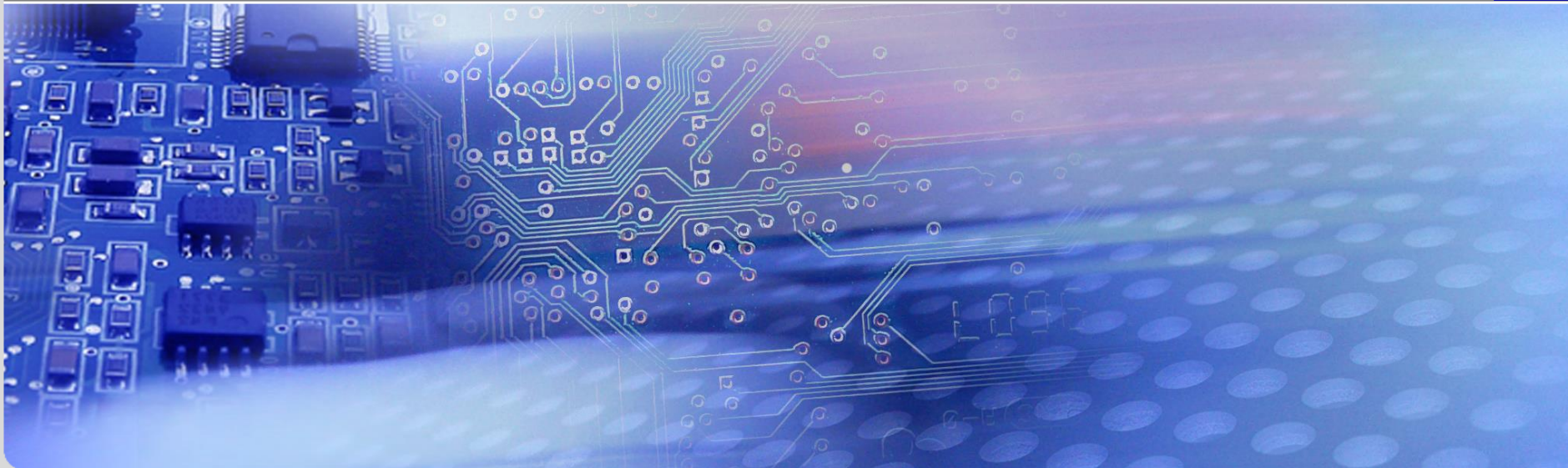


Digitaltechnik Tutorium 5

Institut für Technik der Informationsverarbeitung (ITIV)

