

Digitaltechnik

6. Tutorium - Lösung

Institut für Technik der Informationsverarbeitung (ITIV), Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

Aufgabe 1: Schaltfunktion und PAL-Realisierung (SS10)

Gegeben ist das Schaltnetz in Abbildung 1:

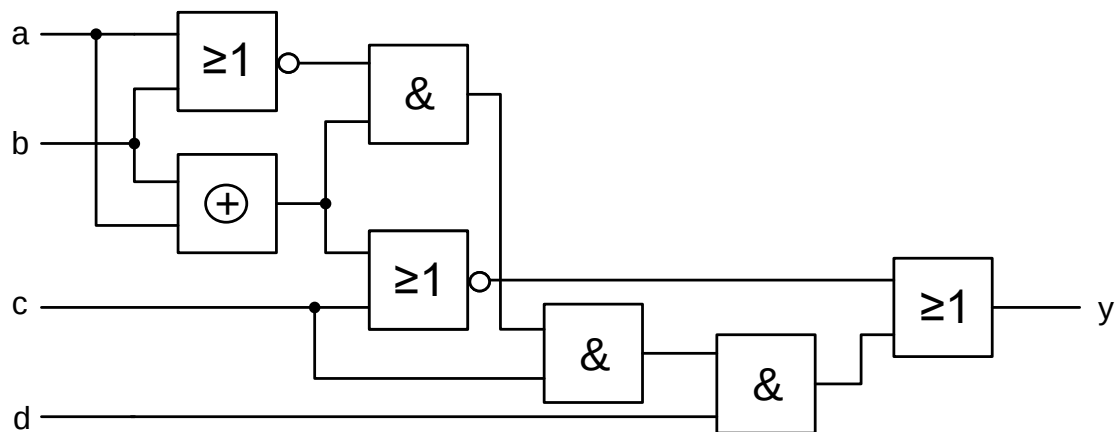


Abbildung 1: Schaltnetz mit Grundgattern und Komplexgattern

1.1 Ermitteln Sie die Schaltfunktion y des in Abbildung 1 gegebenen Schaltnetzes.
Hinweis: Der Ausdruck muss nicht vereinfacht werden. Sowohl einfache, als auch komplexe boolesche Operatoren dürfen verwendet werden.

$$y = \overline{[(a + b) \& (a \oplus b) \& c \& d]} + \overline{[(a \oplus b) + c]}$$

- 1.2** Wandeln Sie die in Teilaufgabe 1.1 gefundene Schaltfunktion so um, dass ein minimales zweistufiges UND/ODER-Schaltnetz entsteht, das sich anschließend als PAL realisieren lassen würde. Der Lösungsweg muss nachvollziehbar sein.

$$y = \overline{[(a+b) \& (a \oplus b) \& c \& d]} + \overline{[(a \oplus b) + c]}$$

XOR-Verknüpfung ersetzen::

$$y = \overline{[(a+b) \& ((a \& \bar{b}) + (\bar{a} \& b)) \& c \& d]} + \overline{[(a \& \bar{b}) + (\bar{a} \& b) + c]}$$

Umformung nach DeMorgan:

$$y = [(\bar{a} \& \bar{b}) \& ((a \& \bar{b}) + (\bar{a} \& b)) \& c \& d] + [(a \& \bar{b}) \& (\bar{a} \& b) \& \bar{c}]$$

Kürzen wegen $[(\bar{a} \& \bar{b}) \& ((a \& \bar{b}) + (\bar{a} \& b)) \& c \& d] = 0$

$$y = \overline{(a \& \bar{b}) + (\bar{a} \& b) + c}$$

Nochmal nach DeMorgan umformen:

$$y = [(\bar{a} + b) \& (a + \bar{b}) \& \bar{c}]$$

UND/ODER Schaltnetz für PAL-Realisierung:

$$y = (\bar{a} \& \bar{b} \& \bar{c}) + (a \& b \& \bar{c})$$

- 1.3** Geben Sie nun die PAL-Realisierung des gefundenen minimalen Ausdrucks aus Teilaufgabe 1.2 an. Verwenden Sie dazu Abbildung 2.

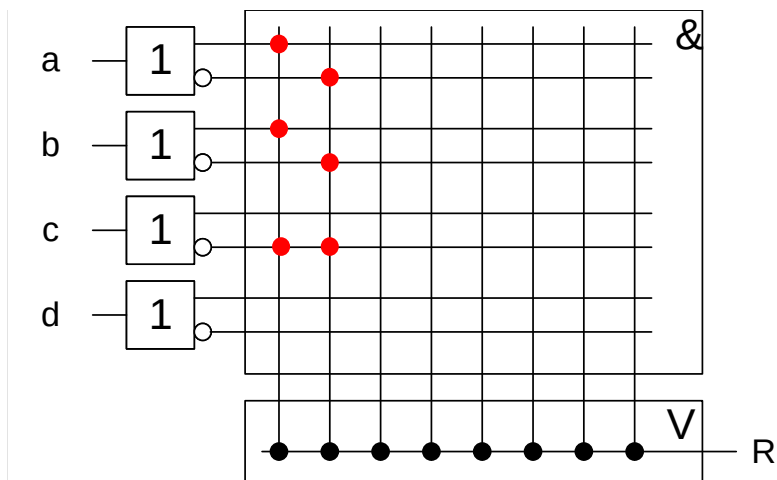


Abbildung 2: PAL-Schaltnetz

Aufgabe 2: Minimierung - Symmetriediagramm I (WS16/17)

2.1 Gegeben sei das Symmetriediagramm aus Abbildung 4. Freistellen sollen zunächst zu "1" gesetzt werden. Geben Sie für die dargestellte Schaltfunktion die **konjunktive** Normalform (KNF) an.

