

Aufgabe 13:

13.1 Idealer OP: $r_e \Rightarrow \infty$, $r_a \Rightarrow 0$, $A \Rightarrow \infty$,

13.2 Eingangssignal liegt am invertierenden Eingang an
 $\Rightarrow$ invertierender Verstärker

13.3 $U_0 = U_+ = 0 \text{ V}$

$$u_a = A \cdot u_e$$

Verstärkung: $A = -\frac{R_2}{R_1} = -2$

$$u_a = -2u_e$$

13.4 $U_0 = U_+ = 5 \text{ V}$

$$u_a = U_0 - R_2 \cdot I = 5 \text{ V} - 20 \text{ k}\Omega \cdot I$$

$$U_0 + R_1 \cdot I - u_e = 0 \Rightarrow I = \frac{u_e - U_0}{R_1} = \frac{u_e - 5 \text{ V}}{R_1}$$

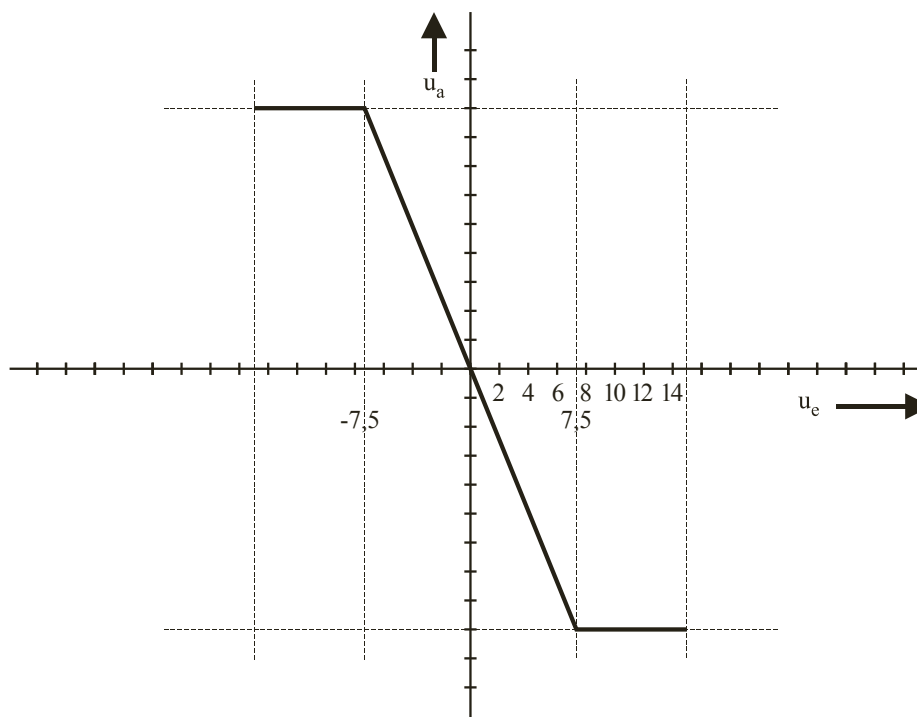
$$u_a = U_0 - R_2 \cdot \frac{u_e - U_0}{R_1} = 5 \text{ V} - 20 \text{ k}\Omega \cdot \frac{u_e - 5 \text{ V}}{10 \text{ k}\Omega} = 5 \text{ V} - 2(u_e - 5 \text{ V}) = 5 \text{ V} - 2u_e + 10 \text{ V}$$

$$u_a = 15 \text{ V} - 2u_e$$

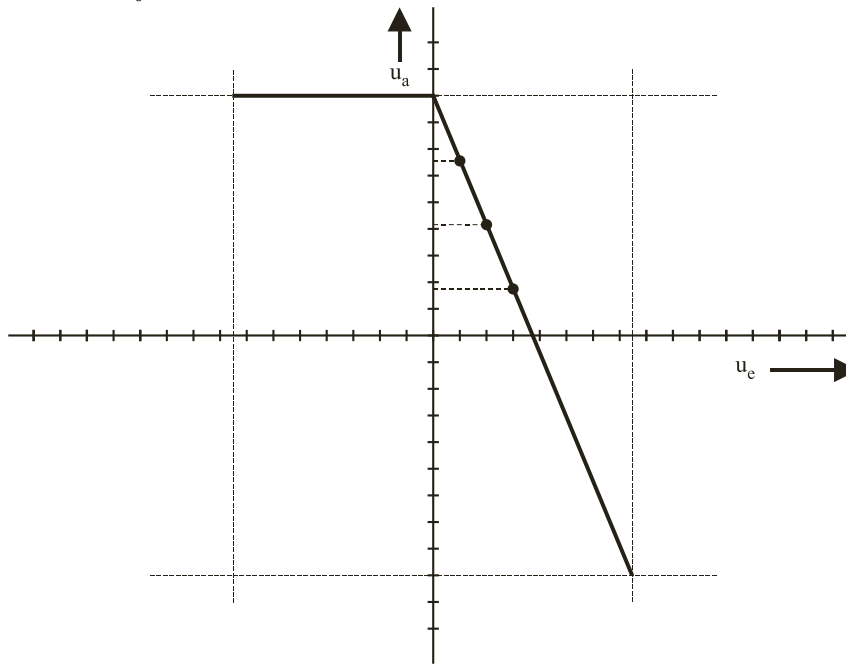
13.5 Übertragungskennlinie $u_a = f(u_e)$, $u_a = -2u_e$

Aussteuergrenzen: $\pm 15 \text{ V}$

1. $U_0 = 0 \text{ V}$



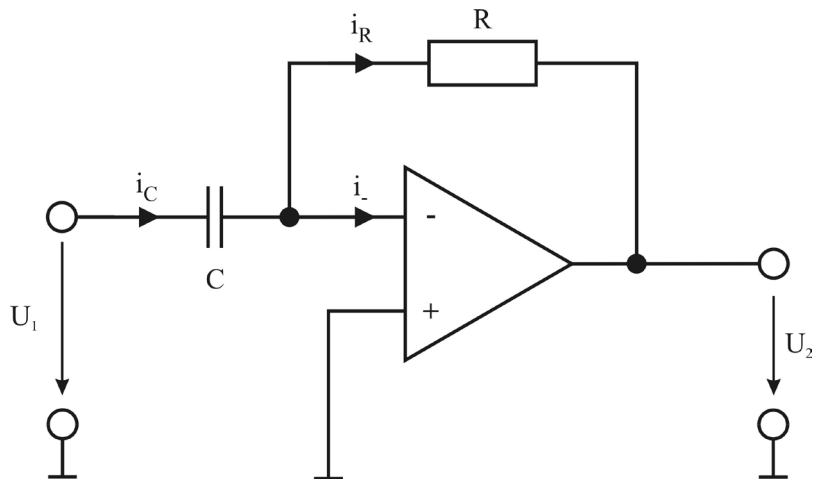
2. $U_0 = 5V$



Aufgabe 14:

