Institut für Technik der Informationsverarbeitung

Felix Pistorius

pistorius@kit.edu

Karlsruher Institut für Technologie (**KIT**)

Übung - Digitaltechnik

Komplementrechnung

Institut für Technik der Informationsverarbeitung

Felix Pistorius

pistorius@kit.edu

Karlsruher Institut für Technologie (**KIT**)

Zehnerkomplement

Bsp. Zehnerkomplement, positives Ergebnis

Karlsruhe Institute of Technology

$$\mathbf{769_D - 341_D = 428_D}$$

$$769 + (\underbrace{\mathbf{1000 - 341}}_{\text{10er Komplement, K10(341)}}) \quad - \ 1000 \ =$$

$$769 + (\underbrace{\mathbf{999 - 341}}_{\text{9er Komplement, K9(341)}} + 1) - 1000 \ =$$

$$\begin{aligned} 769 + (999 - 341) + 1 - 1000 &= \\ 769 + K9(341) + 1 - 1000 &= \\ 769 + 658 + 1 - 1000 &= \\ 1427 + 1 - 1000 &= \\ {\color{red}1}428 - {\color{red}1}000 &= \\ &= \ 428 \end{aligned}$$

Eigentliche Rechnung - mit positivem Ergebnis

Einfacher mathem. Trick: Ergänzung um 1000

→ (1000 - 341) ist das 10er Komplement der Zahl 341; leider ist dieses jedoch immer noch nicht leichter zu berechnen

weiterer Trick: Ausklammern einer 1

→ (999 - 341) ist das 9er Komplement der Zahl 341; Dieses hat den Vorteil, dass man es relativ leicht, nämlich Stellenweise berechnen kann (also keine Überträge bei der Berechnung auftreten:

K9(341) = 999 - 348 = 658
{9 - 3 = **6**; 9 - 4 = **5**; 9 - 1 = **8**}

Das K10(341) ergibt sich also aus dem K9(341) + 1

Einziges Problem bleibt nun die abschließende Subtraktion von 1000; Wird aber (wie in diesem Fall) von einer größeren Zahl eine kleinere Abgezogen so entsteht IMMER ein Übertrag von genau 1 in die nächst höhere Stelle, und genau diese 1 muss abschließend abgezogen werden.

Man kann diesen Übertrag also einfach weglassen.

Bsp. Zehnerkomplement, negatives Ergebnis

Karlsruhe Institute of Technology

$$341_D - 769_D = -428_D$$

$$341 + (\underbrace{\mathbf{1000 - 769}}_{\text{10er Komplement; K10(769)}}) \quad - \; 1000 \; =$$

$$341 + (\underbrace{\mathbf{999 - 769}}_{\text{9er Komplement (K9(769) = 230)}} + 1) - 1000 \; =$$

$$\begin{aligned} 341 + K9(769) + 1 - 1000 &= \\ 341 + 230 + 1 - 1000 &= \\ 571 + 1 - 1000 &= \\ 572 - 1000 &= \end{aligned}$$

$$-(\underbrace{\mathbf{1000 - \ 572}}_{\text{10er Komplement; K10(572)}}) =$$

$$-(\underbrace{\mathbf{999 - 572}}_{\text{9er Komplement (K9(572) = 427)}} + 1) =$$

$$-(427 + 1) = \; -428$$

Eigentliche Rechnung - mit negativem Ergebnis

Bilden des K10

Wieder wird das K9 gebildet, um das K10 leichter berechnen zu können (K10(x) = K9(x) + 1)

Nun tritt aber folgendes Problem auf:

→ Da hier eine größere Zahl von einer kleineren abgezogen wird, ergibt sich *kein* Übertrag auf die nächste Stelle womit die einfache Subtraktion der 1000 nicht mehr möglich ist.

Weiterer Trick: Ausklammern des Faktors -1

→ Das so entstandene Zwischenergebnis ist aber gerade das schon bekannte K10(572), welches wiederum aus dem K9(572) + 1 leicht berechnet werden kann

Nicht zu vergessen ist natürlich die –1 die wir zwischendurch ausgeklammert haben, wodurch sich das korrekte negative Ergebnis ergibt

Tritt also bei der Berechnung kein Übertrag auf, so muss vom Zwischenergebnis der Subtraktion nochmals das K10 gebildet werden!