ITIV

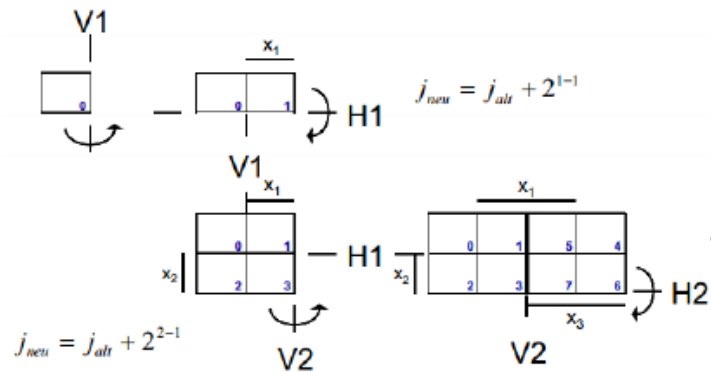


Schaltfunktionen

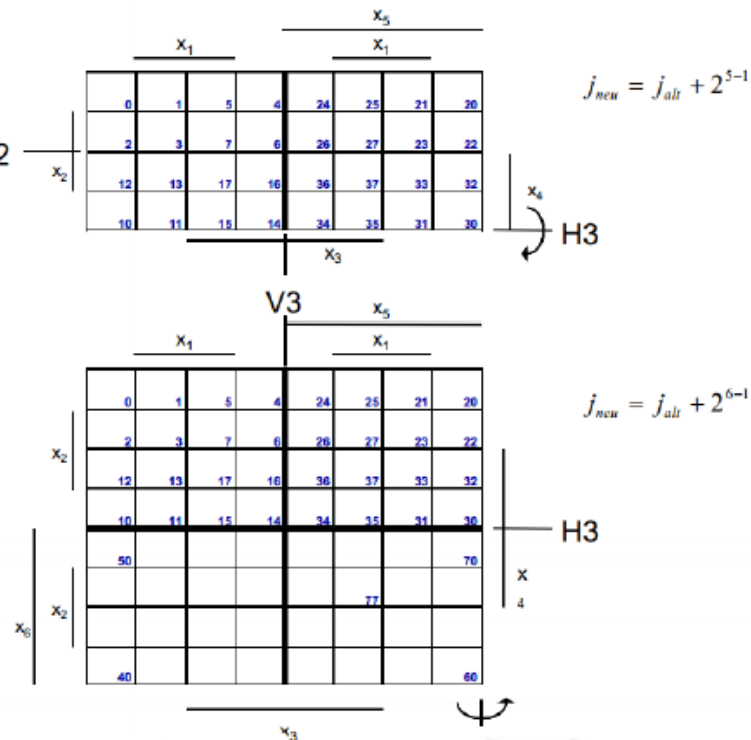
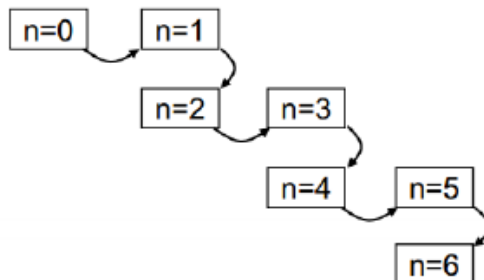
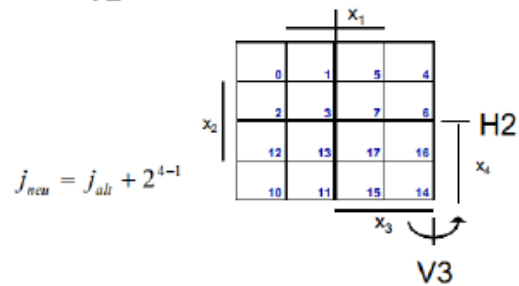
Ziffer	j_0	a_3	a_2	a_1	a_0	y
0	0	0	0	0	0	
1	1	0	0	0	1	
2	2	0	0	1	0	
3	3	0	0	1	1	
4	4	0	1	0	0	
5	5	0	1	0	1	
6	6	0	1	1	0	
7	7	0	1	1	1	
8	8	1	0	0	0	
9	9	1	0	0	1	
PT	10	1	0	1	0	-

- **Ziffer** ist wie gezählt werden soll hier: BCD
- **y** ist Ausgabe
- y kann jeweils 0,1 und – zugeordnet werden
- - ist „don't care“ → egal ob 0 oder 1 am Ausgang