14.1 invertierender Differenzierer

14.2



$$\text{Gegenkopplung: } \rightarrow u_+ = u_- = 0$$

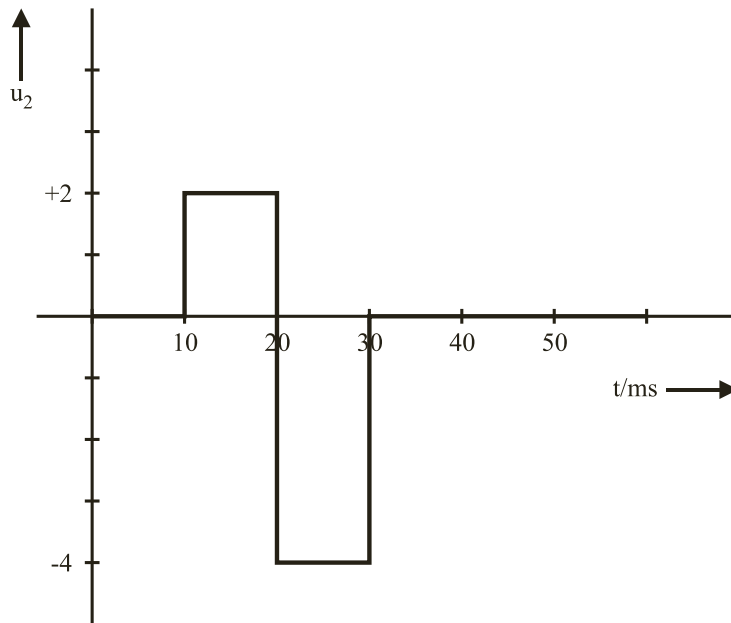
$$i_- = 0 \Rightarrow i_C = i_R$$

$$i_C = C \frac{du_1}{dt} = i_R$$

$$u_2 = -R i_R = R i_C = RC \frac{du_1}{dt} = -10 \text{ ms} \frac{du_1}{dt}$$

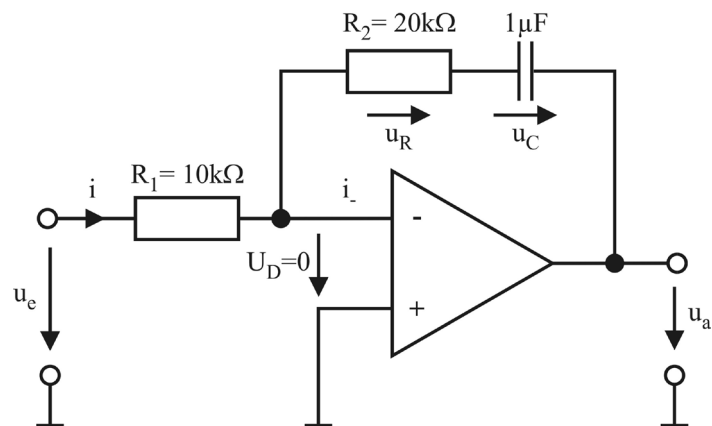
14.3

Zeitbereich	Eingangsspannung	Ausgangsspannung
$0 < t < 10 \text{ ms}$	$\frac{du_1}{dt} = 0$	$u_2 = 0$
$10 \text{ ms} < t < 20 \text{ ms}$	$\frac{du_1}{dt} = \frac{-2 \text{ V}}{10 \text{ ms}}$	$u_2 = -10 \text{ ms} \cdot \frac{-2 \text{ V}}{10 \text{ ms}} = +2 \text{ V}$
$20 \text{ ms} < t < 30 \text{ ms}$	$\frac{du_1}{dt} = \frac{4 \text{ V}}{10 \text{ ms}}$	$u_2 = -10 \text{ ms} \cdot \frac{4 \text{ V}}{10 \text{ ms}} = -4 \text{ V}$
$30 \text{ ms} < t < 60 \text{ ms}$	$\frac{du_1}{dt} = 0$	$u_2 = 0$



14.4 Berechnung der Ausgangsspannung

 Gegenkopplung $\Rightarrow U_D = 0$

 C ungeladen $\Rightarrow u_{C(t=0)} = 0$


$$u_a = -(u_R + u_C)$$

$$u_a = -R_2 \cdot i - \frac{1}{C} \int_0^t i dt + \underbrace{u_C(t=0)}_{=0} \quad ; \quad i = \frac{u_e}{R_1}$$

$$u_a = -\frac{R_2}{R_1} \cdot u_e - \frac{1}{R_1 C} \int_0^t u_e dt + u_C(t=0) ; \quad u_a = -2u_e - \frac{1}{10ms} \int_0^t u_e dt + u_C(t=0) ;$$

$$u_a = -2u_e - \frac{1}{10ms} \cdot u_e \cdot \Delta t + u_C(t=0)$$

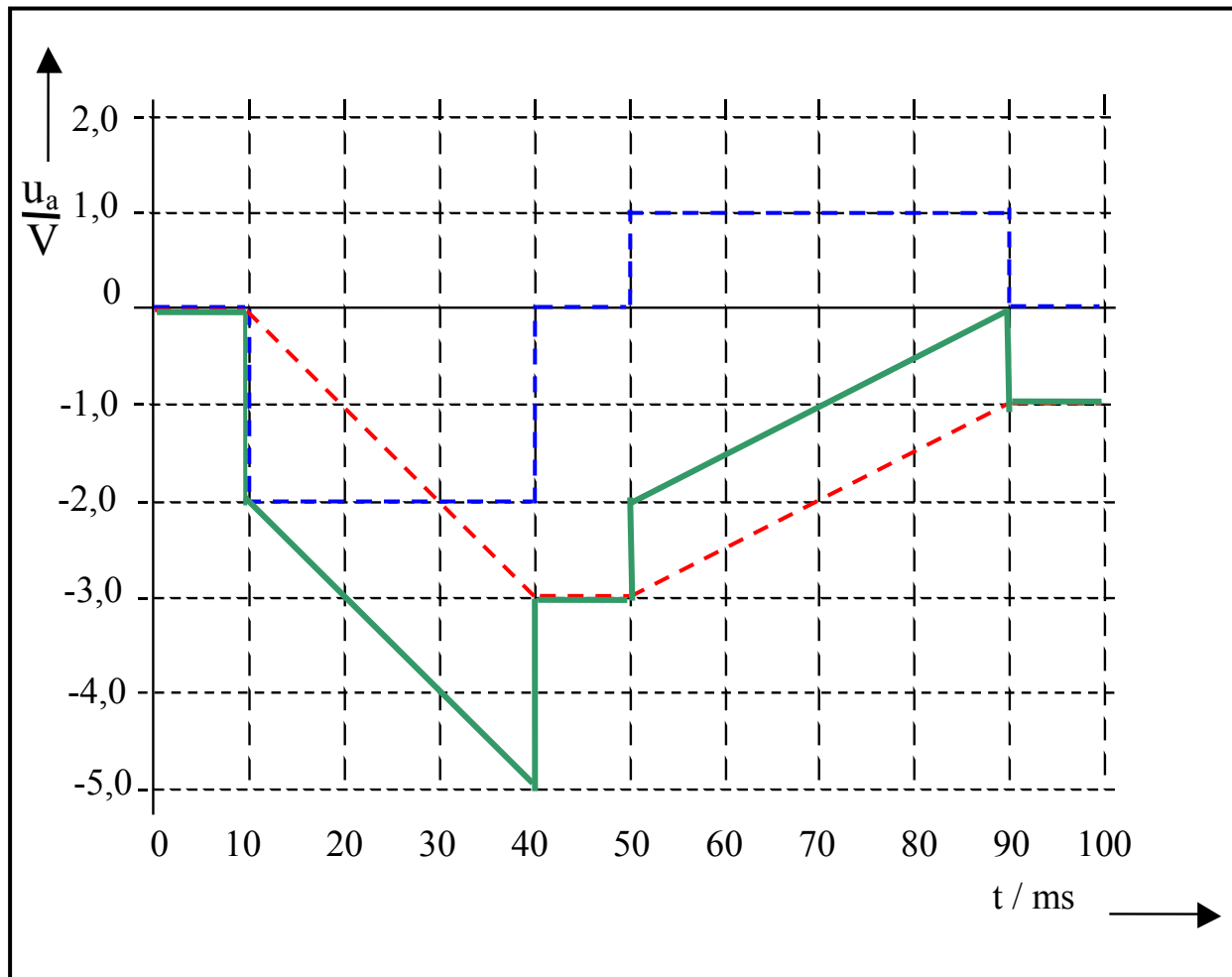
Allgemein:

$$u_a = -\frac{R_2}{R_1} \cdot u_e - \frac{1}{R_1 C} \int_{t_0}^{t_1} u_e dt + u_c(t=t_0)$$

$$u_a = -2 \cdot u_e - \frac{1}{10 \text{ ms}} \cdot u_e \cdot \Delta t + u_c(t=t_n) \quad \text{mit } t_n = 10 \text{ ms}, 40 \text{ ms}, 50 \text{ ms}, 90 \text{ ms}, 100 \text{ ms}$$

