

## 3 Tutorium Digitaltechnik

### 3.1 Zahlencodierung:

- **BCD**

Im BCD-System entsprechen die Binärcodes von 0 bis 9 den Ziffern des Dezimalsystems (0 bis 9). Deshalb gibt es sogenannte Pseudotetraden (Binärcodes für 10 bis 15) die "keine" Bedeutung haben. Möchte man eine Zahl in BCD umwandeln, wandelt man Sie zunächst in Dezimalzahl um und kodiert die Ziffern, dann entsprechend der folgenden Tabelle

Dezimal	BCD
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
...	Pseudotetrade
15	Pseudotetrade

- **Polyadische Zahlensysteme**

Polyadische Zahlensysteme geben den Ziffern abhängig von ihrer Stellung in einer Zahl einen Wert. Die Stellenwerte entsprechen den Potenzen der Basis des jeweiligen polyadischen Zahlensystems.

Beispiele:

$$1689_{10} = 1 * 10^3 + 6 * 10^2 + 8 * 10^1 + 9 * 10^0$$

$$41_{12} = 4 * 12^1 + 1 * 12^0 = 49_{10}$$

Um aus dem Dezimalsystem in ein Zahlensystem mit anderer Basis zu kommen, führt man solange eine Division mit der Basiszahl mit Rest durch, bis der Quotient Null ist. Das Ergebnis also nur noch aus einem Rest besteht. Die Zahl im gesuchten Zahlensystem erhält man nun durch ablesen der Reste. VON UNTEN NACH OBEN!

Bsp.  $11_D$  in Binär:

$$11 : 2 = 5 \text{ Rest } 1$$

$$5 : 2 = 2 \text{ Rest } 1$$

$$2 : 2 = 1 \text{ Rest } 0$$

$$1 : 2 = 0 \text{ Rest } 1$$

$$\rightarrow 11_{10} = 1011_2$$

- **Binär**

Polyadisches Zahlensysteme zur Basis 2.

Vier Stellen entsprechen einer Ziffer im Hex-Code.

Drei Stellen entsprechen einer Ziffer im Oktalcode.

- **Oktal**

Polyadisches Zahlensysteme zur Basis 8.

- **Hexadecimal**

Polyadisches Zahlensysteme zur Basis 16.

### 3.2 Mengen und Relationen:

Name	Definition	Beispiel
Reflexivität	$x\alpha x, \forall x \in M$	gleich, kleinergleich, Teilmenge von
Symmetrie	$x\alpha y \Rightarrow y\alpha x, \forall x, y \in M$	gleich, ungleich
Antisymmetrie	$x\alpha y \wedge y\alpha x \Rightarrow x = y, \forall x, y \in M$	kleiner-/größer-gleich, teilbar bei $x, y \in \mathbb{N}$
Transitivität	$x\alpha y \wedge y\alpha z \Rightarrow x\alpha z, \forall x, y, z \in M$	kleiner, größergleich, gleich, Teilmenge von

- Kardinalität: Anzahl der Elemente in einer Menge. Schreibweise  $|M|$ .
- Komplement: Menge die alle Elemente der Bezugsmenge enthält, die nicht in der angegebenen Teilmenge enthalten sind.  
Schreibweise  $C_{\text{Bezugsmenge}}(\text{Teilmenge})$

### 3.3 Rechnen in verschiedenen Zahlensystemen:

- **Addition in Binär**

Es gilt:

$0 + 0 = 0$  Übertrag:0

$0 + 1 = 1$  Übertrag:0

$1 + 0 = 1$  Übertrag:0

$1 + 1 = 0$  Übertrag:1

$1 + 1 + 1 = 1$  Übertrag:1

Bei der Binäraddition entspricht die Summe einer XOR-Verknüpfung der Eingangsbits und der Übertrag einem Logischen UND. Für Aufgaben bietet sich meist eine schriftliche Addition an.

- **Subtraktion in Binär**

1. Umwandeln in Binär
2. 2-er Komplement der abzuziehenden Zahl bestimmen (Bitweise invertieren und 1 addieren)
3. Binäre Addition durchführen (s.o.)
4. Entscheiden ob das Ergebnis positiv oder negativ ist. (Übertrag in eine "neue Stelle"  $\rightarrow$  negativ, kein Übertrag  $\rightarrow$  positiv)
5. Wenn das Ergebnis negativ ist muss man wieder das 2-er Komplement bestimmen, um das Endergebnis zu erhalten.

Die Subtraktion mithilfe des Komplements funktioniert analog in allen Polyadischen Zahlensystemen.

$$a = 527, b = 520.$$

$$527 - 520 = ? \text{ (wir erwarten 7 als Endergebnis)}$$

1) wir wandeln die beide zahlen zu Dualsystem um.

$$a = 1000001111$$

$$b = 1000001000$$

2) 2er-Komplement von b bilden

$$b = 1000001000 \quad (520)$$

$$-b = 0111110111 + 1 \quad (-520)$$

$$= 0111111000 \quad (-520)$$

3) a und minus (-b) binär addieren

$$\begin{array}{r|l}
 a = & 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \\
 -b = & 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \\
 \hline
 & 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 = 7
 \end{array}$$

Figure 1: Beispiel Binär-Subtraktion

- **Addition in BCD**

Grundsätzlich werden BCD-Zahlen genauso addiert, wie Binärzahlen. Allerdings muss bei der Addition von BCD Zahlen darauf geachtet werden, dass wenn man eine Pseudotetrade erhält zur Korrektur die Zahl 6 (0110) addiert werden muss. Sobald solch eine Korrektur durchzuführen ist muss eine Eins in den nächsten Block übertragen werden.

$$\begin{array}{r}
 9+7=? \\
 \begin{array}{r}
 1\ 0\ 0\ 1 \\
 0\ 1\ 1\ 1 \\
 \hline
 1\ 0\ 0\ 0\ 0 \\
 0\ 1\ 1\ 0 \\
 \hline
 1\ 0\ 1\ 1\ 0
 \end{array}
 \end{array}$$

= 10 falsch!

= 16 richtig!

Figure 2: Beispiel BCD-Addition

- Multiplikation in Binär: Entscheidend ist hier, dass eine Verschiebung um n-1 Stellen immer einer Multiplikation mit der Binärzahl, die an der n-ten Stelle eine 1 hat, entspricht.

Bsp.:

$$101 * 11 = 5_{10} * 3_{10}$$

---

+ 1010 (Verschiebung um 2-1=1)

+ 101 (Verschiebung um 1-1=0)

---


$$1111 = 15_{10}$$

### 3.4 Fließkommazahlen:

Darstellung von Dezimalzahlen mithilfe einer festgelegten Schreibweise in Binärcode. (IEEE-Standard).

Beispiel 8-Bit Fließkommazahl der Form [V EEE MMMM]:

$$Z_D = (-1)^V * 2^{E-3} * (1, M)]$$

Wert: 1 010 1010

$$Z = (-1)^1 * 2^{2-3} * (1, 0+2^{-1}+2^{-3}) = (-1) * 0,5 * (1, 0+0,5+0,125) = -0,8125$$