Symmetrietabelle



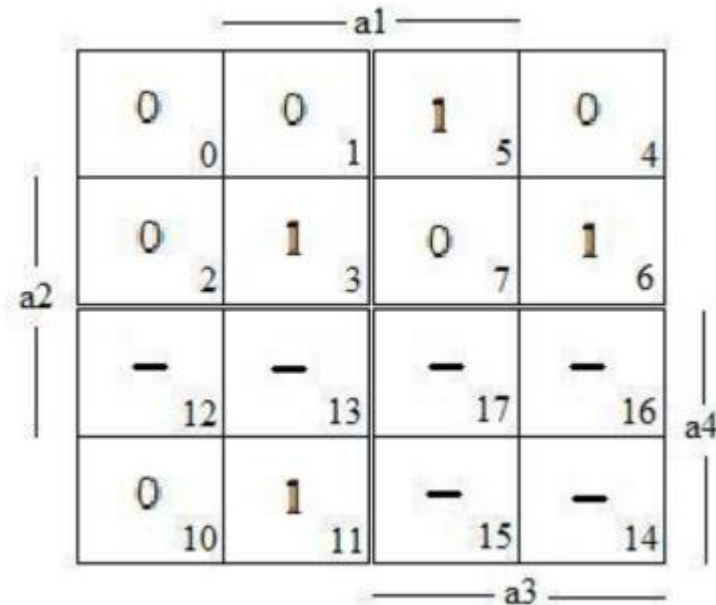
■ In die Symmetrietabelle:
y in Abhängigkeit von a_0 bis a_4



Aufgabe 1

- „don't care“, da Pseudotetraden nicht vorkommen
- Unvollständig definiert, da Pseudotetraden „don't care“ sind

Ziffer	j_0	a_3	a_2	a_1	a_0	y
0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	0
2	2	0	0	1	0	0
3	3	0	0	1	1	1
4	4	0	1	0	0	0
5	5	0	1	0	1	1
6	6	0	1	1	0	1
7	7	0	1	1	1	0
8	8	1	0	0	0	0
9	9	1	0	0	1	1
Pseu-	10	1	0	1	0	-
do-	11	1	0	1	1	-
te-	12	1	1	0	0	-
tra-	13	1	1	0	1	-
den-	14	1	1	1	0	-
	15	1	1	1	1	-



Schaltfunktionen

■ Disjunktive Normalform (DNF)

1-Stellen mit & verknüpfen und dann alle mit „oder“ verknüpfen
→ Disjunktion aller Minterme

■ Konjunktive Normalform (KNF)

0-Stelle mit „oder“ verknüpfen und dann alle mit & verknüpfen
→ Konjunktion aller Maxterme

Truth table for a 4-variable function $y(x_1, x_2, x_3, x_4)$:

	x_1			
	0	1	0	1
x_2	0	0	0	0
	0	1	0	1
	0	0	1	0
	0	1	0	1
	x_3			
	0	1	0	1
	0	1	0	1
	0	1	0	1
	0	1	0	1

Red lines connect the 1s in the truth table to the DNF expression and the 0s to the KNF expression.

DNF: $y = (\bar{x}_4 \& \bar{x}_3 \& x_2 \& x_1) \vee (\bar{x}_4 \& x_3 \& x_2 \& \bar{x}_1) \vee (x_4 \& \bar{x}_3 \& \bar{x}_2 \& x_1) \vee (x_4 \& x_3 \& \bar{x}_2 \& \bar{x}_1) \vee (x_4 \& x_3 \& x_2 \& x_1)$

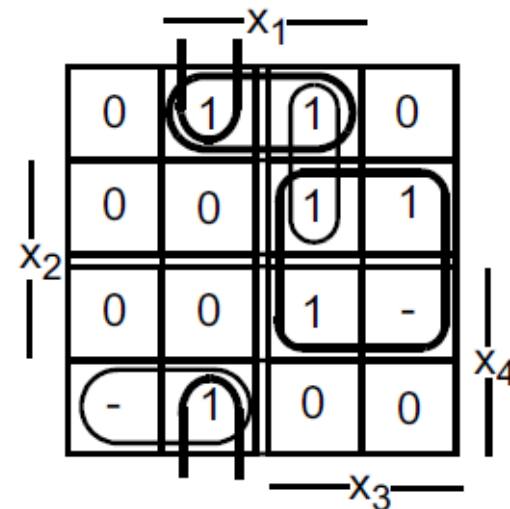
KNF: $y = (x_4 \vee x_3 \vee x_2 \vee x_1) \& (x_4 \vee x_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1) \& (x_4 \vee x_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1) \& (x_4 \vee \bar{x}_3 \vee x_2 \vee x_1) \& (x_4 \vee \bar{x}_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1) \& (x_4 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1) \& (\bar{x}_4 \vee x_3 \vee x_2 \vee x_1) \& (\bar{x}_4 \vee x_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1) \& (\bar{x}_4 \vee x_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1) \& (\bar{x}_4 \vee \bar{x}_3 \vee x_2 \vee x_1) \& (\bar{x}_4 \vee \bar{x}_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1) \& (\bar{x}_4 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1) \& (\bar{x}_4 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1)$