Zeitbereich (t in ms) bzw. Zeitpunkt	Δt	u_e	u_a	u_c
$0 < t < 10$	10 ms	0V	0V	$u_c(0 \text{ ms}) = 0 \text{ V}$
$10 < t < 40$ t=10 ms: t=40 ms:	30 ms	1V	$u_a = -2 \cdot 1 \text{ V} - \frac{1}{10 \text{ ms}} \cdot 1 \text{ V} \cdot 0 \text{ ms} + 0 \text{ V} = -2 \text{ V}$ $u_a = -2 \cdot 1 \text{ V} - \frac{1}{10 \text{ ms}} \cdot 1 \text{ V} \cdot 30 \text{ ms} + 0 \text{ V} = -5 \text{ V}$	$u_c(10 \text{ ms}) = 0 \text{ V}$ $u_c(40 \text{ ms}) = -3 \text{ V}$
$40 < t < 50$	10 ms	0V	$u_a = -2 \cdot 0 \text{ V} - \frac{1}{10 \text{ ms}} \cdot 0 \text{ V} \cdot 10 \text{ ms} + (-3 \text{ V}) = -3 \text{ V}$	$u_c(50 \text{ ms}) = -3 \text{ V}$
$50 < t < 90$ t=50 ms: t=90 ms:	40 ms	-0,5V	-3 V $u_a = -2 \cdot -0,5 \text{ V} - \frac{1}{10 \text{ ms}} \cdot -0,5 \text{ V} \cdot 40 \text{ ms}$ $+ (-3 \text{ V}) = 0 \text{ V}$	$u_c(50 \text{ ms}) = -3 \text{ V}$ $u_c(90 \text{ ms}) = -1 \text{ V}$
$90 < t < 100$	10 ms	0V	$u_a = -2 \cdot 0 \text{ V} - \frac{1}{10 \text{ ms}} \cdot 0 \text{ V} \cdot 10 \text{ ms} + (-1 \text{ V}) = -1 \text{ V}$	$u_c(90 \text{ ms}) = -1 \text{ V}$

Skizze:



- Anteil invertierender Verstärker
- - - - - Anteil Integrator (nach 40 ms ist der Kondensator auf -3 V geladen, bei 50 ms beginnt die Entladung, bei 90 ms ist $u_C = -1V$)
- _____ Ausgangsspannung

Lösung Aufgabe 1515.1 **Schaltung [1]:** invertierender Verstärker

$$u_a = -\frac{R_2}{R_1} u_e = -\frac{20 \text{ k}\Omega}{10 \text{ k}\Omega} u_e = -2 u_e$$

Schaltung [2]: nichtinvertierender Verstärker

$$u_a = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) u_e = \left(1 + \frac{20 \text{ k}\Omega}{10 \text{ k}\Omega}\right) u_e = 3 u_e$$

Grenzen: $\pm 12 \text{ V}!! \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} u_a &= +12 \text{ V} \text{ für } u_e \geq 4 \text{ V} \\ u_a &= -12 \text{ V} \text{ für } u_e \leq -4 \text{ V} \\ u_a &= 3 u_e \text{ für } -4 \text{ V} \leq u_e \leq +4 \text{ V} \end{aligned}$

Schaltung [3]: invertierender Differenzierer

$$u_a = -R_1 C_1 \frac{du_e}{dt} = -5 \text{ ms} \frac{du_e}{dt} ; \quad \begin{aligned} \frac{du_e}{dt} &= \frac{2 \text{ V}}{\text{ms}} \quad (0 \text{ ms} < t < 5 \text{ ms}) \\ \frac{du_e}{dt} &= -\frac{2 \text{ V}}{\text{ms}} \quad (5 \text{ ms} < t < 10 \text{ ms}) \end{aligned}$$

$$u_a = -10 \text{ V} \quad (0 \text{ ms} < t < 5 \text{ ms}), \quad u_a = +10 \text{ V} \quad (5 \text{ ms} < t < 10 \text{ ms})$$

Schaltung [4]: invertierender Integrierer bzw. Integrator

$$u_a = -\frac{1}{R C} \int_0^t u_e(t) dt + u_a(t=0) = -\frac{1}{1 \cdot 10^4 \Omega \cdot 0,1 \cdot 10^{-6} \text{ F}} \int_0^t u_e(t) dt + 0 \text{ V}$$

$$u_a = -\frac{1}{1 \text{ ms}} \int_0^t u_e(t) dt + 0 \text{ V}$$

$$1. \quad 0 \text{ ms} < t < 5 \text{ ms}: \quad u_e = +(2 \text{ V/ms}) t - 5 \text{ V}$$

$$U_a = -\frac{1}{1 \text{ ms}} \int_0^t (2 \frac{\text{V}}{\text{ms}} t - 5 \text{ V}) dt = -\frac{1}{1 \text{ ms}} \left[\frac{1}{2} 2 \frac{\text{V}}{\text{ms}} t^2 - 5 \text{ V} \cdot t \right]_0^t$$

$$U_a = -\frac{1}{1 \text{ ms}} \left[\frac{1 \text{ V}}{\text{ms}} t^2 - 5 \text{ V} \cdot t \right]$$

$$t = 0 \text{ ms}: \quad u_a = 0,00 \text{ V}$$

$$t = 1 \text{ ms}: \quad u_a = 4,0 \text{ V}$$

$$t = 2 \text{ ms}: \quad u_a = 6,0 \text{ V}$$

$$t = 2,5 \text{ ms}: \quad u_a = 6,25 \text{ V}$$

$$t = 3 \text{ ms}: \quad u_a = 6,0 \text{ V}$$

$$t = 4 \text{ ms}: \quad u_a = 4 \text{ V}$$

$$t = 5 \text{ ms}: \quad u_a = 0,00 \text{ V}$$

Wiederholt sich mit negativem Vorzeichen
für: $5 \text{ ms} < t < 10 \text{ ms}$:
 $u_e = -t (2 \text{ V/ms}) + 5 \text{ V}$
usw. ...