$$y = (\bar{a} \vee b \vee c \vee d) \wedge (\bar{a} \vee \bar{b} \vee c \vee d) \wedge (a \vee \bar{b} \vee c \vee \bar{d}) \wedge (\bar{a} \vee \bar{b} \vee c \vee \bar{d}) \wedge (\bar{a} \vee b \vee c \vee \bar{d}) \wedge (a \vee \bar{b} \vee \bar{c} \vee \bar{d})$$

2.2 Legen Sie nun die Freistellen so fest, dass die Schaltfunktion aus Abbildung 4 optimal minimiert werden kann und bestimmen Sie in diesem Fall eine **disjunktive** Minimalform (DMF). Geben Sie außerdem an, welche Terme der DMF zu den Kernen zählen.

$$\text{DMF: } y = (\bar{a} \wedge \bar{b}) \vee (a \wedge c) \vee (\bar{a} \wedge \bar{d})$$

Alle Terme der DMF sind Kerne

y		a			
b	$\left \begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array} \right $	1_0	0_1	$-_5$	$-_4$
		1_2	0_3	1_7	1_6
		0_{10}	0_{11}	$-_{15}$	0_{14}
		1_8	0_9	1_{13}	1_{12}
		c			

Abbildung 3: Symmetriediagramm einer Schaltfunktion

Aufgabe 3: Minimierung - Symmetriediagramm II (WS18/19)

3.1 Gegeben sei eine Schaltfunktion y in Minimalform wie folgt:

$$y = (a \wedge \bar{b}) \vee (a \wedge c) \vee (\bar{b} \wedge d) \vee (\bar{a} \wedge b \wedge \bar{c} \wedge \bar{d})$$

Füllen Sie das leere Symmetriediagramm im Folgenden anhand der gegebenen Schaltfunktion y aus. Es sollen dabei alle Kästchen ausgefüllt werden. Das Symmetriediagramm muss am Ende vollständig definiert sein.

y		a			
b		0	1	1	0
		1	0	1	0
		0	0	1	0
		1	1	1	1
		c			
		d			

Abbildung 4: Symmetriediagramm einer Schaltfunktion

3.2 Was wird unter dem Begriff Primterm verstanden?

Terme mit minimaler Anzahl von Literalen, die trotzdem nur Einsstellen (Nullstellen) der zu beschreibenden Funktion erfassen

3.3 Gegeben sei das Symmetriediagramm aus Abbildung 5. Bestimmen Sie aus dem dort gegebenen Symmetriediagramm zwei unterschiedliche disjunktive Minimalformen (DMF) der Schaltfunktion, die sich mindestens in einem Primimplikanten unterscheiden. Zur grafischen Hilfestellung wurde das Symmetriediagramm zweimal abgebildet.

$y1$		a					$y2$		a				
		1	-	0	1				1	-	0	1	
		1	-	1	1				1	-	1	1	
b	$\left $	0	1	-	0		b	$\left $	0	1	-	0	
		1	0	0	1	d			1	0	0	1	d
		c							c				

Abbildung 5: Symmetriediagramm einer Schaltfunktion

$$y1 = (\bar{a} \wedge \bar{b}) \vee (a \wedge b) \vee (b \wedge \bar{d})$$

$$y2 = (\bar{a} \wedge \bar{b}) \vee (a \wedge b) \vee (\bar{a} \wedge \bar{d})$$

3.4 Bei welchen Termen aus Aufgabe 3.3 handelt es sich um Kerne?

$(\bar{a} \wedge \bar{b})$ und $(a \wedge b)$ sind Kerne.

Aufgabe 4: Automaten

Als Teilbaustein zur automatischen Umrechnung von Zahlen in andere Zahlensysteme soll die Modulfunktion angewendet werden. Im konkreten Fall soll die Moduloberechnung zur Zahl drei stattfinden. Entwerfen Sie hierfür einen Automaten, der folgende Funktionen erfüllt:

Der Automat startet bei null. Sie können auf den aktuellen Zustand $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ aufaddieren. Durch die Eingabe soll in den Folgezustand übergegangen werden. Die Ausgabe gibt die Modulorechnung der aktuellen Zahl mit drei aus (Zahl mod 3). Beispielsweise soll als erste Eingabe „zwei“ eingegeben werden. Die Ausgabe nach dem Zustandswechsel soll somit $(2 \bmod 3) = 2$ sein. Realisieren Sie den Automaten als einen Medwedew-Automaten.

Eingabe: $E_g^v \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

Ausgabe: $A_h^v \in \{0, 1, 2\} = S_k^v$

Benutzen Sie zum Entwerfen des Automaten folgendes Diagramm:

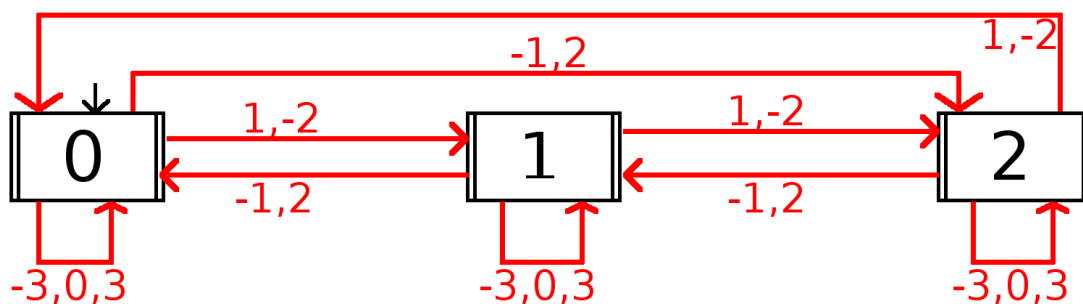


Abbildung 6: Übergangsdiagramm des Automaten