Institut für Technik der Informationsverarbeitung

Felix Pistorius

pistorius@kit.edu

Karlsruher Institut für Technologie (**KIT**)

Zweierkomplement

Bsp. Zweierkomplement, positives Ergebnis

Karlsruhe Institute of Technology

$$\mathbf{1101_B - 1010_B = 11_B}$$

$$1101 + (\underbrace{\mathbf{10000 - 1010}}_{\text{2er Komplement, K2(1010)}}) - 10000 =$$

$$1101 + (\underbrace{\mathbf{1111 - 1010}}_{\text{1er Komplement, K1(1010)}} + 1) - 10000 =$$

$$\begin{aligned} & 1101 + (1111 - 1010) + 1 - 10000 \\ = \; & 1101 + K1(1010) + 1 - 10000 \\ = \; & 1101 + 0101 + 1 - 10000 \\ = \; & 10010 + 1 - 10000 \\ = \; & 10011 - 10000 \\ = \; & 11 \end{aligned}$$

Eigentliche Rechnung – mit positivem Ergebnis

Trick: Ergänzung auf die nächst größere Stelle 10000_B

→ $(10000_B - 1010_B)$ ist das 2er Komplement der Zahl 1010_B; leider ist dieses jedoch immer noch nicht leichter zu berechnen

weiterer Trick: Ausklammern einer 1

→ $(1111_B - 1010_B)$ ist das 1er Komplement der Zahl 1010_B; Im Dualsystem ist das 1er Komplement einfach durch stellenweises Invertieren berechenbar:

$K_1(1010_B) = 1111_B - 1010_B = 0101_B$

{1 - 1 = **0**; 1 - 0 = **1**; 1 - 1 = **0**; 1 - 0 = **1**}

Das K_2(1010) ergibt sich also aus dem K_1(1010) + 1

Einziges Problem bleibt nun die abschließende Subtraktion von 10000_B

Wird aber (wie in diesem Fall) von einer größeren Zahl eine kleinere Abgezogen so entsteht IMMER ein Übertrag von genau 1 in die nächst höhere Stelle, und genau diese 1 muss abschließend abgezogen werden. Man kann diesen Übertrag also einfach streichen.

KIT – Universität des Landes Baden-Württemberg und nationales Forschungszentrum in der Helmholtz-Gemeinschaft
Institut für Technik der Informationsverarbeitung

Bsp. Zweierkomplement, negatives Ergebnis

$\mathbf{1010_B - 1101_B = -\,11_B}$

$1010 + (\,\mathbf{10000 - 1101}\,) - 10000 =$

2er Komplement; K2(1101)

$1010 + (\,\mathbf{1111 - 1101} + 1\,) - 10000 =$

1er Komplement (K1(1101) = 0010)

$$1010 + K1(1101) + 1 - 10000 =$$
$$1010 + 0010 + 1 - 10000 =$$
$$1100 + 1 - 10000 =$$
$$1101 - 10000 =$$

$$-(\,\underbrace{10000 - 1101}_{\text{2er Komplement; K2(1101)}}\,) =$$

$$-(\,\underbrace{1111 - 1101 + 1}_{\text{1er Komplement (K1(1101) = 0010)}}\,) =$$

$$-(\,10 + 1\,) = -\,11$$

Eigentliche Rechnung – mit negativem Ergebnis

Bilden des K2

Wieder wird das K1 gebildet um das K2 leichter berechnen zu können (K2(x) = K1(x) + 1)

Problem:

→ Da hier eine größere Zahl von einer kleineren abgezogen wird, ergibt sich kein Übertrag auf die nächste Stelle womit die einfache Subtraktion der 10000B nicht mehr möglich ist.

Trick: Ausklammern des Faktors -1

→ Das so entstandene Zwischenergebnis ist wieder gerade das schon bekannte K2(1101B), welches wiederum aus dem K1(1101B) + 1 leicht berechnet werden kann

Nicht zu vergessen ist natürlich wieder der Faktor –1 den wir zwischendurch ausgeklammert haben, wodurch sich das korrekte negative Ergebnis wieder ergibt

Tritt also bei der Berechnung kein Übertrag auf, so muss vom Zwischenergebnis der Subtraktion nochmals das K2 gebildet werden!