Schaltung [5]: nichtinvertierender Schmitt –Trigger

$$\text{Einschaltsschwelle: } U_D = 0, u_{a-} = -12 \text{ V} \quad U_{K1} = -\frac{10 \text{ k}\Omega}{30 \text{ k}\Omega} u_{a-} = -\frac{1}{3} (-12 \text{ V}) = +4 \text{ V}$$

$$\text{Ausschaltsschwelle: } U_D = 0, u_{a+} = +12 \text{ V} \quad U_{K2} = -\frac{10 \text{ k}\Omega}{30 \text{ k}\Omega} u_{a+} = -\frac{1}{3} (+12 \text{ V}) = -4 \text{ V}$$

Schaltung [6]: invertierender Schmitt -Trigger

$$u_{a\max} = \pm 12 \text{ V}$$

$$U_k = \pm u_{a\max} (10 \text{ k}\Omega / (10 \text{ k}\Omega + 30 \text{ k}\Omega)) = \pm 12 \text{ V} (1/4) = \pm 3 \text{ V}$$

Schaltung [7]: Subtrahierer

$$u_a = \frac{R_2}{R_1} (u_{e2} - u_{e1}) = \frac{20 \text{ k}\Omega}{10 \text{ k}\Omega} \cdot (u_{e2} - u_{e1}) = 2 \cdot (u_{e2} - u_{e1})$$

Schaltung [8]: invertierender Addierer

$$u_a = - \left(u_{e1} \frac{R_2}{R_1} + u_{e2} \frac{R_2}{R_3} \right)$$

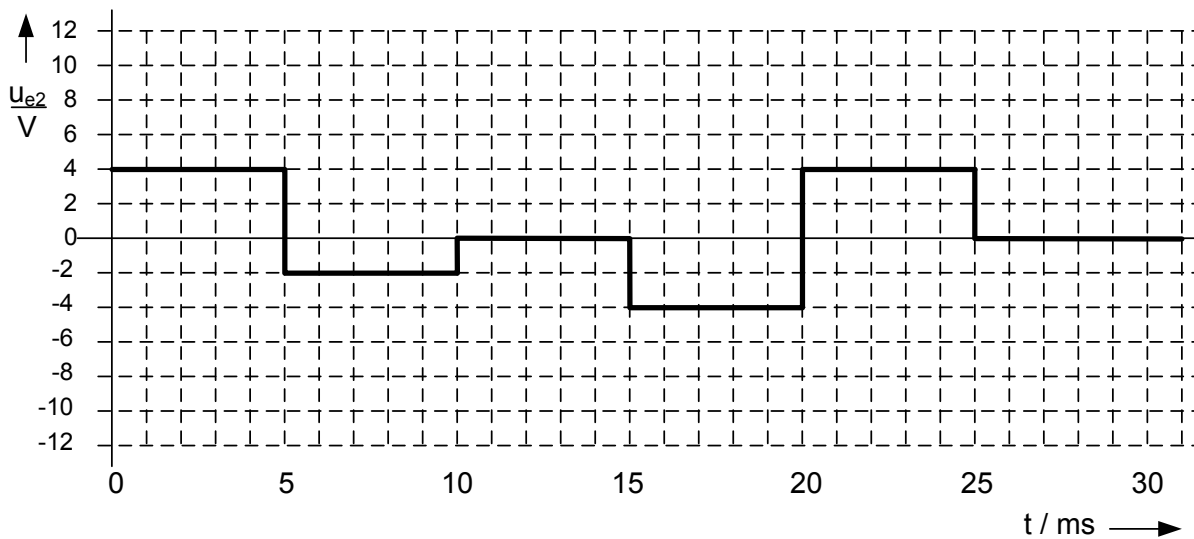
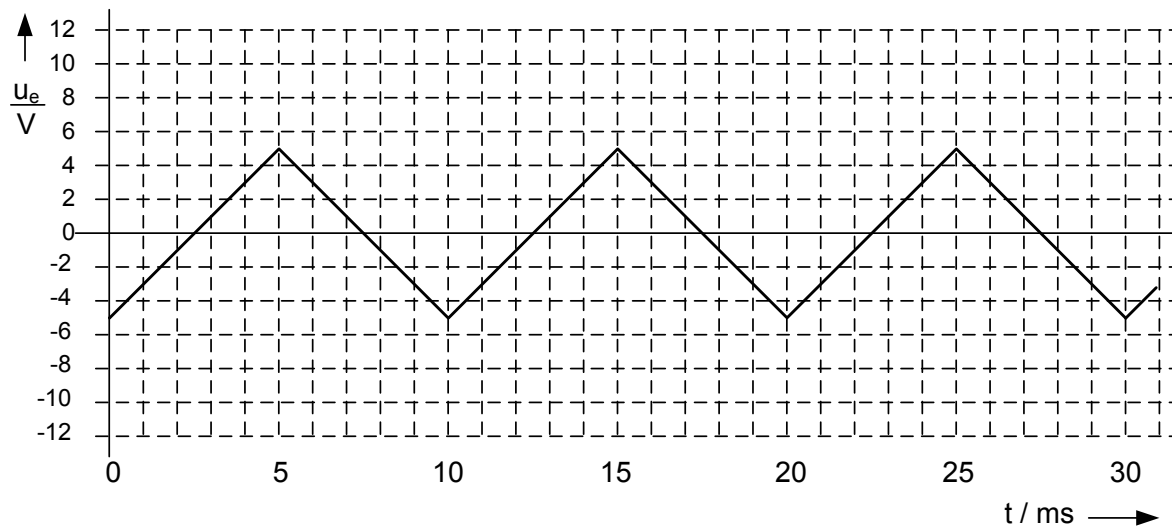
$$u_a = - (2 u_{e1} + 1,5 u_{e2})$$

Schaltung [9]: Komparator

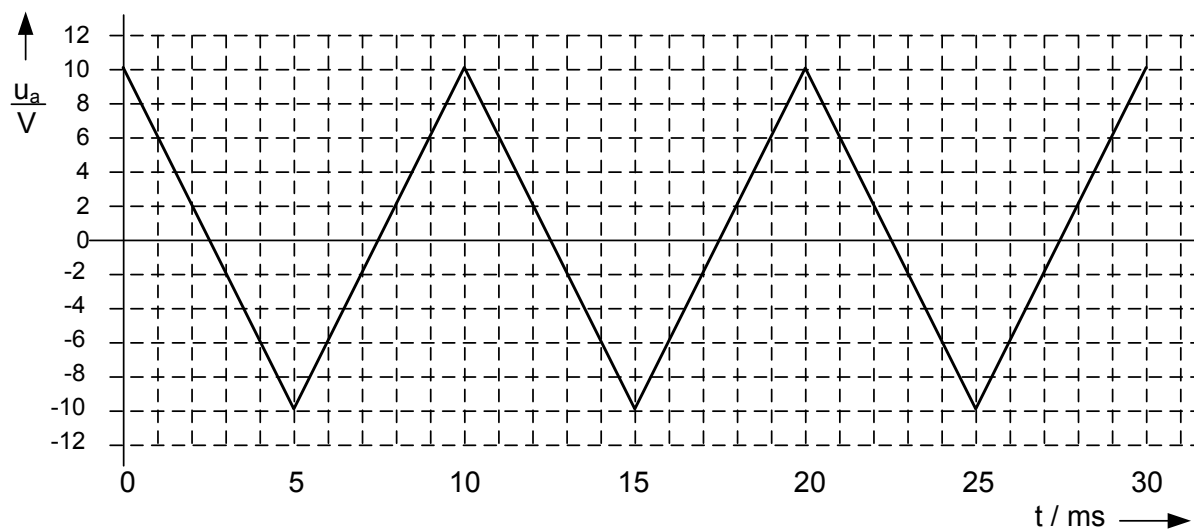
$$u_a = u_{a\max} \text{ für } U_D > 0 \Rightarrow u_a = +12 \text{ V für } u_e > +2 \text{ V}$$

$$u_a = u_{a\min} \text{ für } U_D < 0 \Rightarrow u_a = -12 \text{ V für } u_e < +2 \text{ V}$$

