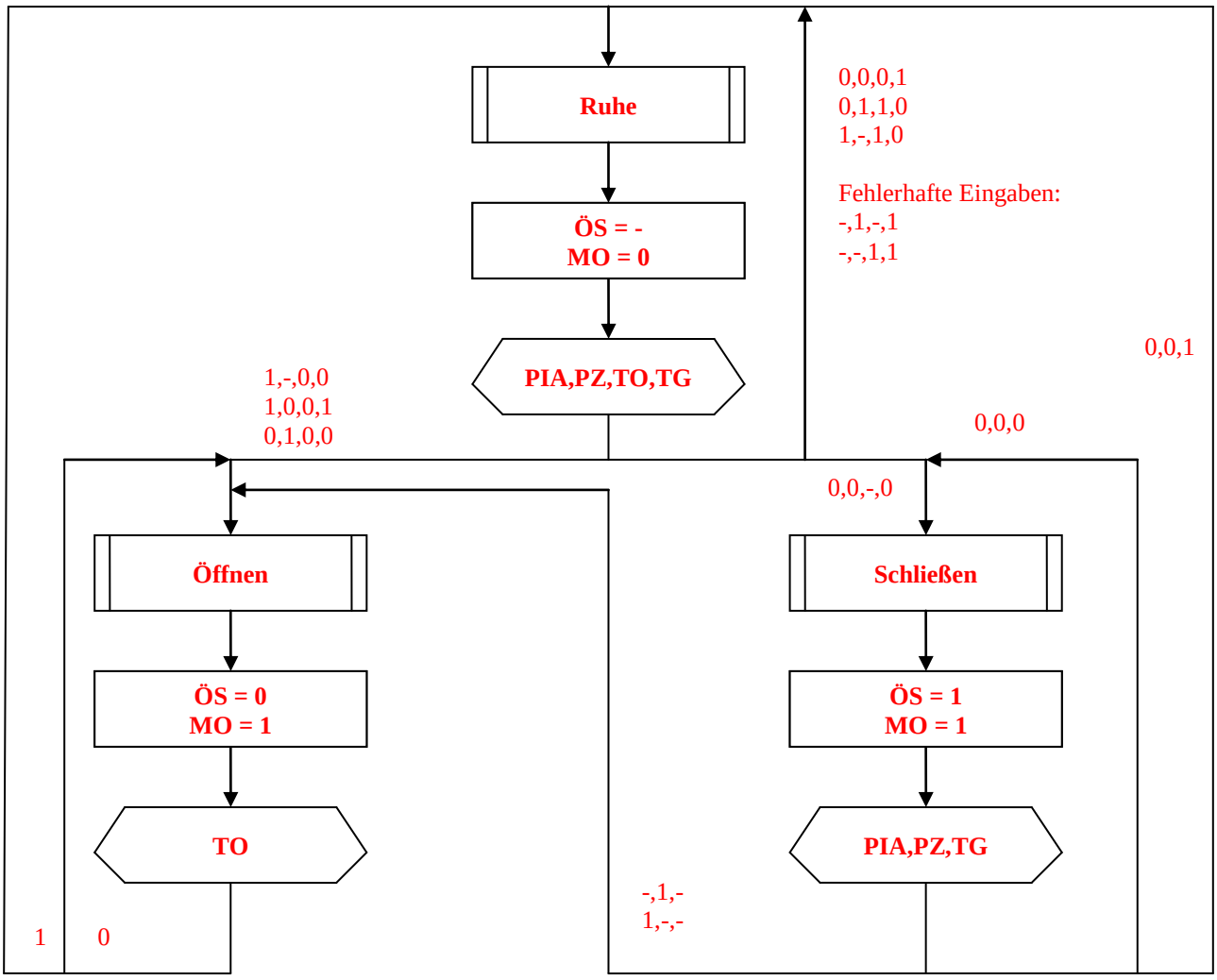
Zustände:

RUHE, ÖFFNEN und SCHLIESSEN

Hilfestellungen:

Benutzen Sie zum Entwerfen des Automaten das vorgegebene Diagramm auf der nächsten Seite. Im Falle einer fehlerhaften Eingabe (zum Beispiel durch einen Defekt der Sensoren) soll der Automat in den Ruhezustand zurückkehren. Diese fehlerhaften Eingaben sind:

- „Person im Zwischenraum der Tür“ UND „Tür ganz geschlossen, Endschalter betätigt“
- „Tür ganz geöffnet, Endschalter betätigt“ UND „Tür ganz geschlossen, Endschalter

betätigt“

Als ersten Anhaltspunkt wurden bereits einige Eingabe- und Ausgabeparameter eingetragen sowie eine Zuordnung der drei Zustände vorgenommen. Vervollständigen Sie nun das Diagramm in diesem Sinne!