Schaltfunktionen

- Disjunktive Minimalform (DMF)
 - 1-Stellen minimal gruppieren, weiter wie DNF
 - Disjunktion der Primimplikanten

- Konjunktive Minimalform (KMF)
 - 0-Stellen minimal gruppieren, weiter wie KNF
 - Konjunktion der Primimplikate

- Gruppierung nur in 2er, 4er oder 8er Blöcken (Binärsystem!)
- Erlaubt: Über die Grenzen hinaus



Aufgabe 2

X1				
X2	0 0	0 1	0 5	1 4
	1 2	0 3	0 7	1 6
	1 12	0 13	0 17	1 16
	1 10	0 11	0 15	1 14
X3				
X4				

Aufgabe 2

DNF:

$$\begin{aligned}
 y = & (\overline{x_4} \& x_3 \& \overline{x_2} \& \overline{x_1}) \vee (\overline{x_4} \& \overline{x_3} \& x_2 \& \overline{x_1}) \vee (\overline{x_4} \& x_3 \& x_2 \& \overline{x_1}) \\
 & \vee (x_4 \& \overline{x_3} \& x_2 \& \overline{x_1}) \vee (x_4 \& x_3 \& x_2 \& \overline{x_1}) \vee (x_4 \& \overline{x_3} \& \overline{x_2} \& \overline{x_1}) \\
 & \vee (x_4 \& x_3 \& \overline{x_2} \& \overline{x_1})
 \end{aligned}$$

KNF:

$$\begin{aligned}
 y = & (x_4 \vee x_3 \vee x_2 \vee x_1) \& (x_4 \vee x_3 \vee x_2 \vee \overline{x_1}) \& (x_4 \vee x_3 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1}) \\
 & \& (x_4 \vee \overline{x_3} \vee x_2 \vee \overline{x_1}) \& (x_4 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1}) \& (\overline{x_4} \vee x_3 \vee x_2 \vee \overline{x_1}) \\
 & \& (\overline{x_4} \vee x_3 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1}) \& (\overline{x_4} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1}) \& (\overline{x_4} \vee \overline{x_3} \vee x_2 \vee \overline{x_1})
 \end{aligned}$$

X1			
0	1	5	4
2	3	7	6
12	13	17	16
10	11	15	14
X3			

X2

X4

Primimplikanten aus Symmetriediagramm:

$$\begin{aligned}
 w_1 &= x_3 \& \overline{x_1}, & w_2 &= x_2 \& \overline{x_1}, & w_3 &= x_4 \& \overline{x_1} \\
 \rightarrow DMF : & (x_3 \& \overline{x_1}) \vee (x_2 \& \overline{x_1}) \vee (x_4 \& \overline{x_1})
 \end{aligned}$$

Primimplikate aus Symmetriediagramm:

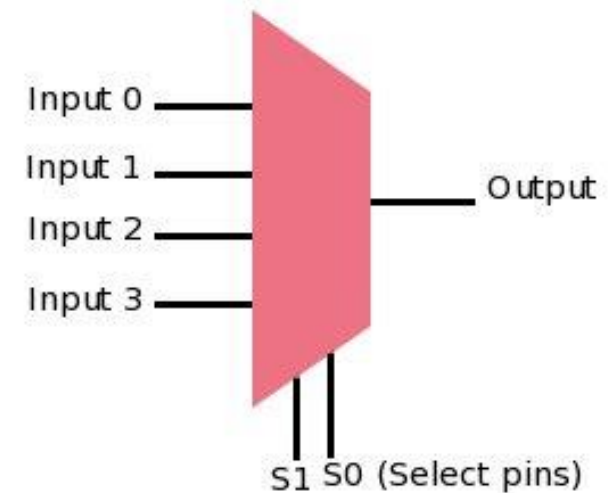
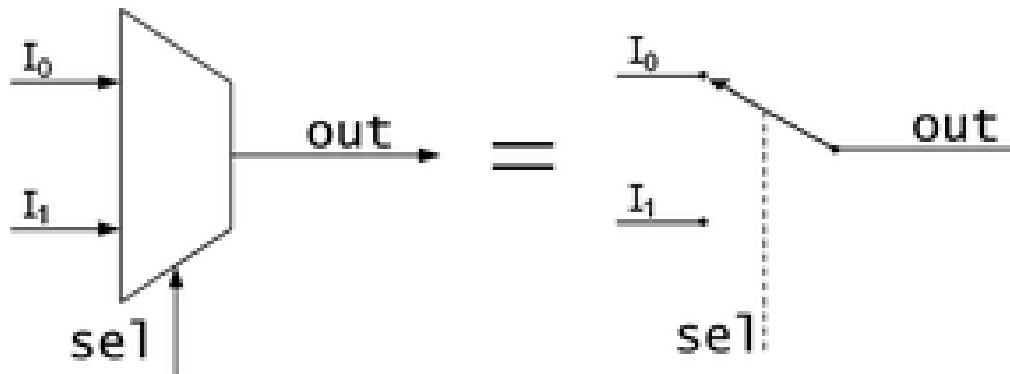
$$\begin{aligned}
 u_1 &= \overline{x_1}, & u_2 &= x_2 \vee x_3 \vee x_4 \\
 \rightarrow KMF : & y = (\overline{x_1}) \& (x_2 \vee x_3 \vee x_4)
 \end{aligned}$$

Entwicklungssatz

- Funktion gegeben \rightarrow wie realisiere ich diese mit möglichst wenig Bauteilen?
- Beispiel: Funktion $y(d,c,b,a) \rightarrow y$ ist von a,b,c,d abhängig
Entwicklungsreihenfolge: d,c,b,a
- Vereinfachen der Funktion!
- Entwickeln nach d : $y(0,c,b,a)$ und $y(1,c,b,a)$
- Entwickeln nach c : $y(0,0,b,a)$, $y(0,1,b,a)$, $y(1,0,b,a)$, $y(1,1,b,a)$
- Weiter entwickeln, bis die Funktion 1 oder 0 ist

Multiplexer

- 2 Eingänge die auf 1 Leitung realisiert werden
- Möglich durch Steuerung



Aufgabe 3

Umformung durch De Morgan:

$$y(d, c, b, a) = \overline{(a \vee d) \wedge (\bar{a} \vee c) \wedge (\bar{b} \vee c \vee \bar{d}) \wedge \bar{c}}$$

$$y(d, c, b, a) = \overline{(a \vee d) \vee (\bar{a} \vee c) \vee (\bar{b} \vee c \vee \bar{d})} \vee c$$

$$y(d, c, b, a) = \bar{a}\bar{d} \vee a\bar{c} \vee b\bar{c}d \vee c$$

Entwicklung nach c:

$$y(d, c, b, a) = c \wedge y(d, 1, b, a) \vee \bar{c} \wedge y(d, 0, b, a)$$

$$y(d, 0, b, a) = \bar{a}\bar{d} \vee a \vee bd$$

$$y(d, 1, b, a) = 1$$

Entwicklung nach a:

$$y(d, 1, b, -) = 1 \quad // \text{keine Abhängigkeit von } a$$

$$y(d, 0, b, a) = a \wedge y(d, 0, b, 1) \vee \bar{a} \wedge y(d, 0, b, 0)$$

$$y(d, 0, b, 0) = \bar{d} \vee bd$$

$$y(d, 0, b, 1) = \bar{a}\bar{d} \vee 1 \vee bd = 1$$

Entwicklung nach d:

Nur Abhängigkeit für c=0 und a=1

$$y(d, 0, b, a) = d \wedge y(1, 0, b, 0) \vee \bar{d} \wedge y(0, 0, b, 0)$$

$$y(0, 0, b, 0) = 1$$

$$y(1, 0, b, 0) = b$$

Entwicklung nach b:

Nur Abhängigkeit für c=0, a=1 und d=1

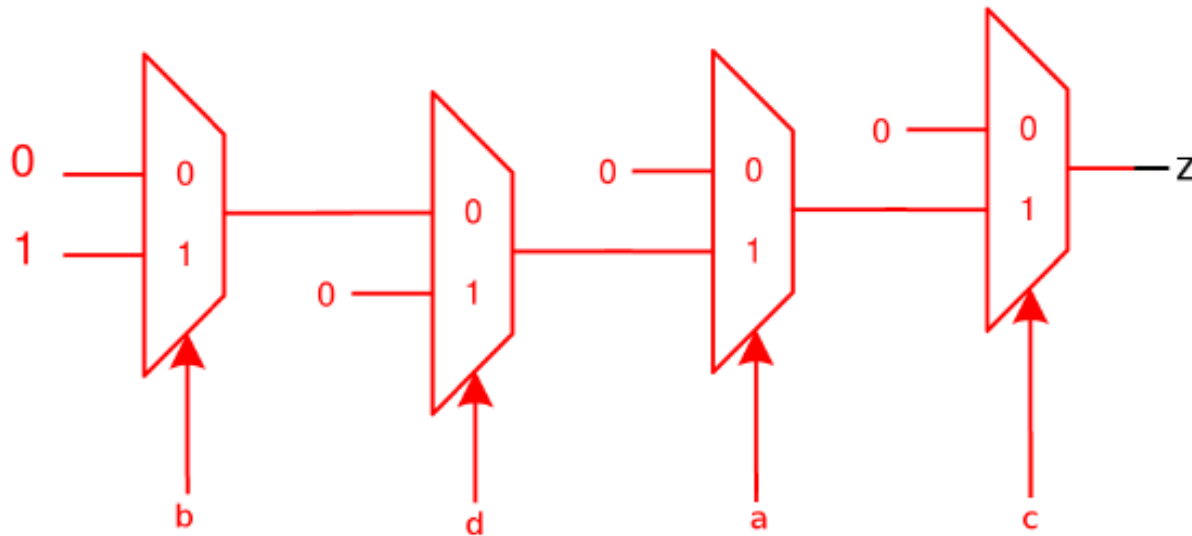
$$y(1, 0, b, 0) = b \wedge y(1, 0, 1, 0) \vee \bar{b} \wedge y(1, 0, 1, 0)$$

$$y(1, 0, 0, 0) = 0$$

$$y(1, 0, 1, 0) = 1$$

Aufgabe 3

$$z(d, c, b, a) = c(0) \vee \bar{c}(a(0) \vee \bar{a}(d(b(0) \vee \bar{b}(1)) \vee \bar{d}(0)))$$



Zusatzaufgabe

$$y(d, c, b, a) = \bar{a}\bar{d} \vee a\bar{c} \vee b\bar{c}d \vee c$$

MUX-Realisierung zeigt: y wird nur für a=0, b=0, c=0 u. d=1 null.

⇒ KNF: $y = a \vee b \vee c \vee \bar{d}$ (ergibt minimale Anzahl an Verknüpfungen, die Anzahl der benötigten Spalten kann jedoch nicht reduziert werden)