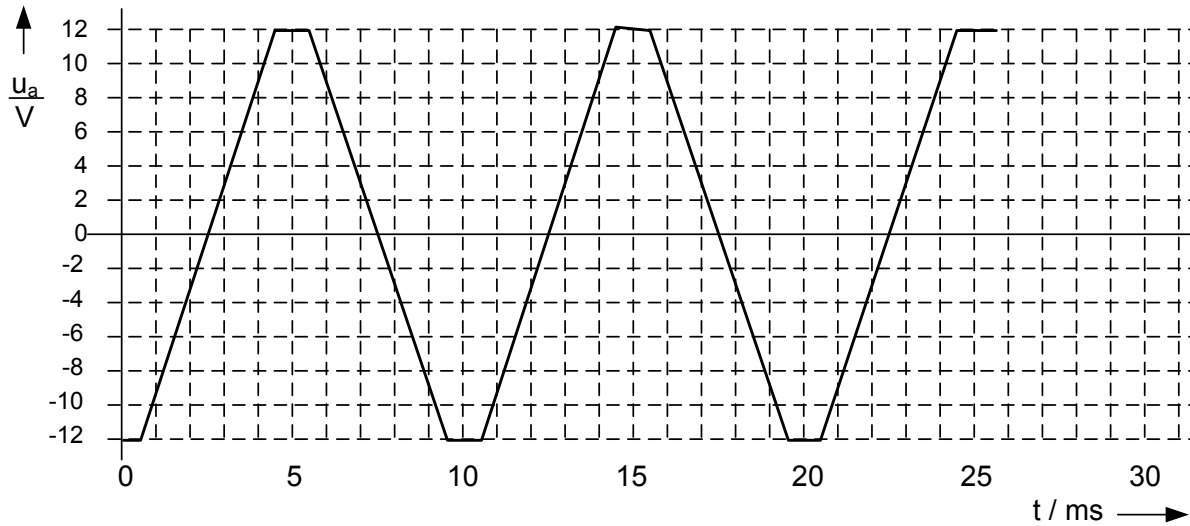
Graphische Lösungen:



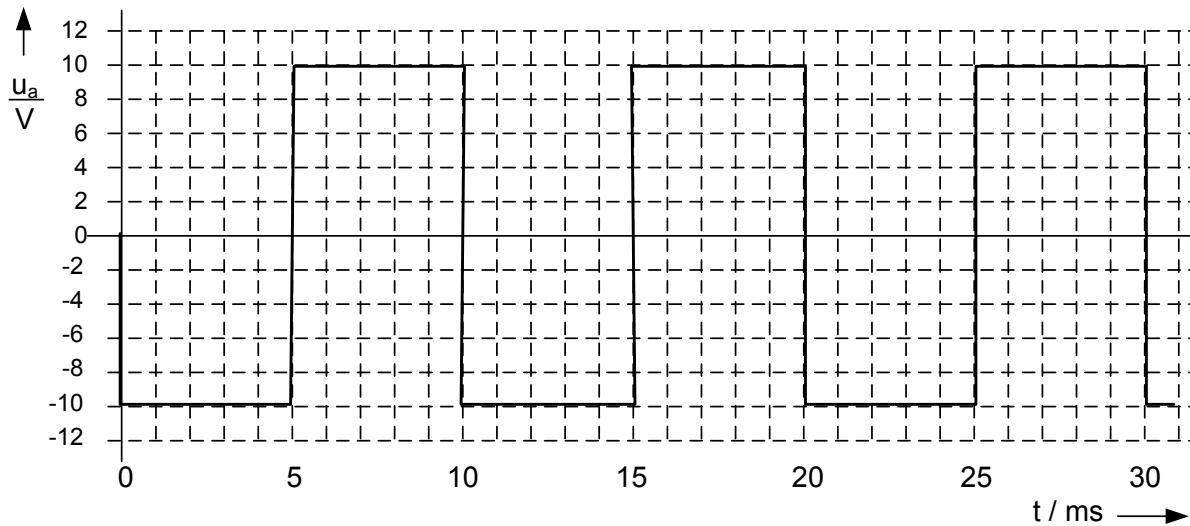
Schaltung [1]



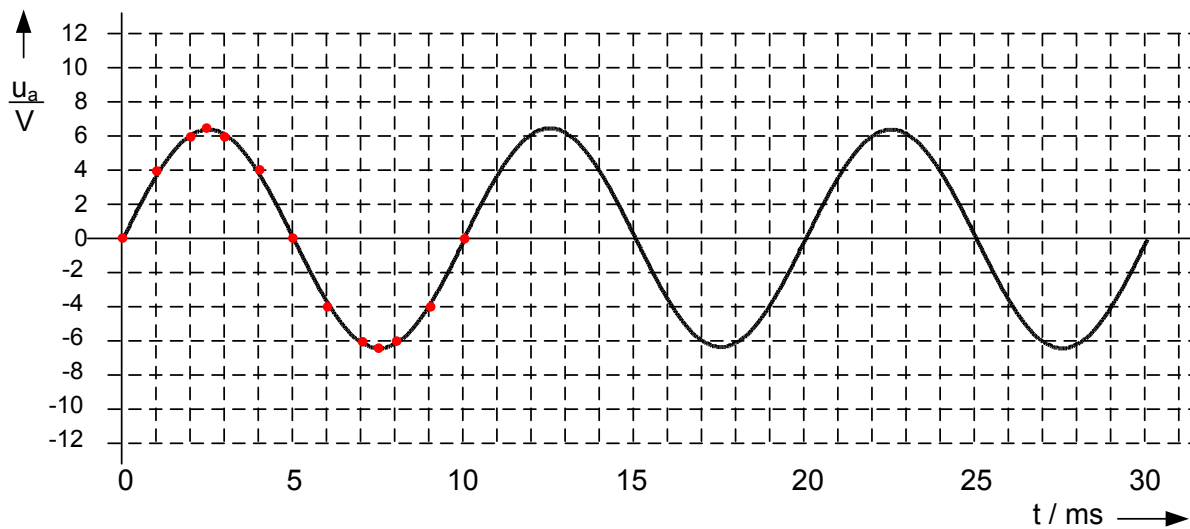
Schaltung [2]



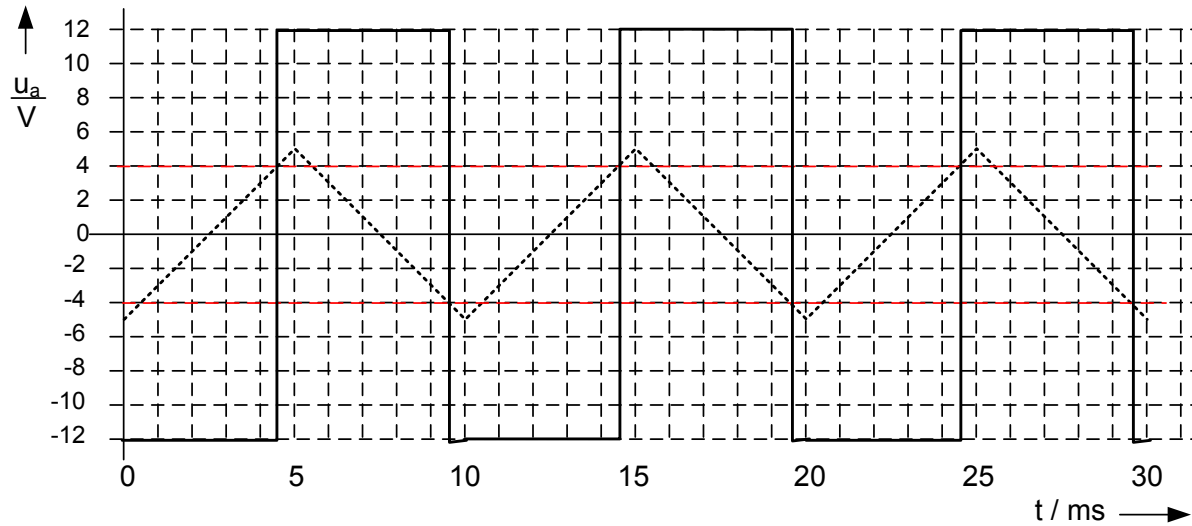
Schaltung [3]



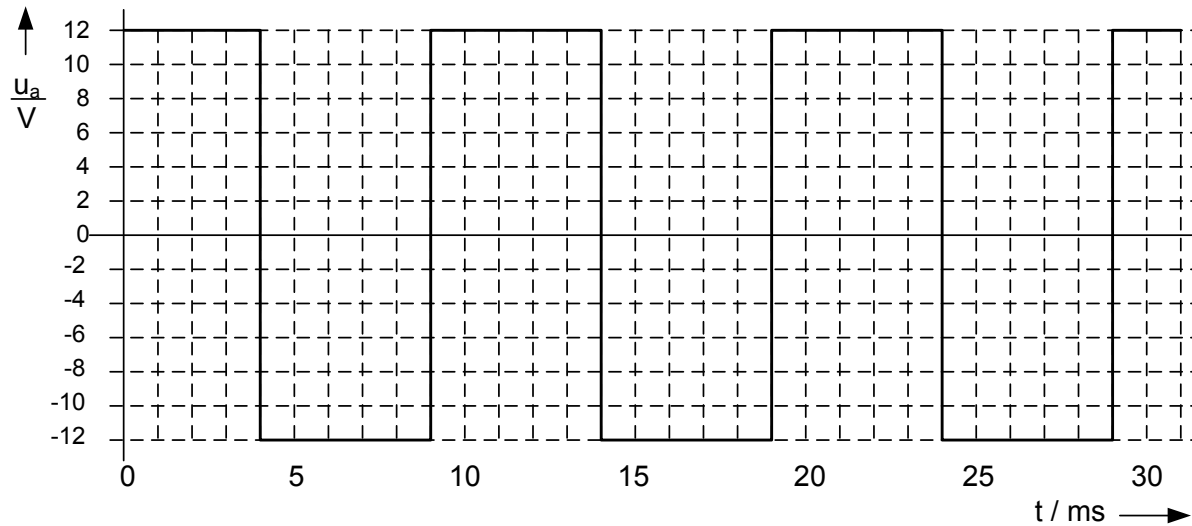
Schaltung [4]



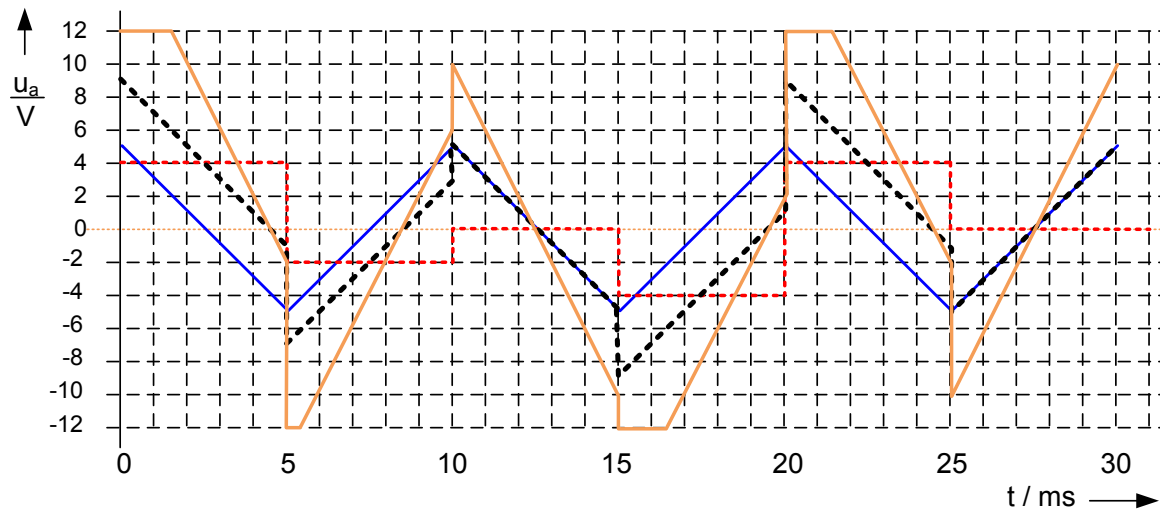
Schaltung [5]



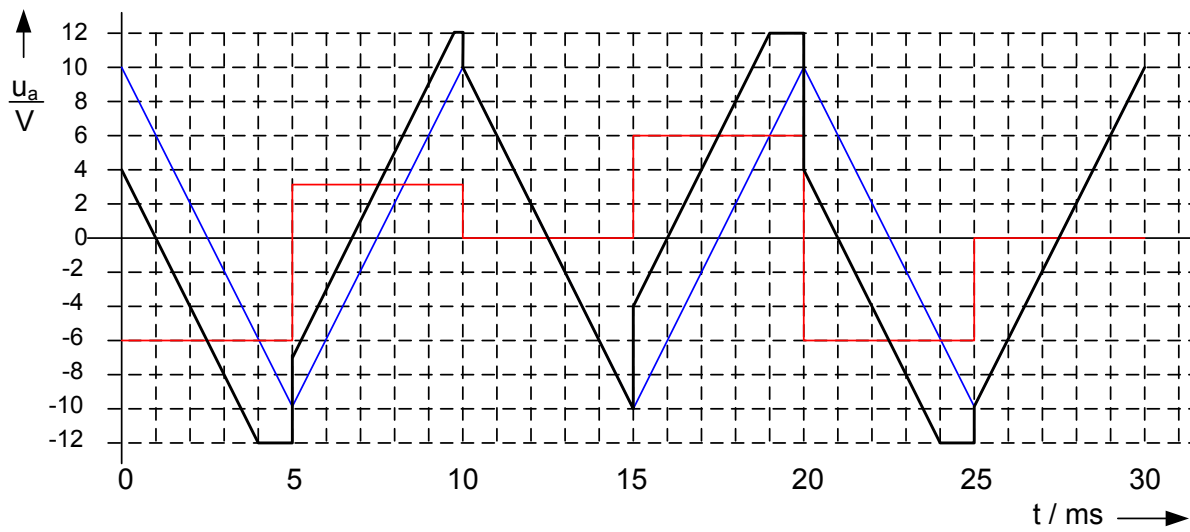
Schaltung [6]



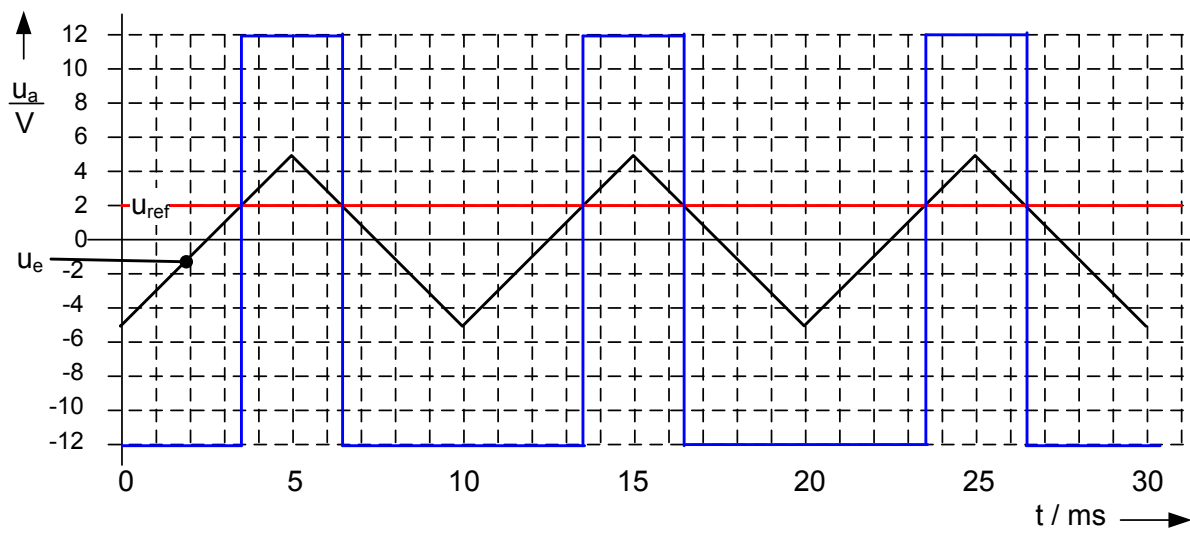
Schaltung [7] rot: u_{e2} , blau: $-u_{e1}=-u_e$, schwarz: $(u_{e2} - u_{e1})$, orange: $2(u_{e2} - u_{e1})$



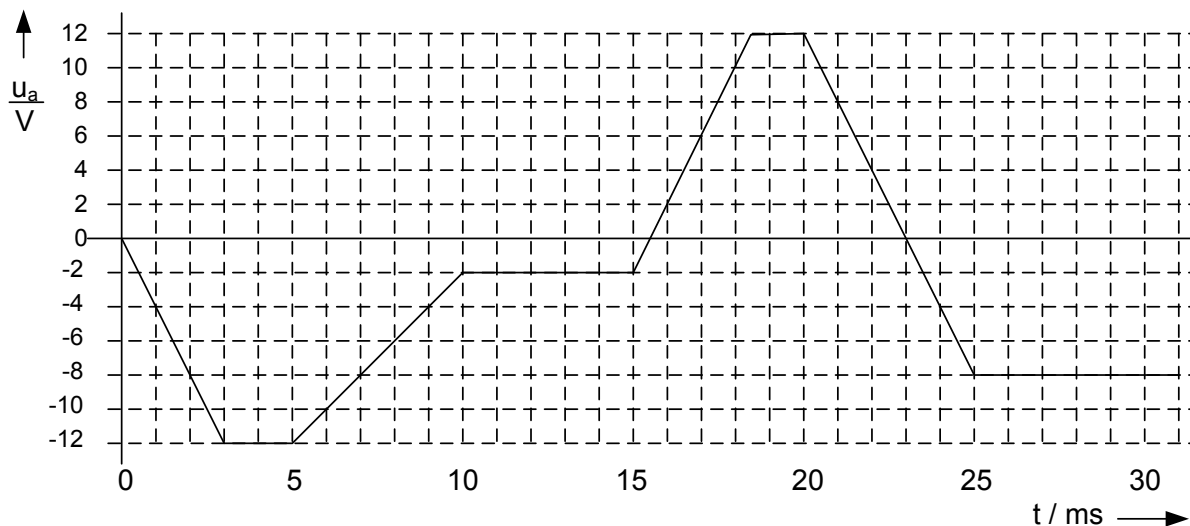
Schaltung [8]



Schaltung [9]



Schaltung [4] mit ($u_e = u_{e2}$)



Schaltung [4]: für $u_e = u_{e2}$

$$u_a = -\frac{1}{1 \text{ ms}} \int_0^t u_{e2}(t) dt + 0 \text{ V} = -\frac{1}{1 \text{ ms}} \cdot u_{e2} \cdot \Delta t + u_C$$

$$1. \quad 0 < t < 5 \text{ ms} \quad u_a|_{t=5 \text{ ms}} = -\frac{1}{1 \text{ ms}} 4 \text{ V} \cdot 5 \text{ ms} + 0 = 20 \text{ V} \text{ aber: } u_{\min} = -12 \text{ V} = u_{C(t=5 \text{ ms})}$$

$$\text{deshalb: } \frac{\Delta u_a}{\Delta t} = -\frac{1}{1 \text{ ms}} 4 \text{ V} = -4 \text{ V/ms} \Rightarrow u_a \text{ erreicht } -12 \text{ V nach } 3 \text{ ms}$$

$$2. \quad 5 \text{ ms} < t < 10 \text{ ms} \quad u_a|_{t=10 \text{ ms}} = -\frac{1}{1 \text{ ms}} (-2 \text{ V}) \cdot 5 \text{ ms} + (-12 \text{ V}) = -2 \text{ V} = u_{C(t=10 \text{ ms})}$$

$$3. \quad 10 \text{ ms} < t < 15 \text{ ms} \quad u_a|_{t=15 \text{ ms}} = -\frac{1}{1 \text{ ms}} (0 \text{ V}) \cdot 5 \text{ ms} + (-2 \text{ V}) = -2 \text{ V} = u_{C(t=15 \text{ ms})}$$

$$4. \quad 15 \text{ ms} < t < 20 \text{ ms} \quad u_a|_{t=20 \text{ ms}} = -\frac{1}{1 \text{ ms}} (-4 \text{ V}) \cdot 5 \text{ ms} + (-2 \text{ V}) = 18 \text{ V} \text{ aber: } u_{\max} = 12 \text{ V} = u_{C(t=20 \text{ ms})}$$

$$\text{deshalb: } \frac{\Delta u_a}{\Delta t} = -\frac{1}{1 \text{ ms}} (-4 \text{ V}) = +4 \text{ V/ms} \Rightarrow u_a \text{ erreicht } +12 \text{ V nach } 3,5 \text{ ms}$$

$$5. \quad 20 \text{ ms} < t < 25 \text{ ms} \quad u_a|_{t=25 \text{ ms}} = -\frac{1}{1 \text{ ms}} 4 \text{ V} \cdot 5 \text{ ms} + 12 \text{ V} = -8 \text{ V} = u_{C(t=25 \text{ ms})}$$

$$6. \quad 25 \text{ ms} < t < 30 \text{ ms} \quad u_a|_{t=30 \text{ ms}} = -\frac{1}{1 \text{ ms}} (0 \text{ V}) \cdot 5 \text{ ms} + (-8 \text{ V}) = -8 \text{ V} = u_{C(t=30 \text{ ms})}$$

Lösung Aufgabe 16

16.1 Schaltschwellen berechnen

Zur Berechnung der Einschaltsschwelle nehmen wir an, dass $u_e = 0V$ ist, d.h. T_1 sperrt und T_2 leitet.

Dann ist:

$$I_E = I_{E2} \approx I_{C2}, \quad I_{E2} = \frac{U_b - U_{CE}}{R_{C2} + R_E} = \frac{14,8 V}{4 k\Omega} = 3,7 mA$$

$$u_{e, \text{ein}} = u_{BE1} + I_{E2} \cdot R_E = 0,7 V + (U_b - U_{CE}) \cdot \frac{R_E}{R_{C2} + R_E}$$

$$= 0,7 V + 14,8 V \cdot \frac{1 k\Omega}{4 k\Omega} = 0,7 V + 3,7 V = 4,4 V$$

Zur Berechnung der Ausschaltsschwelle nehmen wir an, dass $u_e > 4,4 V$ ist, d.h. T_2 sperrt und T_1 leitet.

Dann ist:

$$I_E = I_{E1} \approx I_{C1}, \quad I_{E1} = \frac{U_b - U_{CE}}{R_{C1} + R_E} = \frac{14,8 V}{10 k\Omega} = 1,48 mA$$

$$u_{e, \text{aus}} = u_{BE1} + I_{E1} \cdot R_E = 0,7 V + 1,48 mA \cdot 1 k\Omega = 2,18 V$$

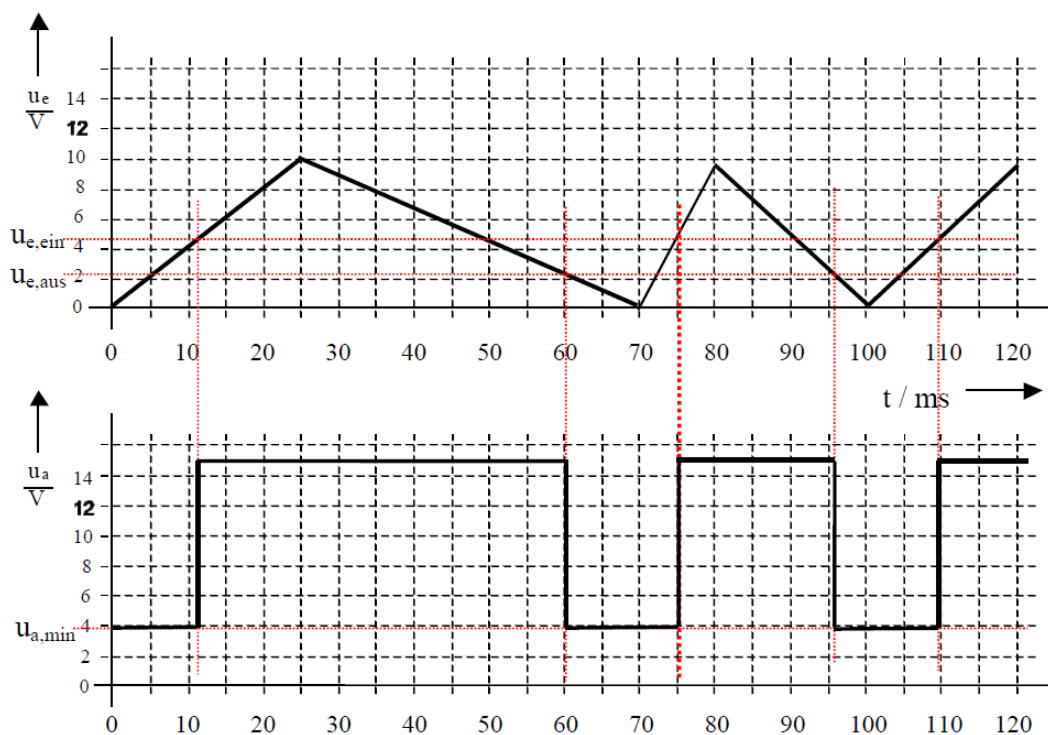
16.2 Ausgangsspannungen berechnen

Annahme: T_1 sperrt und T_2 leitet $\Rightarrow u_a = u_{a, \text{min}}$

$$u_{a, \text{min}} = I_{E2} \cdot R_{E2} + U_{CE2} = 3,7 mA \cdot 1 k\Omega + 0,2 V = 3,7 V + 0,2 V = 3,9 V$$

Annahme: T_2 sperrt und T_1 leitet, d.h. $I_{C2} = 0 \Rightarrow u_a = u_{a, \text{max}}$

$$u_{a, \text{max}} = U_b - I_{C2} \cdot R_{C2} = 15 V - 0 V = 15 V$$

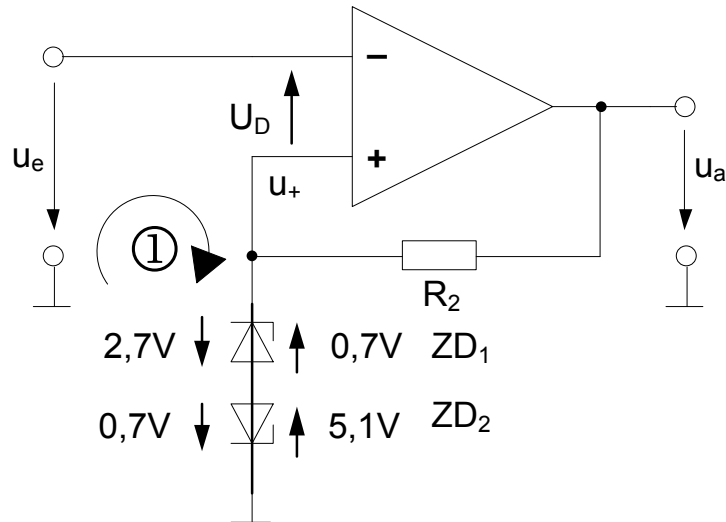


Lösung Aufgabe 17

17.1 Schaltung analysieren:

Ausgang ist auf den nichtinvertierenden Eingang zurückgekoppelt: Mitkopplung
Eingang liegt am invertierenden Eingang des OP: **Invertierender Schmitt-Trigger**

17.2



Bedingung: **Schaltpunkt des Schmitt-Triggers, wenn $U_D = 0 \text{ V}$, d.h. $u_e = u_+$**

1. $u_e = -12 \text{ V}$ und damit $u_a = +12 \text{ V}$

① Masche 1:

$$-U_D + U_{Z1} + 0,7 \text{ V} - u_e = 0$$

$$\Rightarrow \text{für } U_D = 0: u_e = u_+ = U_{Z1} + 0,7 \text{ V} = 2,7 \text{ V} + 0,7 \text{ V} = 3,4 \text{ V}$$

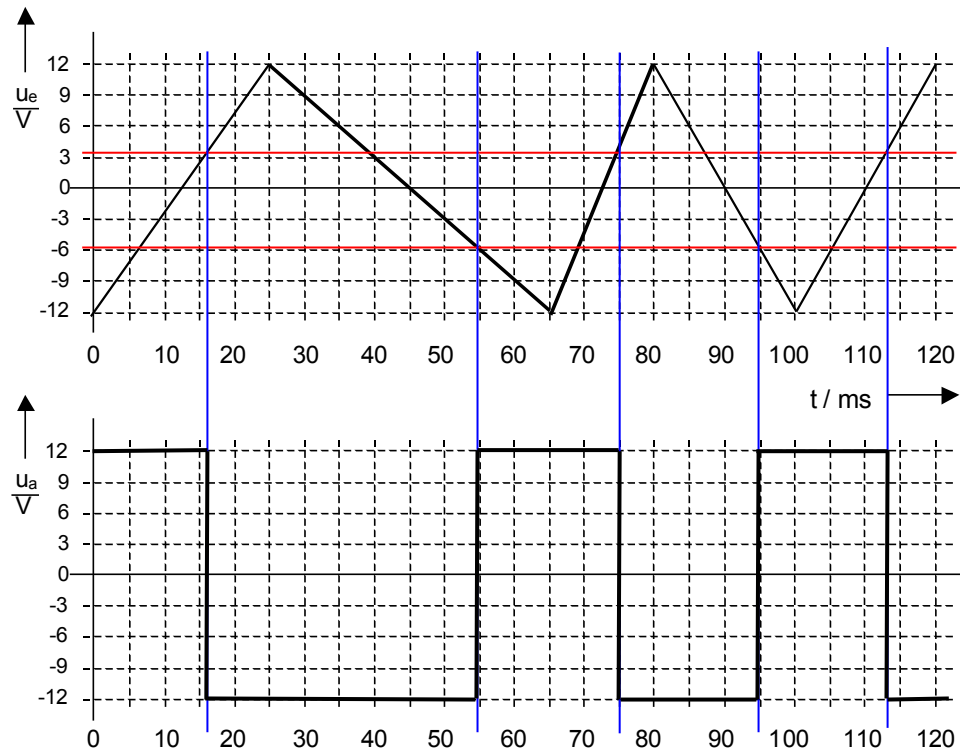
2. $u_e = +12 \text{ V}$ und damit $u_a = -12 \text{ V}$

① Masche 1:

$$-U_D - U_{Z2} - 0,7 \text{ V} - u_e = 0$$

$$\Rightarrow \text{für } U_D = 0: u_e = u_+ = -U_{Z2} - 0,7 \text{ V} = -5,1 \text{ V} - 0,7 \text{ V} = -5,8 \text{ V}$$

17.3 Zeitlicher Verlauf der Ausgangsspannung u_a !



17.4 Skizze Ausgangsspannung über Eingangsspannung

